

Простая наука для детей

Яков Перельман

# МАТЕМАТИКа

в занимательных РАСКАЗАХ

**Кто**  
придумал  
игру в «15»?



В чем **загадка**  
пирамиды Хеопса?



Как рассчитать число **ПИ**?

**Время —**  
четвертое  
измерение?

БИЛЛИОН — это сколько?



*Ювита*

**Яков Исидорович Перельман**  
**Математика в**  
**занимательных рассказах**  
Серия «Простая наука для детей»

*[http://www.litres.ru/pages/biblio\\_book/?art=42754607](http://www.litres.ru/pages/biblio_book/?art=42754607)*

*Математика в занимательных рассказах:*

*ISBN 978-5-17-106792-2*

### **Аннотация**

Даже в литературных текстах: романах-приключениях и фантастических рассказах встречаются головоломки, которые без знания математики не разрешить. «Математика в занимательных рассказах» Якова Перельмана поможет читателю понять теорию вероятности, разгадать загадку пирамиды Хеопса и вместе с героями Жюль Верна, Герберта Уэллса и других писателей совершить самые невероятные путешествия – на поверхность мыльного пузыря, на Луну и даже... путешествие во времени! Рассказы и отрывки из романов сопровождаются математическими пояснениями Перельмана и перемежаются числовыми анекдотами, задачами и фокусами с числами.

Для среднего школьного возраста.

# Содержание

|                                   |    |
|-----------------------------------|----|
| Предисловие                       | 5  |
| Предшественник Нансена            | 7  |
| Универсальная библиотека          | 24 |
| Пирамида Хеопса и ее тайны        | 44 |
| История одной игры                | 51 |
| Конец ознакомительного фрагмента. | 53 |

**Яков Исидорович  
Перельман  
Математика в  
занимательных рассказах**

© Бондаренко А.Л., ил., 2019

© Станишевский Ю.А., ил. 2019

© Терехова И.Л., ил., 2019

© ООО «Издательство АСТ», 2019

# Предисловие

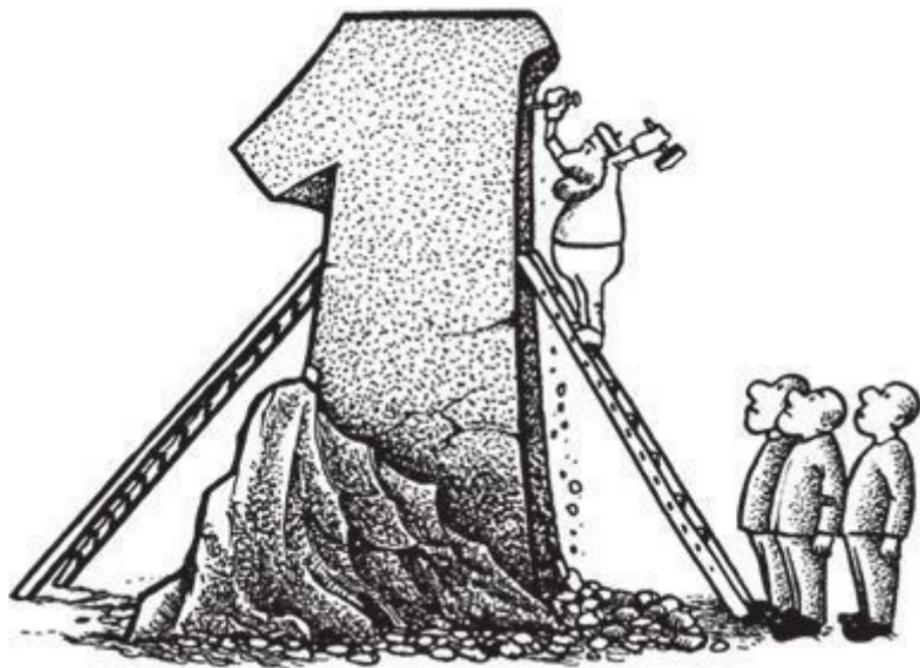


В поисках средств для оживления в широких кругах интереса к математике мне пришла мысль собрать ряд произведений, трактующих математические темы в беллетристической или полубеллетристической форме, и предложить их читателю с соответствующими комментариями. Число таких произведений, впрочем, весьма ограничено. Этим объясняются скромные размеры настоящего сборника. Однако затрагиваемые в нем математические темы все же довольно разнообразны: относительность пространства и времени, четырехмерный мир, расчеты из области небесной механики, вопросы математической географии, комбинаторика и исполинские числа, приближенные вычисления, приложение математического анализа к играм, неопределенный анализ, уравнения. Можно надеяться, что этот небольшой сборник

натолкнет иных читателей на более серьезные размышления и побудит к систематическому ознакомлению с тем или иным отделом математики.

Предлагаемый сборник является первым известным мне опытом подобного рода.

*Я. П.*



# Предшественник Нансена

## Рассказ В. Ольдена



– Вы верите, что Нансен открыл Северный полюс? – спросил я старого моряка, моего приятеля, когда интересная весть разнеслась по Европе<sup>1</sup>.

Он уклонился от прямого ответа и небрежно заметил, что «если Нансен и добрался до полюса, то во всяком случае не прежде всех».

---

<sup>1</sup> В 1895 г. Хотя Фритиофу Нансену удалось проникнуть тогда только до 86°4' сев. широты, многие газеты, недостаточно осведомленные, поспешили оповестить, что Нансен открыл полюс. – *Ред.*

– Странно, друг мой. По-вашему, у Нансена были предшественники? Почему же они не рассказали ничего, вернувшись домой?

– Нисколько не странно, – отвечал моряк. – Разве можно обо всем рассказывать? Вы думаете, мало на свете людей, которые видели собственными глазами морскую змею? Не очень лестно, когда всякая встречная газета выберет вас, – вот все и молчат по возможности. Никто все равно не поверит. Ну, если, например, я скажу вам, что я единственный оставшийся в живых из команды китоловного судна, проживший на Северном полюсе почти неделю, – что вы на это скажете? Поверите или нет?

– Не могу ничего ответить, пока не узнаю подробностей.

– Для вас я, пожалуй, сделаю исключение, – ответил мой приятель, – и расскажу (хотя и не думаю, что вы поверите), как я и шестеро других людей, открыли Северный полюс двадцать девять лет тому назад.

«Мы вышли на шхуне «Марта Уилльямс» из Нью-Бедфорда, в Соединенных Штатах, в Северный Ледовитый океан на ловлю китов. Судно было в пятьсот пятьдесят тонн; я занимал на нем место штурмана; капитан наш, Билль Шаттук, пользовался славой ловкого командира, у которого комар носа не подточит. В Вальпарайзо мы пристали за картофелем, в Сан-Франциско – за водой, и пришли в китовые места – к северу от Берингова пролива – в половине июня. Китоловных судов там оказался целый флот, но добычи очень

мало.

Лето было жаркое, и киты, вероятно, ушли дальше на север, вместо того, чтобы поджидать нас на месте. Целый месяц мы прошатались в этих водах и нашли только одного, да и то жалкого. Наконец надоело; некоторые шхуны пошли обратно на юг, а большинство к северо-востоку. Наш капитан вздумал отделиться от всех и направился на северо-запад. Льда не было видно нигде, и решение капитана не могло вызвать никаких подозрений, хотя – как оказалось впоследствии – он неожиданно сошел с ума.

