

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
**«ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

---

**Ю.И. Тюрин, И.П. Чернов, Ю.Ю. Крючков**

# **ФИЗИКА**

## **ОПТИКА**

*Допущено Научно-методическим советом по физике Министерства  
образования и науки Российской Федерации в качестве учебника  
для студентов высших учебных заведений, обучающихся  
по техническим направлениям подготовки и специальностям*

Издательство  
Томского политехнического университета  
2009

УДК 53(075.8+535)  
ББК 22.34я73  
Т98

**Тюрин Ю.И.**

Т98      Физика. Оптика: учебник / Ю.И. Тюрин, И.П. Чернов, Ю.Ю. Крючков. — Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2009. — 240 с.

ISBN 5-98298-434-5

Учебник, классический по построению и содержанию, представляет курс лекций по физике, направленный на выработку у студентов практических навыков использования фундаментальных физических законов для решения профессиональных задач. Основное внимание уделено раскрытию физического смысла геометрической и волновой оптики, поляризации света, современному научному, практическому и технологическому применению оптических явлений.

Разработан в рамках реализации Инновационной образовательной программы ТПУ по направлению «Технологии водородной энергетики, энергосбережение и возобновляемые источники энергии» и предназначен для преподавателей, студентов, бакалавров и магистров технических университетов.

**УДК 53(075.8+535)**  
**ББК 22.34я73**

*Рецензенты*

Доктор физико-математических наук, профессор  
зав. кафедрой общей и экспериментальной физики ТГУ  
*В.П. Демкин*

Доктор физико-математических наук, профессор  
зав. кафедрой прикладной и теоретической физики НГТУ  
*В.Г. Дубровский*

Академик РАН  
главный научный сотрудник Института теплофизики СО РАН  
*В.Е. Накоряков*

ISBN 5-98298-434-5      © ГОУ ВПО «Томский политехнический университет», 2009  
© Тюрин Ю.И., Чернов И.П., Крючков Ю.Ю., 2009  
© Оформление. Издательство Томского политехнического университета, 2009

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ .....	6
1. РАЗВИТИЕ ОПТИКИ .....	8
2. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА .....	19
2.1. Введение .....	19
2.2. Принцип наименьшего времени Ферма в геометрической оптике ..	22
2.3. Законы геометрической оптики .....	30
2.3.1. Прямолинейное распространение света .....	30
2.3.2. Независимость световых лучей .....	33
2.3.3. Отражение света .....	33
2.3.4. Преломление света .....	36
2.4. Применения принципа Ферма .....	41
2.5. Фокусное расстояние сферической поверхности .....	46
2.6. Сферическое зеркало .....	50
2.7. Призма .....	51
2.8. Фокусное расстояние линзы .....	53
2.9. Увеличение линзы .....	55
2.10. Рассеивающие линзы .....	56
2.11. Простейшие оптические системы .....	57
2.11.1. Лупа .....	57
2.11.2. Очки .....	58
2.11.3. Фотоаппарат .....	59
2.11.4. Микроскоп и телескоп .....	60
2.12. Основные погрешности оптической системы .....	63
2.13. Разрешающая способность .....	66
2.14. Активная оптика .....	67
Основные выводы .....	71
Упражнения .....	73
Задачи .....	74
3. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ .....	75
3.1. Введение .....	75
3.2. Принцип Гюйгенса .....	76
3.3. Интерференция волн .....	80
3.3.1. Стоячие волны .....	86
3.3.2. Стоячие волны на струне .....	88
3.3.3. Интерференция волн, излучаемых двумя точечными источниками .....	90
3.3.4. Два дипольных излучателя .....	92

3.4. Когерентность и некогерентность .....	94
3.5. Интерферометрия интенсивности .....	96
3.6. Интерференция света .....	99
3.6.1. Интерференционные опыты	
по методу деления волнового фронта .....	99
3.6.2. Опыт Юнга .....	100
3.6.3. Зеркала Френеля .....	102
3.6.4. Бипризма Френеля .....	103
3.6.5. Билинза Бийе .....	103
3.7. Деление амплитуды. Локализация интерференционных полос .....	104
3.7.1. Интерференционные полосы равного	
наклона в тонких пленках .....	105
3.7.2. Интерференционные полосы равной	
толщины в тонких пленках .....	107
3.7.3. Опыт Поля .....	110
3.7.4. Интерферометр Майкельсона .....	111
3.7.5. Кольца Ньютона .....	113
3.8. Двухлучевые интерферометры. Общие сведения .....	114
3.8.1. Интерферометр Рэлея .....	115
3.8.2. Интерферометр Жамена .....	116
3.8.3. Интерферометр Рождественского .....	117
3.9. Многолучевая интерференция. Общие сведения .....	120
3.9.1. Схема интерферометра Фабри–Перо .....	121
3.10. Нестационарная интерференция света .....	126
3.11. «Просветление» оптики .....	127
Основные выводы .....	128
Упражнения .....	129
Задачи .....	130
4. ДИФРАКЦИЯ .....	133
4.1. Введение .....	133
4.2. Поле N одинаковых осцилляторов .....	140
4.3. Дифракция на отдельной щели .....	144
4.4. Дифракционная решётка .....	146
4.5. Дисперсия дифракционной решётки .....	152
4.6. Разрешающая способность дифракционной решётки .....	153
4.7. Дифракция Френеля. Зоны Френеля .....	156
4.8. Дифракция Фраунгофера на круглом отверстии	
(дифракция в параллельных лучах) .....	160
4.9. Оптические приборы и их разрешающая способность .....	162
4.10. Дифракционное рассеяние .....	167
4.11. Голография .....	171
4.12. Дифракция рентгеновских лучей .....	175
Основные выводы .....	178
Упражнения .....	180
Задачи .....	181

5. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА .....	185
5.1. Введение .....	185
5.2. Виды поляризации световых волн .....	186
5.3. Поляризаторы .....	195
5.4. Закон Малюса .....	199
5.5. Поляризация при отражении .....	204
5.6. Поляризация рассеянного света .....	206
5.7. Двойное лучепреломление .....	206
5.8. Оптическая активность .....	217
5.9. Интерференция поляризованных лучей .....	220
5.10. Эффект Керра .....	223
5.11. Эффект Фарадея .....	225
5.12. Поляризационные устройства .....	227
5.13. Жидкокристаллические мониторы .....	230
Основные выводы .....	235
Упражнения .....	237
Задачи .....	238

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Существует настоятельная потребность в курсе лекций по физике для технических университетов, который бы сочетал разумную глубину и академичность изложения наряду с широтой и практической направленностью включенного в него материала. Выпускник технического университета обязан профессионально владеть одной из основных фундаментальных дисциплин – физикой и твердо усвоить принципы и подходы естественных наук, обеспечившие ускоренное продвижение человечества по пути прогресса на протяжении многих веков.

Успешное применение фундаментальных физических понятий, воспитание уверенности в незыблемости физических законов, в пределах выполнения условий их применимости, понимание принципа преемственности и естественности развития физической науки происходят в процессе творческого развития у студентов практических навыков. Формирование и закрепление практических навыков возможно при пояснении на разнообразных примерах наиболее сложных физических понятий, самостоятельном разборе упражнений и решении задач, ясных и понятных по своей постановке, актуальных по значению и вместе с тем имеющих далеко не очевидные решения. Физика является профессиональным рабочим инструментом в руках инженера. Использование физики в повседневной практической деятельности не только не должно пугать выпускника технического университета, но, напротив, должно доставлять ему эстетическую и профессиональную радость творчества и сознание собственной значимости и состоятельности. Достижение этой цели предполагает продолжительный, нелегкий и вдумчивый путь познания. На этом пути студент не только учится ориентироваться в современном мире, но и вырабатывает навык получения новых научных результатов, решения практических проблем и формирует уверенную позицию по отношению к псевдонаучным откровениям.

Решение поставленных проблем в курсе лекций для технических университетов возможно, на наш взгляд, при использовании в нем лучших достижений и находок замечательных учебников физики россий-

ских, советских и зарубежных ученых и педагогов, преломленных через призму многолетнего личного опыта преподавания физики и активной творческой научно-практической работы в техническом университете. При написании данного курса физики мы старались использовать интересные научно-методические результаты известных авторов: Д.В. Сивухина, А.Н. Матвеева, И.В. Савельева, Р. Фейнмана, Дж. Орира, К.А. Путилова, Л.Д. Ландау, Я.Б. Зельдовича и других. Нашей целью была не «патентная чистота» и новизна курса, а его повседневная практическая польза и удобство, возможность выбора для преподавателя и студента в рамках одного учебника различных траекторий обучения в техническом университете. Нам хотелось совместить в учебнике разумную фундаментальность подходов с выработкой практических навыков использования физической теории для решения научно-исследовательских, инженерно-технических и мировоззренческих задач современного мира. По мере возможности мы старались показать ясность и даже очевидность многих физических результатов, но стремились не загромождать пути движения к физически верному результату безукоризненностью терминологии и отточенностью методологии. Это, на наш взгляд, отличает живую научную дисциплину от начетничества, живую науку – физику от канонизированного подхода. Вначале студент должен понять, о чем идет речь, а затем придет время и строгого доказательного изложения.

Авторы признательны В.М. Толмачеву, взявшему на себя огромный труд по научно-методическому редактированию рукописи, и с пониманием и благодарностью воспримут замечания и предложения, способствующие улучшению курса.

## 1. РАЗВИТИЕ ОПТИКИ

Оптика (от греч. *optike* — *наука о зрительных восприятиях*) — раздел физики, в котором изучаются оптическое излучение (свет), его распространение и явления, наблюдаемые при взаимодействии света и вещества. Оптическое излучение представляет собой электромагнитные волны, и поэтому оптика — часть общего учения об электромагнитном поле. Оптический диапазон длин волн  $\lambda$  ограничен, с одной стороны, рентгеновскими лучами, а с другой — микроволновым диапазоном радиоизлучения. Такое ограничение условно и в значительной степени определяется общностью технических средств и методов исследования явлений в указанном диапазоне.

По традиции оптику принято подразделять на геометрическую, физическую и физиологическую.

Геометрическая оптика, не рассматривая вопрос о природе света, исходит из эмпирических законов его распространения и использует представление о световых лучах, преломляющихся и отражающихся на границах сред с разными оптическими свойствами и прямолинейных в оптически однородной среде.

Методы геометрической оптики позволяют изучать условия формирования оптических изображений объекта как совокупности изображений отдельных его точек и объяснить многие явления, связанные с прохождением оптического излучения в различных средах, в том числе неоднородных (например, искривление лучей в земной атмосфере вследствие непостоянства ее показателя преломления, образование миражей, радуг и т. д.). Наибольшее значение геометрическая оптика имеет для расчета и конструирования оптических приборов — от очковых линз до сложных объективов и огромных астрономических инструментов.

Физическая оптика рассматривает проблемы, связанные с процессами испускания света, природой света и световых явлений. Утверждение, что свет есть поперечные электромагнитные волны, явилось результатом огромного числа экспериментальных исследований дифракции света, интерференции света, поляризации света, распространения



света в анизотропных средах. Совокупность явлений, в которых проявляется волновая природа света, изучается в крупном разделе физической оптики – волновой оптике. Ее математическим основанием служат общие уравнения классической электродинамики – уравнения Максвелла. Свойства среды при этом характеризуются макроскопическими материальными константами – значениями диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  и магнитной проницаемости  $\mu$ , входящими в уравнения Максвелла в виде коэффициентов. Эти значения однозначно определяют показатель преломления среды:  $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ .

Волновая оптика позволяет объяснить все эмпирические законы геометрической оптики и установить границы ее применимости. В отличие от геометрической, волновая оптика дает возможность рассматривать процессы распространения света не только при размерах, формирующих (или рассеивающих) световые пучки систем, значительно больших длины волны излучения, но и при любом соотношении между ними.

В классической волновой оптике параметры среды считаются не зависящими ни от интенсивности света, ни от времени. Однако во многих случаях, особенно при больших интенсивностях световых потоков, это предположение несправедливо: показатель преломления зависит от напряженности поля световой волны (нелинейная поляризуемость вещества). Это приводит к совершенно новым явлениям и закономерностям, таким как изменение угла преломления светового пучка на границе двух сред при изменении его интенсивности, сжатие и расширение световых пучков (самофокусировка света и его самодефокусировка), изменение спектрального состава света, проходящего через нелинейную среду, взаимодействие световых пучков в результате модуляции светом величин  $\epsilon$  и появление в излучении комбинационных частот. Эти явления рассматриваются нелинейной оптикой, получившей большое практическое значение в связи с созданием лазеров.

Хорошо описывая распространение света в материальных средах, волновая оптика не смогла удовлетворительно объяснить процессы его испускания и поглощения. Исследование этих процессов (фотоэффекта, фотохимических превращений молекул, закономерностей спектров оптических и пр.) и общие термодинамические соображения о взаимодействии электромагнитного поля с веществом привели к выводу, что элементарная система (атом, молекула) может испускать или поглощать энергию электромагнитного поля лишь дискретными порциями (квантами), пропорциональными частоте излучения  $\nu$ . Поэтому свето-

вому электромагнитному полю сопоставляется поток квантов света — фотонов, распространяющихся в вакууме со скоростью света. В простейшем случае энергия, теряемая или приобретаемая изолированной квантовой системой при взаимодействии с оптическим излучением, равна энергии фотона  $h\nu$ , а в более сложном — сумме или разности энергий нескольких фотонов. Эффекты, в которых при взаимодействии света и вещества проявляются квантовые свойства элементарных систем, рассматриваются квантовой оптикой методами, развитыми в квантовой механике и квантовой электродинамике.

Двойственность природы света — наличие у него одновременно характерных черт, присущих и волнам, и частицам, — является частным случаем корпускулярно-волнового дуализма. Эта концепция была впервые сформулирована именно для оптического излучения; она утвердилась как универсальная для всех частиц микромира после обнаружения волновых свойств у материальных частиц (дифракция частиц) и лишь затем была экспериментально подтверждена для радиоизлучения (квантовая электроника). В физической оптике сформировалось новое направление, связанное с генерированием вынужденного излучения и созданием квантовых усилителей и квантовых генераторов излучения (мазеров и лазеров). В отличие от неупорядоченного светового поля обычных (тепловых и люминесцентных) источников, излучение лазеров обладает большой временной и пространственной когерентностью, высокой монохроматичностью ( $\Delta\nu/\nu$  достигает  $\sim 10^{-14}$ ), предельно малой, почти дифракционной расходимостью пучка и при фокусировке позволяет получать недостижимые ни для каких других источников напряженности электрического поля, превышающие внутриатомные. Появление лазеров стимулировало пересмотр и развитие традиционных и возникновение новых направлений физической оптики. Оказалось возможным практически реализовать идеи голографии, большую роль стали играть исследования статистики излучения (статистическая оптика), сформировалась как самостоятельный раздел нелинейная оптика, получили развитие методы создания узконаправленных когерентных пучков света и управления ими (когерентная оптика), в т. ч. методы и средства автоматического управления оптическими системами, позволяющие компенсировать искажения световых пучков, проходящих через неоднородные среды (адаптивная оптика). В этом плане большой интерес представляет обнаруженное и технически реализованное в различных вариантах явление обращения волнового фронта. Особую важность приобрело изучение круга явлений, связанных с воз-

действием интенсивных световых потоков на вещество, и начала быстро развиваться лазерная технология. Развитие лазерной техники привело к новому подходу при создании оптических элементов и систем и, в частности, потребовало разработки новых оптических материалов, пропускающих без их повреждений интенсивные световые потоки (силовая оптика).

**Практические применения.** Все разделы оптики имели и имеют многочисленное практическое применение. Задачи рационального освещения улиц, помещений, рабочих мест на производстве, зрелищ, исторических и архитектурных памятников и пр. решаются светотехникой на основе геометрической оптики и фотометрии с учетом законов физиологической оптики, при этом используются достижения физической оптики (например, для создания люминесцентных источников света) и оптической технологии (изготовление зеркал, светофильтров, экранов и т. д.). Оптика решает задачи получения в различных спектральных областях изображений, соответствующих оригиналам, как по геометрической форме, так и по распределению яркости. Например, геометрическая оптика с привлечением физической оптики дает ответ на вопрос, как следует построить оптическую систему, чтобы каждая точка объекта изображалась также в виде точки при сохранении геометрического подобия изображения объекту. Она указывает на источники искажений изображения и их уровень в реальных оптических системах.

Возможности получения оптических образов без применения фокусирующих систем рассматривает голография, в основу которой положена идея об однозначной связи формы тела с пространственным распределением амплитуд и фаз распространяющихся от него (рассеянных им) световых волн. Для регистрации распределения амплитуд и фаз поля в голографии используется монохроматическое излучение. Поэтому бурное развитие голографии связано с открывшимися в результате разработки лазеров возможностями получать интенсивные когерентные оптические поля, а также с ее широкими практическими применениями (изучение плазмы, исследование деформации тел, распознавание образов, обработка информации и т. д.).