Двенадцать дней шли мы на северо-запад, под ровным южным ветром, не встретив ни одного кита. В море стали попадаться плавучие ледяные горы, и я думал, что капитан повернет обратно, – но у него не то было на уме. Он держал теперь прямо на север и объявил, что намерен пройти к Северному полюсу, а оттуда в Атлантический океан.



– Для этого нам понадобится не более двух недель, если продержится ветер, а открытием Северного полюса мы наживем вдвое больше денег, чем если бы переполнили судно китовым жиром.

Я промолчал, потому что моей обязанностью было исполнять приказания, а не рассуждать. Через восемь с половиной суток нас прищемили изрядные ледяные горы. Вся передняя часть судна, до самой грот-мачты, превратилась в тонкий слой щепок. Я едва успел выскочить на палубу, когда оставшиеся на корме пять человек команды и капитан спустили лодку. Через минуту мы отчалили, а еще через несколько минут увидели, как останки «Марты Уилльямс» медленно опустились на дно.

Вы, вероятно, думаете, что после этого старик Шаттук от-

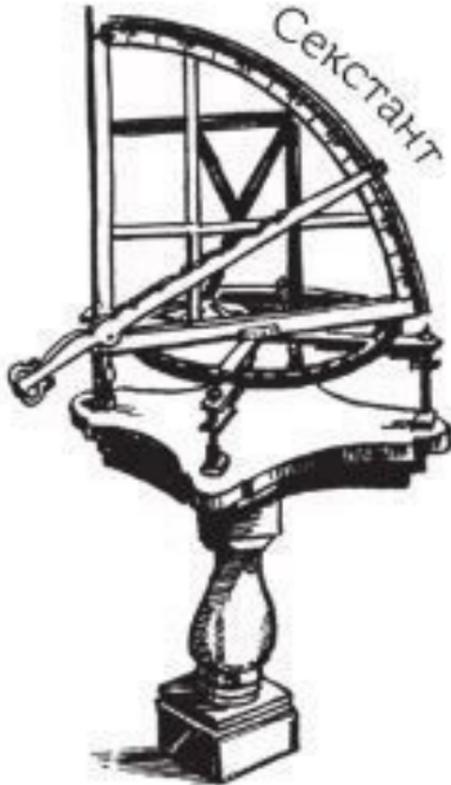
казался от фантазии открыть Северный полюс и постарался пройти к берегам Сибири, где мы могли встретить туземцев или русских купцов. Но нет, куда тут! Он прехладнокровно отдал приказание держать прямо на полюс. Развернули паруса, – народу было немного, лодка хорошая, – и весело полетели вперед, насколько могут быть веселы добрые матросы, когда табак давно вышел и нечего будет курить в продолжение нескольких недель.

На вторые сутки мы попали в какой-то пролив и увидели с одной стороны ледяные горы, а с другой – высокий скалистый берег. Жители заметили нас и уже стояли в ожидании на прибрежном утесе, с любопытством поглядывая, как мы причаливали и выходили на землю. Человек тридцать мужчин, женщин и детей окружили нас и приветствовали. Добродушные они были ребята; сейчас повели нас в свои снеговые пещеры и накормили рыбьим жиром, какой-то морской травой и рыбой. Наевшись до тошноты, старый Шаттук вынул секстант и принялся за наблюдения.

– Мы находимся в такой точке земного шара, где ни долготы, ни широты нет, – объявил он нам, окончив исследования: – на Северном полюсе! Мы сделали величайшее открытие; нам принадлежит честь, которой добивались многие.

Затем он наклонился и принялся отыскивать кончик земной оси. Видя, что старик рассматривает землю и что-то ищет, туземцы повели нас на вершину острова и показали нечто вроде кресла, вырезанного из каменной глыбы. Через

матроса Джаксона, датчанина, они объяснили, что с этим креслом у них связаны какие-то священные понятия, и никто не запомнит, сколько времени оно тут стоит.



– Отлично, – объявляет вдруг безумный старик. – Это-то и есть Северный полюс, и я беру его в свое владение. Да здравствуют Северо-Американские Соединенные Штаты и

капитан Билль Шаттук!

С этими словами он усаживается на первобытное кресло и отдает нам приказание «обращаться» вокруг него.

Видите ли: так как мы находились на Северном полюсе, то солнце, действительно, обращалось вокруг нас, как вращаются иногда улицы, когда выпьешь лишнее. На шесть месяцев «солнце уходило отдыхать», – как сообщили нам туземцы, – но другие шесть месяцев оно разгуливало на десять градусов над горизонтом, не делая даже вида, что хочет закатиться. Вот капитан Шаттук, сильно рехнувшись, и вообразил, что если солнце вокруг него обращается, то подавно обязаны и мы.

Уселся он на каменный трон и роздал приказания. Мне, как старшему, велено было занять первое место, отступя на десять футов от полюса; остальные матросы должны были расположиться по очереди дальше, на пять футов расстояния друг за другом. Туземцам капитан объявил, что пока они еще не нужны, но когда первые планеты выбьются из сил, тогда он заставит и их исполнять астрономические обязанности.

Нечего делать: пришлось «обращаться». Мы должны были ходить вокруг старика слева направо, со скоростью трех узлов, хотя молодцам, которых он поставил на дальние орбиты, приходилось двигаться быстрее. Старик порядочно муштровал нас. Если кто-нибудь сбивался с круга, он свирепо заявлял, что мы не имеем права устраивать «возмуще-

ний» без его приказа; а тому, кто выказывал признаки усталости, кричал:

– Если ты не будешь держаться, как подобает небесному светилу, то я превращу тебя в комету и отправлю по такому эллипсу, что ты через тысячу лет не вернешься.

Вы, конечно, спросите, с какой стати мы подчинились подобным глупостям, так как капитан, согласно морским законам, не имел над нами никакой власти с тех пор, как мы потерпели крушение.

Но дело в том, что Шаттук не расставался с двумя револьверами, которые ему удалось сохранить при себе, и эти-то инструменты заставляли нас плясать вокруг него и притворяться, насколько возможно, что нам очень весело.

В полдень он позволил нам передохнуть и сам сытно пообедал. Воспользовавшись его хорошим настроением, я предложил сделать запас воды и пищи и вернуться в цивилизованные места, прежде чем океан замерзнет. Он удивился моему невежеству:

– Как, мистер Мартин! Вы тридцать лет провели на море и не имеете необходимейших первоначальных сведений. Да ведь мы находимся в точке земного шара, где нет ни долготы, ни широты и где стрелка компаса вращается так бестолково, что невысказанно ничего разобрать. Почему я знаю, где восток и где запад? И куда я поеду без компаса и без долготы?.. Нет, сэр, мы на полюсе, и здесь останемся. Мне здесь очень нравится, и вам всем тоже должно нравиться. Когда я сижу

в этом кресле, – я центр Солнечной системы и не намерен оставлять такого положения ради того, чтобы выпрашивать новый корабль.

Больше от него ничего нельзя было добиться. Хорошо, что у него хватило еще смысла не заставлять команду обращаться двадцать четыре часа в сутки. Отпустив нас на отдых, он велел Джаксону передать туземцам, что теперь их очередь. Я думал, они не подчинятся и не станут бегать без толку, не имея понятия о значении капитанских револьверов. Но, очевидно, они приняли его за какое-то божество, так как принялись обращаться немедленно с величайшей охотой и благоговейно выполняли роль планет с полудня до четырех часов. Потом наступила наша очередь, затем опять их и т. д.

На следующее утро, когда наша партия принялась за работу, капитан обращается к матросу Смидлею и велит ему приготовиться к затмению.

– Смотри в оба, чтобы все было аккуратно! Ровно в шесть склянок<sup>2</sup> на тебе должно начаться затмение от Джаксона и в семь склянок должно дойти до полного.

Смидлей был порядочный драчун, и все мы знали его кулаки, хотя офицерские приказания он исполнял до сих пор, как хороший матрос. Но это приказание пришлось ему не по нраву. Он обращается к старику и отвечает, что согласен встретить кого угодно и где угодно, но «затмевать» себя ни-

---

<sup>2</sup> Склянка – полчаса; на корабле – название песочных часов с получасовым ходом.

кому не позволит, пока у него есть здоровые руки.

Капитан напрасно старался убедить Смидлея, что астрономическое затмение нисколько не позорно для матроса; мне пришлось уговаривать его забыть на время, что он матрос, и отнестись к делу хладнокровно, как относятся все небесные тела. Едва-едва уладилось дело.

Потом Шаттук выдумал и для меня занятие.

– Мистер Мартин, – говорит он. – По моим вычислениям, вы находитесь теперь в первой четверти. Потрудитесь приращаться постепенно в течение двух недель. На четырнадцатый день у вас должен быть полный диск. Прошу обратить на это внимание.

Я сделал вид, что обратил внимание, хотя не мог понять, чего ему надо и как может человек приращаться, когда нет сердцекрепительных напитков и нечего есть, кроме рыбьего жира. Двое суток продолжалось вращательное занятие. Этого было вполне достаточно даже и без всяких затмений, приращений и полных дисков, которые как будто и не к лицу порядочному матросу. В один из отдыхов, пока туземцы бегали с прежним умилением, мы решили, что капитан окончательно рехнулся и что с нашей стороны будет даже великодушием схватить его, связать по рукам и ногам и уложить в лодку, а потом заpastись у туземцев пищей и отправиться домой. План казался легким, потому что капитан был не особенно сильный мужчина; мы решили, что двое из нас схватят его сзади и обезоружат, пока остальные будут пробегать по сво-

им орбитам перед его глазами.

Так мы и попробовали сделать на третий день утром. Когда он, казалось, задремал, и двое самых сильных матросов подскочили к нему сзади, – он внезапно обернулся и первыми двумя выстрелами уложил обоих на месте. Тогда остальные бросились на него, понимая, что если мы не овладеем оружием, то всем придется плохо. Несколько минут длилась отчаянная борьба. Когда она окончилась, пятеро матросов были убиты наповал, капитан лежал с ножом Джексона в сердце, а у меня засела пуля в левой руке выше локтя.

Я остался один из всей команды и сейчас же принялся делать туземцам разные жесты и знаки, стараясь объяснить, что у меня самые мирные намерения, и я только прошу дать мне воды и пищи, чтобы уехать. Они меня прекрасно поняли и уложили в лодку столько рыбы и воды, что хватило бы на два месяца.

Я пустил лодку по ветру, не обращая внимания на компас; только через три или четыре дня, взглянув на него, я увидел, что иду к юго-западу. На пятый день я «нашел» долготу места и так обрадовался, словно это был не десятый меридиан, а добрая мера табаку. Пользуясь северным ветром, я старался не уклоняться в сторону и через тридцать пять дней был взят на первое встретившееся судно. Это была английская китоловная шхуна, которая и доставила меня в Бристоль в конце октября.



Конечно, я никогда ни одним словом не обмолвился о Северном полюсе. Но вам я сообщил сущую правду и хотел бы знать ради любопытства, что вы теперь думаете.

– Давайте выпьемте по второму стакану горячего джина, – отвечал я.

## Примечание редактора

### ЖИВОЙ ПЛАНЕТАРИЙ

Странная фантазия – приказать матросам «исполнять астрономические обязанности», будто бы возникшая, по словам моряка, в помутившемся уме капитана, вовсе не так сумасбродна и фантастична, как, пожалуй, склонны подумать иные читатели.

Идея заставить товарищей разыгрывать в лицах планетную систему является, по-видимому, лишь неуместным воспоминанием о школьных упражнениях на уроках космографии. Эти оригинальные упражнения состоят в том, что ради наглядности школьники устраивают так называемый «живой планетарий», то есть своими движениями изображают живое подобие планетной системы. У нас подобный прием почему-то малоупотребителен, хотя он значительно облегчает уяснение многих трудностей планетных движений. Опишем поэтому некоторые из этих поучительных упражнений.



Возьмем, например, движение Луны вокруг Земли. Мы знаем, что Луна всегда обращена к Земле одной и той же своей стороной, и выводим отсюда, что период обращения нашего спутника вокруг Земли равен периоду его вращения вокруг своей оси. Однако такой вывод для многих непонятен: некоторым представляется более правильным вывод, что Луна вовсе не вращается вокруг своей оси, раз она неизменно обращена к Земле одной и той же стороной.

«Живой планетарий» легко и просто разъясняет это недоразумение. Прделаем такое упражнение: пусть один из уча-

щихся станет в середине комнаты, впереди класса, – он будет изображать Землю; другой, изображающий Луну, пусть обходит кругом него, все время обращаясь лицом к «Земле». Тогда остальные учащиеся, сидящие на своих партах, будут видеть «Луну» сначала сзади, потом сбоку, потом с лица, потом с другого бока и, наконец, когда «Луна» закончит полный круг, – снова сзади. Другими словами, все наглядно убедятся, что «Луна», обходя вокруг «Земли» с неизменно обращенным к ней лицом, вращается в то же время и вокруг своей оси – иначе они не видели бы ее последовательно со всех четырех сторон.

Напротив, если бы наша живая Луна обращалась вокруг «Земли» так, чтобы сидящие на партах все время видели «Луну» с одной и той же стороны, например спереди (т. е. если бы она не вращалась вокруг собственной оси), то «Земля» видела бы ее последовательно со всех четырех сторон, – вопреки мнению тех, кто полагает, что именно при этом условии Луна должна быть обращена к Земле неизменно одною и тою же стороною.

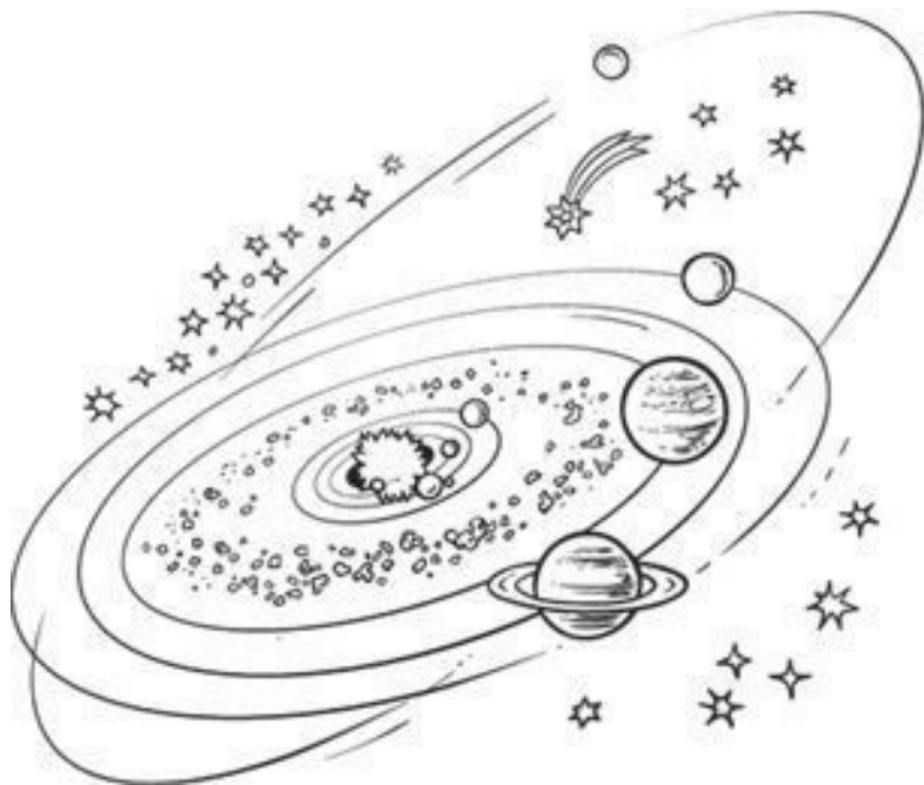
В более просторном помещении – в обширном зале или на открытом воздухе – можно наглядно «разыграть в лицах» также совместное движение Земли и Луны вокруг Солнца. Для этого один из учащихся, изображающий Солнце, помещается в середине зала, а на некотором расстоянии становится другой, представляющий Землю, который и обходит медленным шагом кругом «Солнца», в то время как тре-