Оптические явления и методы, разработанные в оптике, широко применяются для аналитических целей и контроля в самых различных областях науки и техники. Особенно большое значение имеют методы спектрального анализа и люминесцентного анализа, основанные на связи спектров испускания, поглощения и рассеяния со структурой атомов и молекул и внутри- и межмолекулярными взаимодействиями.

По виду спектров и их изменению со временем или под действием на вещество внешних факторов можно установить атомный и молекулярный состав, агрегатное состояние и внутреннюю структуру вещества, проследить за кинетикой и деталями протекающих в нем физических и химических процессов. Современное развитие спектроскопии тесно связано с использованием лазеров, которые не только расширили возможности ее классических разделов, но и привели к развитию нового направления – линейной и нелинейной лазерной спектроскопии.

Достижения в области генерирования сверхкоротких (пико- и фемтосекундных) световых импульсов определили прогресс спектроскопии пикосекундных импульсов, позволяющей исследовать кинетику быстропротекающих внутри- и межмолекулярных процессов, в частности в биологических объектах. Большое практическое значение имеют дистанционное зондирование атмосферы с помощью лазерных устройств (лидары) и определение присутствия в ней малых примесей различных веществ.

Уникальной чувствительностью обладают измерительные устройства, использующие интерференцию света. Интерферометры широко применяют для измерений длин волн и изучения структуры спектральных линий, определения показателей преломления прозрачных сред, абсолютного и относительного измерений длин, измерений угловых размеров звезд и других космических объектов. В промышленности интерферометры используют для контроля качества и формы поверхностей, регистрации небольших смещений, обнаружения по малым изменениям показателя преломления непостоянства температуры, давления или состава вещества и т. д. Созданы лазерные интерферометры с уникальными характеристиками, расширившие возможности интерференционных методов за счет большой мощности и высокой монохроматичности излучения лазеров.

Явление поляризации света лежит в основе ряда методов исследования структуры вещества с помощью многочисленных поляризационных приборов. По изменению степени поляризации (деполяризации) света при рассеянии и люминесценции можно судить о тепловых и структурных флуктуациях в веществе, флуктуациях концентрации растворов, о внутри- и межмолекулярной передаче энергии, структуре и расположении излучающих центров и т. д. Широко применяются поляризационно-оптический метод исследования напряжений, возникающих в твердых телах (например, при механических нагрузках), по изменению поляризации прошедшего через тело света, а также метод ис-

следования свойств поверхности тел по изменению поляризации при отражении света (эллипсометрия). В кристаллооптике поляризационные методы используются для изучения структуры кристаллов, в химической промышленности — как контрольные при производстве оптически активных веществ (сахариметрия), в оптическом приборостроении — для повышения точности отсчетов приборов (например, фотометров).

Широкое распространение получили дифракционные решетки как диспергирующие элементы в спектральных приборах (монохроматорах, спектрографах, спектрофотометрах и др.) и как элементы резонаторов в лазерах с перестройкой частоты излучения. Они используются также в качестве ответвителей монохроматического (лазерного) излучения, велика их роль в интегральных оптических устройствах. Дифракция на ультразвуке в прозрачных средах позволяет определить упругие константы вещества, а также создать акустооптические модуляторы света, применяемые в светодальномерах, оптических локаторах и системах оптической связи.

Оптические методы, основанные на анализе рассеяния света, послужили одной из существенных основ становления молекулярной физики и ее приложений. Так, нефелометрия дает возможность получать данные о межмолекулярном взаимодействии в растворах, определять размеры и молекулярную массу макромолекул полимеров, а также частиц в коллоидных системах, взвесьях и золях. Ценные сведения о структуре уровней энергии молекул, их взаимодействии и строении вещества дает изучение комбинационного рассеяния света и рассеяния Мандельштама–Бриллюэна. Использование лазеров резко увеличило информативность спектроскопии рассеяния, привело к открытию вынужденных рассеяний и к развитию нового направления, основанного на воздействии лазерного излучения на распределение рассеивающих частиц (молекул) по энергетическим состояниям (активная лазерная спектроскопия).

Чрезвычайно широка сфера практических применений фотоэлектронных приборов, основанных на квантовых оптических явлениях, — фотоэлементов и фотоэлектронных умножителей, фотодиодов, фотоспротивлений, электронно-оптических преобразователей, передающих телевизионных трубок и т. д. Фотоэлементы используются не только для регистрации излучения, но и как устройства, преобразующие лучистую энергию Солнца в электрическую энергию (солнечные батареи). Фотохимическое действие света лежит в основе фотографии

и изучается в специальной области, пограничной между химией и оптикой, — фотохимии. Изменение оптических свойств веществ под действием света (фотохромизм) используется при разработках новых систем записи и хранения информации для нужд вычислительной техники и создания защитных светофильтров, автоматически увеличивающих поглощение света при возрастании его интенсивности.

Получение мощных потоков монохроматического лазерного излучения с разными длинами волн открыло пути к разработке методов лазерного разделения изотопов и стимулирования направленного протекания химических реакций, позволило оптике найти новые, нетрадиционные применения в биофизике (воздействие лазерных световых потоков на биологические объекты на молекулярном уровне) и медицине. В технике использование лазеров привело к появлению оптических методов обработки материалов. Благодаря возможности с помощью лазеров за короткое время концентрировать на площадках с линейными размерами  $\sim 10$  мкм большие мощности излучения, интенсивно развивается оптический метод получения высокотемпературной плотной плазмы с целью осуществления лазерного термоядерного синтеза.