тий – в роли Луны – кружится вокруг этой живой Земли с такой скоростью, чтобы успеть сделать около 12 полных оборотов, пока «Земля» замкнет один круг. При этом станет ясно, что путь Луны в пространстве представляет собою волнистую круговую линию. Для большей наглядности можно натереть мелом подошвы учащегося, изображающего Луну, – и тогда следы его ног непосредственно начертят лунный путь. Под открытым небом, если упражнение производится зимою, путь Луны отметится сам собою следами ног по снегу.

Благодаря такого рода упражнениям можно с легкостью уяснить и многие другие особенности планетных движений, затруднительные для понимания. Рассмотрим хотя бы явление прямого и попятного движения планет, которое обычно, по мертвым книжным чертежам, усваивается не без труда. Живой планетарий поможет весьма быстро составить вполне отчетливое представление об этих движениях. Один из учащих в роли Солнца становится в середине просторного зала или площадки на дворе; у стен зала или у краев площадки размещаются остальные, играющие в данном случае роль неподвижных звезд.

Двое на этот раз будут изображать собою планеты, один – Землю, другой – какую-нибудь внешнюю планету, например Юпитер. Обе живые планеты обходят вокруг «Солнца», но с различной скоростью: «Земля» движется быстрее «Юпитера», совершая 11–12 полных кругов, пока «Юпитер» закон-

чит один круг. И вот, выполняя свое движение, учащийся, принявший на себя роль Земли, внимательно следит за тем, против каких «неподвижных звезд» оказывается при этом «Юпитер»: он ясно заметит, что Юпитер движется то вперед между «звездами», то назад, совершая характерные для внешних планет прямое и попятное движения на звездном небе.



# Универсальная библиотека

## Рассказ Курда Лассвица



– Ну, садись же сюда, Макс, – сказал профессор. – В бумагах моих, право, ничего для твоей газеты не найдется.

– В таком случае, – отвечал Макс Буркель, – тебе придется что-нибудь написать для нее.

– Не обещаю. Написано уже да, к сожалению, и напечатано так много лишнего...

– Я и то удивляюсь, – вставила хозяйка, – что вы вообще

находите еще что-нибудь новое для печатания. Уж, кажется, давно бы должно было быть перепробовано решительно все, что мыслимо составить из вашей горсти типографских литер.

– Можно было бы, пожалуй, так думать. Но дух человеческий поистине неистощим...

– В повторениях?

– О да, – рассмеялся Буркель, – но также и в изобретении нового.

– И несмотря на это, – заметил профессор, – можно изобразить буквами все, что человечество когда-либо создаст на поприще истории, научного познания, поэтического творчества, философии.

По крайней мере, поскольку это поддается словесному выражению. Книги наши ведь заключают все знание человечества и сохраняют сокровища, накопленные работой мысли. Но число возможных сочетаний будет ограничено. Поэтому вся вообще возможная литература должна уместиться в конечном числе томов.

– Э, старина, в тебе говорит сейчас математик, а не философ! Может ли неисчерпаемое быть конечным?

– Позволь, я подсчитаю тебе сейчас, сколько именно томов должна заключать такая универсальная библиотека... Дай-ка мне с письменного стола листок бумаги и карандаш, – обратился профессор к жене.



– Прихватите заодно и таблицы логарифмов, – сухо заметил Буркель.

– Они не понадобятся, – сказал профессор и начал: – Скажи мне, пожалуйста: если печатать экономно и отказаться от роскоши украшать текст разнородными шрифтами, имея в

виду читателя, заботящегося лишь о смысле...

– Таких читателей не бывает.

– Ну, допустим, что они существуют. Сколько типографских литер потребовалось бы при таком условии для изящной и всякой иной литературы?

– Если считать лишь прописные и строчные буквы, обычные знаки препинания, цифры и, не забудем, шпации...

Племянница профессора вопросительно взглянула на говорившего.

– Это типографский материал для промежутков, – пояснил он, – которым наборщики разъединяют слова и заполняют пустые места. В итоге наберется не так уж много. Но для книг научных! У вас, математиков, такая масса символов...

– Нас выручают индексы, – те маленькие цифры, которые мы помещаем при буквах:  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$ , и т. д. Для этого понадобится лишь еще один или два ряда цифр от 0 до 9. Аналогичным образом можно условно обозначать и любые звуки чужих языков.

– Если так, то потребуется, я думаю, не более сотни различных знаков, чтобы выразить печатными строками все мыслимое<sup>3</sup>.

– Теперь дальше. Какой толщины взять тома?

– Я полагаю, что можно вполне обстоятельно исчерпать тему, если посвятить ей том в 500 страниц. Считая на стра-

---

<sup>3</sup> Напомним, что на пишущей машине имеется обычно не более 80 различных знаков. – *Ред.*

нице по 40 строк с 50 типографскими знаками в каждой (включаются, конечно, шпации и знаки препинания), имеем 40 × 50 × 500 букв в одном томе, то есть... Впрочем, ты считаешь это лучше...

– Миллион букв, – сказал профессор. – Следовательно, если повторять наши 100 литер в любом порядке столько раз, чтобы составилась том в миллион букв, мы получим некую книгу. И если вообразим все возможные сочетания этого рода, какие только осуществимы чисто механическим путем, то получим полный комплект сочинений, которые когда-либо были написаны в прошлом или появятся в будущем.

Буркель хлопнул своего друга по плечу.

– Идет! Беру абонемент в твоей универсальной библиотеке. Тогда получу готовыми, в напечатанном виде, все полные комплекты моей газеты за будущие годы. Не будет больше заботы о подыскании материала. Для издателя – верх удобства: полное исключение авторов из издательского дела. Замена писателя комбинирующей машиной, неслыханное достижение техники!

– Как! – воскликнула хозяйка. – В твоей библиотеке будет решительно все? Полный Гёте? Собрание сочинений всех когда-либо живших философов?

– Со всеми разночтениями, притом, какие никем еще даже не отысканы. Ты найдешь здесь полностью все утраченные сочинения Платона или Тацита и в придачу – их переводы. Далее, найдешь все будущие мои и твои сочинения,

все давно забытые речи депутатов рейхстага и все те речи, которые еще должны быть там произнесены, полный отчет о международной мирной конференции и о всех войнах, которые за нею последуют... Что не уместится в одном томе, может быть продолжено в другом.

– Ну, благодарю за труд разыскивать продолжения.

– Да, отыскивать будет хлопотливо. Даже и найдя том, ты еще не близок к цели: ведь там будут книги не только с надлежащими, но и с всевозможными неправильными заглавиями.

– А ведь верно, так должно быть!

– Встретятся и иные неудобства. Возьмешь, например, в руки первый том библиотеки. Смотришь: первая страница – пустая, вторая – пустая, третья – пустая и т. д. все 500 страниц. Это тот том, в котором шпация повторена миллион раз...

– В такой книге не может быть, по крайней мере, ничего абсурдного, – заметила хозяйка.

– Будем утешаться этим. Берем второй том: снова все пустые страницы, и только на последней, в самом низу, на месте миллионной литеры приютилось одинокое а. В третьем томе – опять та же картина, только а передвинуто на одно местечко вперед, а на последнем месте – шпация. Таким порядком буква а последовательно передвигается к началу, каждый раз на одно место, через длинный ряд из миллионов томов, пока в первом томе второго миллиона благопо-

лучно достигнет, наконец, первого места. А за этой буквой в столь увлекательном томе нет ничего – белые листы. Такая же история повторяется и с другими литерами в первой сотне миллионов наших томов, пока все сто литер не совершат своего одинокого странствования от конца тома к началу. Затем то же самое происходит с группой аа и с любыми двумя другими литерами во всевозможных комбинациях. Будет и такой том, где мы найдем одни только точки; другой – с одними лишь вопросительными знаками.

– Но эти бессодержательные тома можно ведь будет сразу же разыскать и отобрать, – сказал Буркель.

– Пожалуй. Гораздо хуже будет, если нападешь на том, по-видимому, вполне разумный. Хочешь, например, навести справку в «Фаусте» и берешь том с правильным началом. Но прочитав немного, находишь дальше что-нибудь в таком роде: «Фокус-покус, во – и больше ничего», или просто: «аааааа...»

Либо следует дальше таблица логарифмов, неизвестно даже – верная или неверная. Ведь в библиотеке нашей будет не только все истинное, но и всякого рода нелепости. Заголовкам доверяться нельзя.

Книга озаглавлена, например, «История Тридцатилетней войны», а далее следует: «Когда Блюхер при Фермопилах женился на дагомейской королеве»...

– О, это уж по моей части! – воскликнула племянница. – Такие тома я могла бы сочинить.

– Ну, в нашей библиотеке будут и твои сочинения, все, что ты когда-либо говорила, и все, что скажешь в будущем.

– Ах, тогда уж лучше не устраивай твоей библиотеки...

– Не бойся: эти сочинения твои появятся не за одной лишь твоей подписью, но и за подписью Гёте и вообще с обозначением всевозможных имен, какие только существуют на свете. А наш друг журналист найдет здесь за своей ответственной подписью статьи, которые нарушают все законы о печати, так что целой жизни не хватит, чтобы за них отсидеть.

Здесь будет его книга, в которой после каждого предложения заявляется, что оно ложно, и другая его книга, в которой после тех же самых фраз следует клятвенное подтверждение их истинности.

– Ладно, – воскликнул Буркель со смехом. – Я так и знал, что ты меня подденешь. Нет, я не абонируюсь в библиотеке, где невозможно отличить истину от лжи, подлинное от фальшивого. Миллионы томов, притязающие на правдивое изложение истории Германии в XX веке, будут все противоречить один другому. Нет, благодарю покорно!



– А разве я говорил, что легко будет отыскивать в библиотеке все нужное? Я только утверждал, что можно в точности определить число томов нашей универсальной библиотеки, где наряду со всевозможными нелепостями будет также вся осмысленная литература, какая только может существовать.

– Ну, подсчитай же, наконец, сколько это составит томов, – сказала хозяйка. – Чистый листок бумаги, я вижу, скупает в твоих пальцах.

– Расчет так прост, что его можно выполнить и в уме. Как составляем мы нашу библиотеку? Помещаем сначала однократно каждую из сотни наших литер. Затем присоединяем

к каждой из них каждую из ста литер, так что получаем сотню сотен групп из двух букв. Присоединив в третий раз каждую литеру, получаем  $100 \times 100 \times 100$  групп из трех знаков, и т. д. А так как мы должны заполнить миллион мест в томе, то будем иметь такое число томов, какое получится, если взять число 100 множителем миллион раз. Но  $100 = 10 \times 10$ ; поэтому составитя то же, что и от произведения двух миллионов десятков. Это, проще говоря, единица с двумя миллионами нулей. Записываю результат так: десять в двухмиллионной степени —

$$10^{2\,000\,000}.$$

Профессор поднял руку с листком бумаги<sup>4</sup>.

— Да, вы, математики, умеете-таки упрощать свои записи, — сказала хозяйка. — Но напиши-ка это число полностью.

— О, лучше и не начинать; пришлось бы писать день и ночь две недели подряд, без передышки.

Если бы его напечатать, оно заняло бы в длину четыре километра.

— Уф! — изумилась племянница. — Как же оно выговаривается?

— Для таких чисел и названий нет. Никакими средствами невозможно сделать его хоть сколько-нибудь наглядным, — настолько это множество огромно, хотя и безусловно конечно. Все, что мы могли бы назвать из области невообразимо больших чисел, исчезающе мало рядом с этим числовым чу-

---

<sup>4</sup> См. примечание 1 на стр. 33.

довищем.

– А если бы мы выразили его в триллионах? – спросил Буркель.

– Триллион – число внушительное: единица с 18 нулями. Но если ты разделишь на него число наших томов, то от двух миллионов нулей отпадает 18. Останется единица с 1 999 982 нулями, – число столь же непостижимое, как и первое. Впрочем... – профессор сделал на листке бумаги какие-то выкладки.

– Я была права: без письменного вычисления не обойдется, – заметила его жена.

– Оно уже кончено. Могу теперь иллюстрировать наше число. Допустим, что каждый том имеет в толщину 2 сантиметра и все тома расставлены в один ряд. Какой длины, думаете вы, будет этот ряд?

Он с торжеством взирал на молчащих собеседников. Последовало неожиданное заявление племянницы:

– Я знаю, какую длину займет ряд. Сказать?

– Конечно.

– Вдвое больше сантиметров, чем томов.

– Bravo, bravo! – подхватили кругом. – Точно и определенно.

– Да, – сказал профессор, – но попытаемся представить это наглядно. Вы знаете, что свет пробегает в секунду 300 000 километров, т. е. в год 10 миллиардов километров, или триллион сантиметров. Если, значит, библиотекарь будет

мчаться вдоль книжного ряда с быстротой света, то за два года он успеет миновать всего только один триллион томов. А чтобы обозреть таким манером всю библиотеку, понадобилось бы лет дважды единица с 1 999 982 нулями. Вы видите, что даже число лет, необходимое для обозрения библиотеки, столь же трудно себе представить, как и число самих томов. Здесь яснее всего сказывается полная бесполезность всяких попыток наглядно представить себе это число, хотя повторяю, оно и конечно.