Успехи оптики стимулировали развитие оптоэлектроники. В ее задачу входит разработка оптических устройств для замены элементов и отдельных блоков в вычислительных машинах, а также разработка новых подходов к решению задач вычислительной техники и обработки информации на основе принципов голографии и когерентной оптики. Технической основой оптоэлектроники является интегральная оптика, предлагающая для решения ее задач широкое использование волноводных систем и многофункциональных миниатюрных модулей с линейным и нелинейным преобразованием оптического излучения. С появлением лазеров дальнейшее развитие получили оптическая дальнометрия, оптическая локация и оптическая связь. Оптические дальнометры применяются в геодезической практике, при строительных работах и пр. Методами оптической локации было уточнено расстояние до Луны, ведется слежение за ИСЗ; по линиям лазерной оптической связи ведутся телефонные переговоры и передаются изображения. Создание световодов с малым затуханием повлекло за собой практические разработки систем кабельной оптической связи, имеющей ряд преимуществ по сравнению с электрической проводной связью.

**Физиологическая оптика** изучает строение и функционирование всего аппарата зрения — от глаза до коры мозга; разрабатывается теория

зрения, восприятия света и цвета. Результаты физиологической оптики используются в медицине, физиологии, технике при разработке разнообразных устройств – от осветительных приборов и очков до цветного кино и телевидения.

**Исторический очерк.** Древние греки (Аристотель, Платон, Евклид) нашли законы прямолинейного распространения и отражения света. В средние века стали известны эмпирические правила построения изображений, даваемых линзами; около 1590 г. З. Янсен (Z. Janssen) построил первый двухлинзовый микроскоп; в 1609 г. Г. Галилей (G. Galilei) изобрел телескоп. Точные законы преломления света были экспериментально установлены около 1620 г. В. Снеллиусом (W. Snellius) и в 1637 г. Р. Декартом (R. Descartes). Последующей формулировкой принципа Ферма (1660 г.) был завершен фундамент построения геометрической оптики.

Дальнейшее развитие оптики связано с открытиями дифракции и интерференции света [Ф. Гримальди (F.M. Grimaldi), опубликовано в 1665 г.], двойного лучепреломления [Э. Бартолин (E. Bartolin), 1669 г.] и с работами И. Ньютона (I. Newton), Р. Гука (R. Hooke) и Х. Гюйгенса (Ch. Huygens). Ньютон обращал большое внимание на периодичность световых явлений и допускал возможность их волновой интерпретации, но отдавал предпочтение корпускулярной концепции света, считая его потоком частиц, действующих на эфир. Движением световых частиц через эфир переменной плотности и их взаимодействием с материальными телами, по Ньютону, обусловлены преломление и отражение света, цвета тонких пленок, дифракция света и его дисперсия. Именно Ньютон осознал поляризацию как «изначальное» свойство света, объясняемое определенной ориентацией световых частиц по отношению к образуемому ими лучу. Х. Гюйгенс полагал, что световое возбуждение есть импульсы упругих колебаний эфира, распространяющиеся с большой, но конечной скоростью. Первое ее экспериментальное определение произвел в 1676 г. О. Ремер (O. Ch. Romer). Наибольшим вкладом Гюйгенса в оптику является принцип Гюйгенса–Френеля, а также объяснение двойного лучепреломления. Однако Гюйгенс не разработал последовательно волновую теорию света, которая выдержала бы противопоставление воззрениям Ньютона.

Победа волновой оптики связана с работами Т. Юнга (Th. Young) и О. Френеля (A. J. Fresnel). В 1801 г. Юнг сформулировал принцип интерференции, позволивший ему объяснить цвета тонких пленок. Опираясь на этот принцип, Френель по-новому истолковал принцип Гюй-

генса, дал удовлетворительное волновое объяснение прямолинейности распространения света и объяснил многочисленные дифракционные явления. В опытах Френеля и Араго (D.F. Arago) было установлено, что волны, поляризованные перпендикулярно друг другу, не интерферируют. Это дало основания высказать идею о поперечности световых колебаний, исходя из которой Френель построил теорию кристаллооптических явлений. Таким образом, все известные к тому времени оптические явления получили волновую интерпретацию. Детальная разработка представлений о свете как упругих поперечных колебаниях эфира приводила к необходимости искусственных теоретических построений (так, эфир наделялся свойствами твердого состояния и в то же время допускалось, что в нем могут свободно перемещаться тела). Эти трудности были разрешены при последовательном развитии учения Дж.К. Максвелла (J.C. Maxwell) об электромагнитном поле. Основываясь на открытии М. Фарадея (M. Faraday), Максвелл пришел к выводу, что свет есть электромагнитные, а не упругие волны.

Первым указанием на непосредственную связь электромагнетизма с оптикой было открытие Фарадеем (1848 г.) вращения плоскости поляризации света в магнитном поле (эффект Фарадея). Далее было установлено, что отношение электромагнитных и электростатических единиц силы тока по абсолютной величине и размерности совпадает со скоростью света  $c$  [В. Вебер (W. Weber) и Ф. Кольрауш (F. Kohlrausch), 1856 г.]. Максвелл теоретически показал, а Г. Герц (H.R. Hertz) в 1888 г. подтвердил экспериментально, что изменения электромагнитного поля распространяются в вакууме именно с этой скоростью.

Открытие в 1862 г. Ф. Леру (F.P. Leroux) аномальной дисперсии, которая связана с поглощением света, привело к представлению о веществе как совокупности осцилляторов, с которыми взаимодействует свет (В. Зельмейер, 1872 г.). В 90-х гг. XIX в. П. Друде (P. Drude), Г. Гельмгольц (H. Helmholtz) и Х. Лоренц (H.A. Lorentz) при разработке электронной теории строения вещества объединили идею об осцилляторах и электромагнитную теорию света. Представление об электронах как об осцилляторах, которые входят в состав атомов и молекул и способны совершать в них колебания, позволило описать многие оптические явления, в т. ч. нормальную и аномальную дисперсию. Подтверждением представлений о том, что излучение и поглощение света определяются поведением электронов в атомах, явилось открытие в 1896 г. П. Зеemanом (P. Zeeman) и истолкование в 1897 г. Лоренцем действия магнитного поля на частоты излучения и поглощения атомов (эффект



Зеемана). В полном согласии с теорией Максвелла оказалась и величина давления света, измеренная П.Н. Лебедевым в 1899 г. Электромагнитная теория света стала отправным пунктом и при создании теории относительности. Плодотворность классической электродинамической теории света Максвелла–Лоренца неоднократно подтверждалась и в дальнейшем, например, при истолковании И.Е. Таммом и И.М. Франком (1937 г.) эффекта излучения Черенкова–Вавилова, в выдвижении Д. Габором (D. Gabor, 1947 г.) идеи голографии (с записью волнового поля в одной плоскости), в разработке оригинального направления трехмерной голографии, начало которому положили работы Ю.Н. Денисюка (1962 г.) и т. д.

Электродинамическая теория, однако, оказалась недостаточной для описания процессов поглощения и испускания света. М. Планк (M. Planck), анализируя спектры излучения абсолютно черного тела, пришел к заключению (1900 г.), что элементарная колебательная система (атом, молекула) отдает волновую энергию электромагнитному полю или получает ее от него не непрерывно, а порциями, пропорциональными частоте колебаний, – квантами. Работы М. Планка и А. Эйнштейна (A. Einstein, 1905), который приписал квантам кроме энергии также импульс и массу, вернули оптике многие черты корпускулярных представлений. Интенсивность электромагнитного поля в квантовой оптике определяет вероятность обнаружения фотона, а структура поля отражает квантовую структуру ансамбля элементарных излучателей (атомов, молекул) и распределение актов излучения во времени. Таким образом, при сохранении физического смысла поля фотоны, возникающие при актах испускания света и существующие только при движении со скоростью света, приобрели черты материальных частиц. Фотонные представления позволили Эйнштейну объяснить основные законы фотоэффекта, впервые исследованные А.Г. Столетовым в 1888–1890 гг. Они дают наглядное истолкование существованию коротковолновой границы в тормозном излучении электронов, эффекту Комптона, открытому в 1923 г., стоксову сдвигу частоты излучения фотолюминесценции, комбинационному рассеянию света [открытому в 1928 г. Л.И. Мандельштамом и Г.С. Ландсбергом и независимо Ч.В. Раманом (Ch.V. Raman)] и другим явлениям взаимодействия света с веществом.

В современной оптике квантовые представления не противопоставляются волновым, а сочетаются на основе квантовой механики и квантовой электродинамики. Квантовая теория позволила дать интерпретацию спектрам атомов, молекул и ионов, объяснить воздействие элект-

трических, магнитных и акустических полей на спектры, установить зависимость характера спектра от условий возбуждения и т. д. Примером обратного влияния оптики на развитие квантовой теории может служить открытие собственного механического момента — спина — и связанного с ним собственного магнитного момента у электрона и других частиц, повлекшее за собой установление принципа Паули (1926 г.) и истолкование сверхтонкой структуры спектров (В. Паули 1928 г.).

Наибольшее важное событие современной оптики — экспериментальное обнаружение и создание методов генерации вынужденного излучения атомов и молекул. Вынужденно испущенный фотон дублирует фотон, вызвавший переход, и, если имеется активная среда с инверсией населенности, этот процесс может многократно повторяться — происходит усиление начального светового потока. Добавление к такому квантовому усилителю оптической обратной связи превращает его в оптический квантовый генератор (лазер). Первые квантовые генераторы (в сантиметровом диапазоне длин волн — мазеры) были созданы А.М. Прохоровым, Н.Г. Басовым и Ч. Таунсом (Ch. H. Townes) в 1954 г. В настоящее время (90-е гг.) используются различные методы получения инверсной населенности, строятся лазеры на твердых, жидких, газообразных и плазменных средах. Их появление стимулировало дальнейшее развитие традиционных областей оптики и привело к возникновению совершенно новых научных и технических направлений (нелинейная и параметрическая оптика, оптическая обработка материалов), сделало возможным практическую реализацию и широкое применение ранее высказанных идей (голография, управляемый термоядерный синтез, оптический компьютер).

## 2. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

### 2.1. Введение

Огромная часть информации об окружающем нас мире поступает в виде электромагнитного излучения. Свет, с помощью которого мы видим, составляет только небольшую часть спектра электромагнитных волн. Разные части спектра характеризуются разными значениями «длины волны» (рис. 2.1). По мере того как она пробегает значения в пределах спектра видимого света, цвет световых лучей меняется от красного ( $7,6 \cdot 10^{-7}$  м) до фиолетового ( $4 \cdot 10^{-7}$  м). Изучение спектра электромагнитных волн от длинных волн к коротким можно начать с радиоволн. В технике радиоволны получают в широком диапазоне длин волн. В радиовещании применяются волны длиной около 500 м, за ними идут так называемые короткие волны, далее радиолокационный диапазон, миллиметровый диапазон и т. д. Между разными диапазонами нет никаких границ. Числа, которые соответствуют разным диапазонам, и сами названия диапазонов весьма условны.