Профессор хотел было уже отложить листок, когда Буркель сказал:

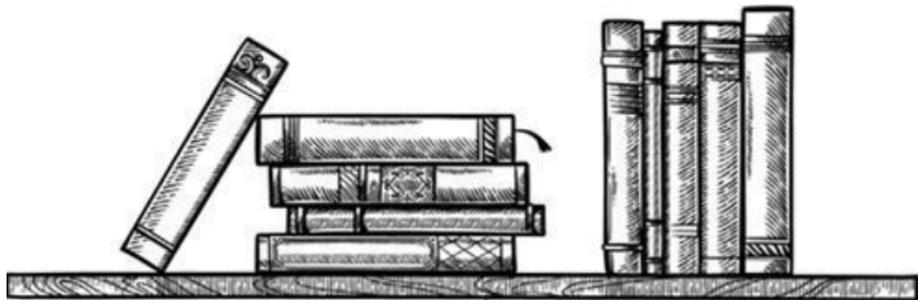
– Если собеседницы наши не запротестуют, я позволю себе задать еще только один вопрос. Мне кажется, что для придуманной тобою библиотеки не хватит места в целом мире.

– Это мы сейчас узнаем, – сказал профессор и снова взялся за карандаш. Сделав выкладки, он объявил:

– Если нашу библиотеку сложить так, чтобы каждые 1000 томов заняли один кубический метр, то целую Вселенную, до отдаленнейших туманностей, пришлось бы заполнить такое число раз, которое короче нашего числа томов всего лишь на 60 нулей<sup>5</sup>. Словом, я был прав: никакими средствами невозможно приблизиться к наглядному представлению этого исполинского числа.

---

<sup>5</sup> См. примечание 2 на стр. 34.



## Примечания редактора

*Примечание 1.* Это поразжающее вычисление нередко фигурирует в книгах по теории вероятности. Французский математик Э. Борель в своей известной книге «Случай» придает ему следующую форму. Предположим, что число знаков, употребляемых в письме, считая также знаки препинания и т. п., равняется 100; книга среднего размера содержит менее миллиона типографских знаков. Спрашивается: какова вероятность вынуть целую книгу, выбирая наудачу по одной букве? Очевидно, вероятность того, чтобы вынутая буква была первой буквой книги, равна  $1/100$ ; она также равна  $1/100$  для того, чтобы вторая вынутая буква была второй буквой книги; а так как эти две вероятности независимы, то вероятность, что случатся оба события, равна

$$\frac{1}{100} \times \frac{1}{100} = \left(\frac{1}{100}\right)^2$$

То же самое рассуждение можно повторить и для третьей буквы, для четвертой и т. д. Если их миллион, то вероятность, что случай даст именно их, равна произведению миллиона множителей, из которых каждый равен одной сотой; оно равно

$$\left(\frac{1}{100}\right)^{1\,000\,000} = 10^{-2\,000\,000}$$

*Примечание 2.* В этом расчете нет преувеличения: он вполне точен для тех представлений о размере Вселенной, которые господствовали в момент написания рассказа. Интересно повторить вычисление, исходя из современных представлений.

Согласно новейшим исследованиям астронома Кертиса, самые далекие объекты Вселенной – спиральные туманности – расположены от нас на расстоянии 10 миллионов световых лет. Световой год, т. е. путь, проходимый светом в течение

года, равен, круглым числом, 10 миллиардам километров, т. е. 10<sup>13</sup> км.

Следовательно, радиус видимой Вселенной мы можем считать равным

$$10^{13} \times 10^7 = 10^{20} \text{ километрам,}$$

$$\text{или } 10^{20} \times 1000 = 10^{23} \text{ метрам.}$$

Объем такого шара в куб. метрах равен

$$\frac{4}{3}\pi(10^{23})^3 = \text{около } 4 \times 10^{69} \text{ куб. метров.}$$

Считая по 1000 томов в куб. метре объема, узнаем, что Вселенная указанных размеров могла бы вместить только

$$4 \times 10^{69} \times 1000 = 4 \times 10^{72} \text{ томов.}$$

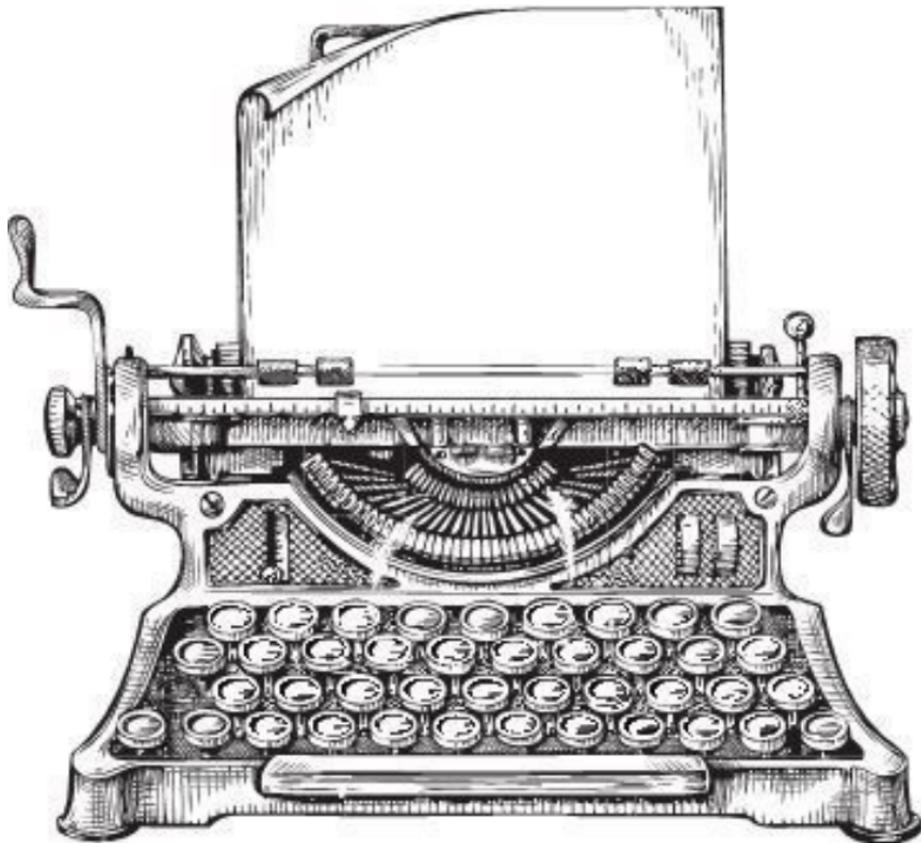
Следовательно, разделив все число томов «универсальной библиотеки» на это число, мы сократили бы ряд нулей на 73; разница между этим результатом и приведенным в рассказе, как видим, несущественна.

### *Примечание 3. Литературная машина*

Идея «литературной машины» – без гениев искусства и науки, чисто механическим путем получить величайшие

произведения мировой литературы и науки, овладеть всеми будущими открытиями и изобретениями – бесспорно, несбыточна.

При невообразимо огромном числе всех возможных сочетаний оттисков эта вероятность еще более ничтожна, чем вероятность случайно наткнуться на один определенный электрон среди всех электронов Вселенной. Число электронов во Вселенной неизмеримо меньше, чем общее число возможных оттисков нашей машины.



Но пусть даже осуществилось несбыточное, пусть случилось чудо, и в наших руках имеется сообщение о научном открытии, появившееся из-под машины без участия творческой мысли. Сможем ли мы этим открытием воспользоваться?

Нет, мы даже не сможем признать этого открытия. Ведь у нас не будет критерия, который позволил бы нам отличить

истинное открытие от многих мнимых, столь же авторитетно возвещаемых в процессе работы нашей машины. Пусть, в самом деле, машина дала нам отчет о превращении ртути в золото. Наряду с правильным описанием этого открытия будет столько же шансов иметь множество неправильных его описаний, а кроме того, описаний и таких невозможных процессов, как превращение меди в золото, марганца в золото, кальция в золото и т. д. и т. д. Оттиск, утверждающий, что превращение ртути в золото достигается при высокой температуре, ничем не отличается от оттиска, предписывающего прибегнуть к низкой температуре, причем могут существовать варианты оттисков с указанием всех температур от минус  $273^{\circ}$  до бесконечности. С равным успехом могут появиться из-под машины указания на необходимость пользоваться высоким давлением (тысячи вариантов), электризацией (опять тысячи вариантов), разными кислотами (снова тысячи и тысячи вариантов) и т. п.