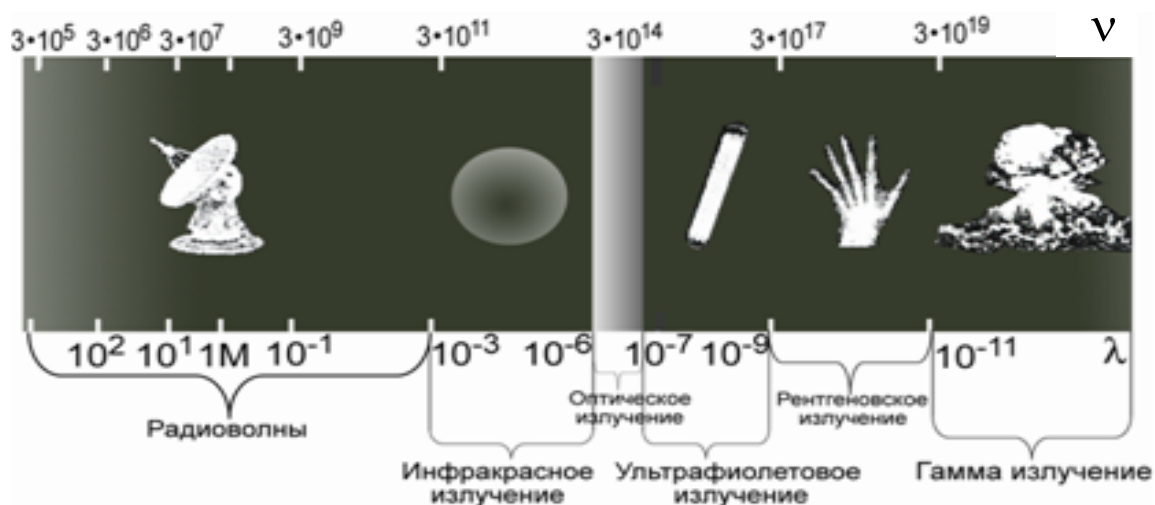


Рис. 2.1. Шкала электромагнитного излучения. По горизонтальной оси отложены: внизу — длина волны  $\lambda$ , м; вверху — частота колебаний  $\nu$ , Гц

Длины электромагнитных волн радиодиапазона заключены в пределах от 10 км до 0,001 м (1 мм). Диапазон от 1 мм до видимого излучения (т. е. 760 нм) называется инфракрасным диапазоном. Электромагнитные волны с длиной волны короче 390 нм называются ультрафиолетовыми волнами. Наконец, в самой коротковолновой части спектра лежит излучение рентгеновского и гамма-диапазона.

Всякое излучение можно рассматривать как поток квантов – фотонов, распространяющихся в вакууме со скоростью света  $c = 299\,792\,458$  м/с. Скорость света связана с длиной волны  $\lambda$  в вакууме и частотой волны  $\nu$  соотношением

$$c = \lambda \cdot \nu.$$

Энергию квантов света  $E$  можно найти, зная его частоту:  $E = h\nu$ , где  $h$  – постоянная Планка, равная  $6,626 \cdot 10^{-34}$  Дж·с. Энергия квантов измеряется в джоулях или электронвольтах:  $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Дж. Кванту с энергией в 1 эВ соответствует длина волны  $\lambda \approx 1240$  нм.

Глаз человека воспринимает излучение, длина волны которого находится в промежутке от 390 нм (фиолетовый свет) до 760 нм (красный свет). Это видимый диапазон.



Рис. 2.2. Прохождение электромагнитного излучения сквозь атмосферу

Излучение в видимой области спектра играет основную роль в жизни человека и хорошо пропускается земной атмосферой. Во многих других участках спектра земная атмосфера поглощает излучение (рис. 2.2). Видимая область спектра регистрируется оптическими телескопами, а также невооруженным глазом. Глаз — это естественный измерительный прибор, регистрирующий электромагнитное излучение в видимой области спектра.

Площадь зрачка может изменяться в 100 раз, тем самым регулируя поток света, поступающего на сетчатку в дневное время. Днем освещенность от Солнца составляет  $10^5$  лк, в то время как ночью звездное небо создает освещенность всего в  $10^{-5}$  лк. Поэтому для того, чтобы видеть в темноте, регистрировать излучение должны не колбочки, а палочки — другие элементы глаза. Максимальная чувствительность глаза при дневном зрении приходится на длину волны 555 нм и соответствует желто-зеленому цвету. Ночью она сдвигается в коротковолновую часть спектра:  $\lambda = 513$  нм.

Минимальный угол, необходимый для различия глазом деталей, носит название физиологически предельного угла и равен для невооруженного глаза одной минуте. Однако значение угла разрешения в  $1'$  имеет место при условии, что наблюдаемый объект хорошо освещен ( $5 \div 500$  лк). При малых освещенностях ( $10^{-4} \div 10^{-3}$  лк) разрешающая способность глаза гораздо хуже  $1'$  и может достигать до  $1^\circ$ .

В пределах обширного диапазона длин волн имеется не менее трех областей, где возможны весьма интересные приближения.

Область I — длина волны мала по сравнению с размерами приборов, с помощью которых изучают такие волны. Более того, энергия фотонов, если говорить на языке квантовой механики, меньше порога чувствительности приборов. В этой области первое приближение дает метод геометрической оптики.

Область II — когда длина волны становится порядка размеров прибора (такие условия проще создать для радиоволн, чем для видимого света), а энергия фотонов по-прежнему ничтожна, применяется другое очень полезное приближение, в котором учтены волновые свойства света, но пренебрегается эффектами квантовой механики. Это приближение основано на классической теории электромагнитного излучения — волновой оптике.

Область III — еще более коротких длин волн, когда энергия фотонов велика по сравнению с чувствительностью приборов и от волнового характера излучения можно отвлечься — в этой области проявляется корпускулярное поведение света, как совокупности некоторых частиц — фотонов (приближение квантовой оптики).

Начнем с геометрической оптики, где длина волны и фотонный характер света роли не играют. Геометрическая оптика, хотя и является приближением, представляет огромный интерес с технической и исторической точек зрения.

Со светом человек знаком с момента рождения. Возникает первая проблема: каков механизм видения света? Теорий было много, но, в

конце концов, они свелись к одной: существует нечто, попадающее в глаз при отражении от предметов. Эта идея существует уже давно и столь привычна, что теперь даже трудно себе представить другие идеи, предложенные, однако, весьма умными людьми, например, что нечто выходит из глаза и чувствует окружающие предметы.

Были и другие важные наблюдения: в однородной среде свет распространяется из одной точки в другую по прямой линии, если ничто ему не препятствует и лучи света не взаимодействуют друг с другом.