Как при таких условиях отличить подлинное открытие от мнимого? Пришлось бы тщательно проверять на опыте каждое указание (кроме, конечно, явно нелепых), т. е. проделать такую огромную лабораторную работу, которая совершенно обесценила бы идеи «литературной» машины. Точно так же пришлось бы проделать обширные исторические изыскания, чтобы проверить правильность каждого исторического факта, утверждаемого каким-нибудь продуктом механического производства открытий. Словом, ввиду полной невозможности отличать истину ото лжи, подобный «механический» способ двигать науку вперед был бы совершенно бесполезен, даже если бы каким-нибудь чудом удалось дождаться осмысленного оттиска.

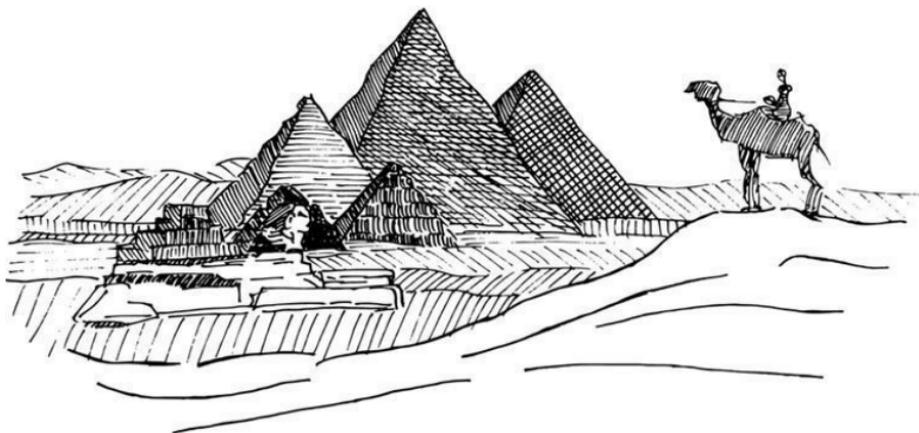
Интересно отметить здесь следующий расчет Бореля (из книги «Случай»): вероятность выпадения орла 1000 раз подряд при игре в орлянку равна  $21000$ , т. е. числу, содержащему около 300 цифр. Этот шанс приблизительно таков же, как и шанс получить две первых строки определенного стихотворения, вынимая наудачу из шапки буквы по следующему способу: в шапке 25 букв, одна из них вынимается, записывается и кладется обратно в шапку, после встряхивания вынимается вторая и т. д. Строго говоря, получить таким образом две первых строки определенного стихотворения вполне возможно. «Однако, – замечает Борель, – это представляется нам до такой степени маловероятным, что если бы подобный опыт удался на наших глазах, мы считали бы это плутовством»<sup>6</sup>.

---

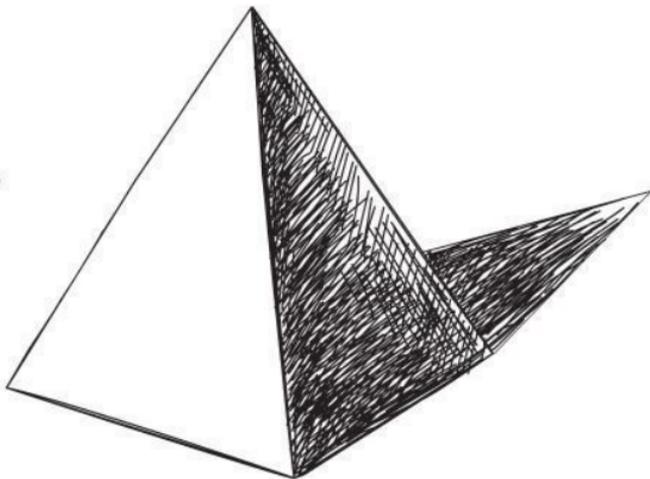
<sup>6</sup> Единственное, для чего может, пожалуй, пригодиться механический способ составления фраз из отдельных букв – это подыскание так называемых «анаграмм». Анаграммой какого-нибудь предложения называется другая фраза, составленная из тех же самых букв, что и первая, но размещенных в ином порядке. Анаграммы могут существовать даже и для сравнительно коротких фраз. Вот любопытный пример нескольких анаграмм предложения: ПРОЛЕТАРИИ ВСЕХ СТРАН, СОЕДИНЯЙТЕСЬ! 1) Не теряйте дара своих сил, проснитесь! 2) Лида, не растеряйте своих, проснитесь! 3) Радость при Ленине, сотрясите их все! Но и эти 4 фразы приходятся на огромное число бессмысленных сочетаний тех же букв, определяемое произведением  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 30 \cdot 31 = 7$  с 33 цифрами.

# Пирамида Хеопса и ее тайны

## Я.И. Перельман



Высочайшая пирамида Древнего Египта – Хеопсова, уже пять тысячелетий обвеваемая знойным воздухом пустыни, представляет, без сомнения, самую удивительную постройку, сохранившуюся от Древнего мира. Высотой почти в полтора метра, она покрывает своим основанием площадь в 40 тысяч квадратных метров и сложена из двухсот рядов исполинских камней. Сто тысяч рабочих в течение 30 лет трудились над возведением этого сооружения, – сначала подготавливая 10 лет дорогу для перевозки камней от каменоломни до места постройки, а затем громоздя их 20 лет друг на друга с помощью несовершенных машин того времени.



Еще удивительнее другое соотношение: если сторону основания пирамиды разделить на точную длину года – 365,2422 суток, то получается как раз 10-миллионная доля земной полуоси, с точностью, которой могли бы позавидовать современные астрономы...

Далее: высота пирамиды составляет ровно миллиардную долю расстояния от Земли до Солнца – величины, которая европейской науке стала известна лишь в конце XVIII века. Египтяне 5000 лет назад знали, оказывается, то, чего не знали еще ни современники Галилея и Кеплера, ни ученые эпохи Ньютона. Неудивительно, что изыскания этого рода породили на Западе обширную литературу.

А между тем все это – не более как пустая игра цифрами. Дело представится совсем в другом свете, если подойти к нему с элементарными правилами оценки результатов приближенных вычислений.

Рассмотрим же по порядку те примеры, которые мы привели:

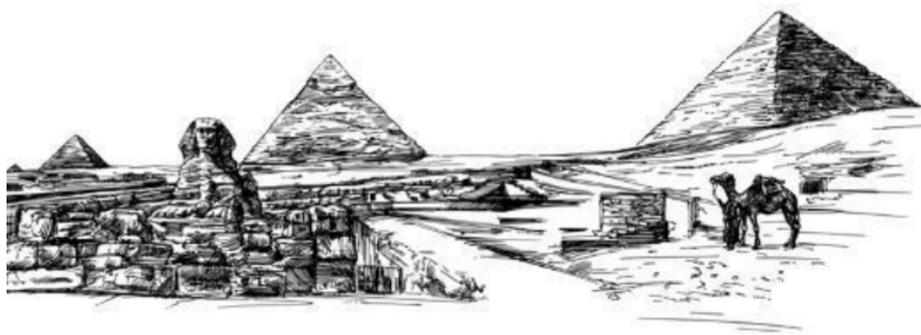
1) О числе «Пи». Арифметика приближенных чисел утверждает, что если в результате действия деления мы желаем получить число с шестью верными цифрами (3,14159), мы должны иметь в делимом и делителе, по крайней мере, столько же верных цифр. Это значит, в применении к пирамиде, что для получения шестизначного «пи» надо было измерить стороны основания и высоту пирамиды с точностью до миллионных долей результата, т. е. до одного миллиметра. Астроном Море приводит для высоты пирамиды – 148,208 м, на первый взгляд как будто действительно с точностью до 1 мм.

Но кто поручится за такую точность измерения пирамиды? Вспомним, что лаборатория Палаты мер и весов, где производятся точнейшие в мире измерения, не может при измерении длины добиться такой точности (она получает при измерении длины лишь 6 верных цифр). Понятно, насколько грубее может быть выполнено измерение каменной громады в пустыне. К тому же истинных, первоначальных размеров пирамиды давно нет в природе, так как облицовка ее выветрилась и никто не знает, какой она была толщины.

Чтобы быть добросовестным, надо брать размеры пирамиды в целых метрах; а тогда получается довольно грубое «Пи», — не более точное, чем то, которое мы извлекаем из математического папируса Ринда.

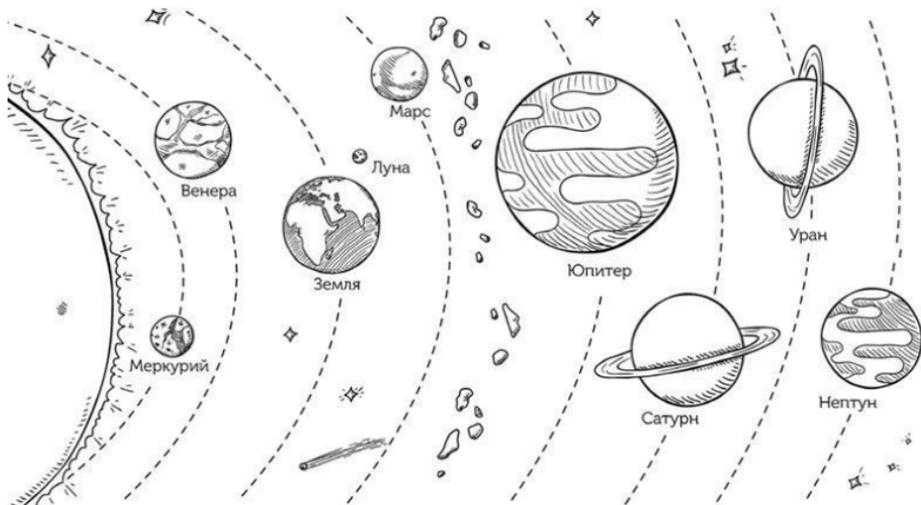
Если пирамида действительно есть каменное воплощение числа «Пи», то воплощение это, как видим, далеко не совершенное. Но вполне допустимо, что пирамида не сооружена ради выражения именно этого соотношения. В пределы приближенных трехзначных выражений для размеров пирамиды хорошо укладываются и другие допущения.

Возможно, например, что для высоты пирамиды было взято  $2/3$  ребра пирамиды или  $2/3$  диагонали ее основания. Вполне допустимо и то соотношение, которое было указано Геродотом: что высота пирамиды есть квадратный корень из площади боковой грани. Все это догадки, столь же вероятные, как и «гипотеза Пи».



2) Следующее утверждение касается продолжительности года и длины земного радиуса: если разделить сторону основания пирамиды на точную длину года (число из 7 цифр), то получим в точности 10-миллионную долю земной оси (число из 5 цифр). Но раз мы уже знаем, что в делимом у нас не больше трех верных цифр, то ясно, какую цену имеют здесь эти 7 и 5 знаков в делителе и в частном. Арифметика уполномочивает нас в этом случае только на 3 цифры в длине года и земного радиуса. Год в 365 суток и земной радиус около 6400 километров – вот числа, о которых мы вправе здесь говорить.

3) Что же касается расстояния от Земли до Солнца, то здесь недоразумение иного рода. Странно даже, как приверженцы теории могут не замечать допускаемой ими здесь логической ошибки. Ведь если, как они утверждают, сторона пирамиды составляет известную долю земного радиуса, а высота – известную долю основания, то нельзя уже говорить, будто та же высота составляет определенную долю расстояния до Солнца. Что-нибудь одно – либо то, либо другое. А если случайно тут обнаруживается любопытное соответствие, то оно испокон веков существовало в нашей планетной системе, и никакой заслуги египтян в этом быть не может.



Сторонники рассматриваемой теории идут еще далее: они утверждают, что масса пирамиды составляет ровно одну тысячебиллионную долю массы земного шара. Это соотношение, по их мнению, не может быть случайным и свидетельствует о том, что древнеегипетские жрецы знали не только геометрические размеры нашей планеты, но и задолго до Ньютона и Кавендиша исчислили ее массу, «взвесили» земной шар.

Однако здесь та же нелогичность, что и в примере с расстоянием от Земли до Солнца. Совершенно нелепо говорить о том, будто масса пирамиды «выбрана» в определенном соответствии с массой земного шара. Масса пирамиды определилась с того момента, как назначены были размеры ее основания и высоты. Нельзя одновременно сообразовать вы-

соту пирамиды с основанием, составляющим определенную долю земного радиуса, – и независимо от этого ставить ее массу в связь с массой Земли. Одно определяется другим. Значит, должны быть отвергнуты всякие домыслы о знании египтянами массы земного шара. Это – не более как числовая эквилибристика.

Искусно оперируя с числами, опираясь на случайные совпадения, можно доказать, пожалуй, все что угодно. Один французский астроном, ради шутки, доказывал, что строители большой пирамиды были знакомы с числом  $e$  – основанием натуральных логарифмов. Он ссылаясь на следующее соотношение в размерах пирамиды: длина полудиagonали основания, выраженная в 10-миллионных долях четверти земного меридиана (т. е. в метрах), состоит из тех же цифр, идущих, кроме того, в том же порядке, что и квадратный корень из числа  $e$ ...

Чем это доказательство хуже тех, которые приводятся приверженцами «математической теории пирамиды»?

Мы видим, на каких шатких основаниях покоится легенда о непостижимой учености строителей большой пирамиды. А попутно мы имеем тут и маленькую наглядную демонстрацию пользы того отдела арифметики, который занимается приближенными числами.

# История одной игры

## Вильгельм Аренс



### I

Около полувека назад – в конце 70-х годов – вынырнула в Соединенных Штатах одна игра, «игра в 15»; она быстро распространилась по всему цивилизованному миру и, благодаря несчетному числу усердных игроков, которых она заполонила, превратилась в настоящее общественное бедствие, в истинный бич человечества. Заглавный рисунок, заимствуе-

мый из одного американского сочинения, изображает эту игру: коробку с 15 шашками, перенумерованными от 1 до 15, и одним свободным полем. Перед ящиком мы видим жертву игорной страсти, одного из многочисленных одержимых этой манией; в разгар полевых работ он, поддавшись внезапно приступу игорной лихорадки, кинулся на колени перед демоном, которому поклонялся.

# Конец ознакомительного фрагмента.

Текст предоставлен ООО «ЛитРес».

Прочитайте эту книгу целиком, [купив полную легальную версию](#) на ЛитРес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.