Рассмотрим устройство простейших оптических систем, используя приближение геометрической оптики. При конструировании многих оптических приборов это приближение оказывается особенно полезным. Геометрическая оптика и очень проста, и очень сложна. Уже поверхностное изучение геометрической оптики позволяет с помощью простых правил составлять схемы приборов. Но если при этом учитывать искажения в линзах, то задача становится слишком сложной.

Законы и уравнения геометрической оптики могут быть получены теоретически из волнового уравнения (или уравнений Максвелла для электромагнитного излучения) предельным переходом к исчезающе малой длине волны  $\lambda \rightarrow 0$ .

## **2.2. Принцип наименьшего времени Ферма в геометрической оптике**

Простейшие оптические явления, например возникновение теней и получение изображений в оптических приборах, могут быть поняты в рамках геометрической оптики. В основу формального построения последней можно положить четыре закона, установленных опытным путем:

- 1) закон прямолинейного распространения света;
- 2) закон независимости световых лучей;
- 3) закон отражения;
- 4) закон преломления света.

Для понимания более сложных явлений нужна физическая оптика, рассматривающая эти явления уже в связи с физической природой света. Физическая оптика позволяет установить границы применимости законов геометрической оптики. Без знания этих границ формальное применение законов геометрической оптики может привести к результатам, противоречащим опыту.

Геометрическая оптика является предельным случаем волновой оптики, когда длина световой волны стремится к нулю. Волновое уравнение для вектора напряженности электрического поля имеет вид:

$$\Delta \mathbf{E} - \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial \mathbf{r}^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2},$$

где  $v = c/\sqrt{\epsilon\mu}$  – скорость распространения электромагнитного поля в среде;  $\epsilon$  и  $\mu$  – соответственно диэлектрическая и магнитная проницаемость среды;  $c$  – скорость света в вакууме.

Для неоднородных сред это уравнение усложняется. Однако если интересоваться только интенсивностью волн, отвлекаясь от их поляризации, то оказывается, что в предельном случае геометрической оптики это уравнение приводит к правильным результатам.

Предполагая волну монохроматической, запишем решение уравнения для величины  $E$  в виде

$$E(\mathbf{r}) = a(\mathbf{r}) \cdot \exp [i(\omega t - k_0 \Phi)],$$

где  $a(\mathbf{r})$ ,  $\Phi(\mathbf{r})$  – вещественные функции координат. Волновое число в вакууме  $k_0 = 2\pi/\lambda$ , где  $\lambda$  – длина волны в вакууме, введено для удобства, как большой размерный параметр. Подставляя выражение для  $E(\mathbf{r})$  в исходное уравнение и разделяя вещественную и мнимую часть, получаем:

$$(\text{grad } \Phi)^2 = n^2 + \frac{\Delta a}{k_0^2 a},$$

$$a\Delta\Phi + 2 \text{grad } a \cdot \text{grad } \Phi = 0.$$

Пусть длина волны  $\lambda$  мала и амплитуда  $a$  «медленно» меняется в пространстве, так что соблюдается неравенство

$$\left| \frac{\Delta a}{k_0^2 a} \right| = \frac{\lambda^2}{4\pi^2} \left| \frac{\Delta a}{a} \right| \ll n^2,$$

для чего достаточно выполнения условий, т. к.

$$|\Delta a| \approx \left| \frac{\partial^2 a}{\partial r^2} \right|, \quad \left| \lambda \frac{\partial a}{\partial r} \right| \ll a, \quad \left| \lambda \frac{\partial^2 a}{\partial r^2} \right| \ll \left| \frac{\partial a}{\partial r} \right|.$$

Пренебрегая слагаемым  $\Delta a/(k_0^2 a)$ , получаем:

$$[\text{grad } \Phi(\mathbf{r})]^2 = n^2.$$

Уравнения для  $\Phi(\mathbf{r})$  и  $a(\mathbf{r})$  составляют систему уравнений геометрической оптики. Из их вывода ясно, что условием применимости геометрической оптики является малость изменения амплитуды волны и ее

первых производных на протяжении длины волны. Такие отклонения возможны: 1) на границе геометрической тени; 2) вблизи фокуса — геометрической точки схождения лучей; 3) при распространении света в среде с резко меняющимся показателем преломления  $n$ ; 4) при распространении света в сильно поглощающих средах, например металлах.

Р. Клаузиус (1822—1888) назвал величину  $\Phi$  эйконалом, а уравнение  $(\text{grad}\Phi)^2 = n^2$  — уравнением эйконала<sup>\*)</sup>.

На больших расстояниях от источника электромагнитная волна описывается функцией  $f = ae^{i\varphi}$ , где  $f$  — любая компонента электромагнитного поля ( $E$  или  $H$ ),  $a$  — амплитуда  $E$  или  $H$ ,  $\varphi = (\omega t - k_0\Phi)$  — фаза волны. Лучи в каждой точке перпендикулярны к поверхностям постоянной фазы  $\varphi(\mathbf{r}, t) = \text{const}$ , где  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор,  $t$  — время.

Уравнение эйконала можно записать в векторной форме

$$\text{grad}\Phi = n\mathbf{N},$$

где  $\mathbf{N}$  — единичный вектор нормали к фронту волны

$$\omega t - k_0\Phi = \text{const},$$

проведенной в сторону её распространения.

Уравнение эйконала определяет скорость распространения волнового фронта в направлении нормали  $\mathbf{N}$ , т. к. из определения градиента имеем  $(\partial\Phi/\partial N) = n$ , а из условия постоянства фазы волнового фронта  $\omega t - k_0\Phi = \text{const}$ , и что  $k_0 = 2\pi/\lambda = \omega/c$ , следует

$$\omega dt = k_0 d\Phi = \frac{\omega}{c} \frac{\partial\Phi}{\partial N} dN = \frac{\omega}{c} n dN.$$

Отсюда для нормальной скорости волнового фронта имеем:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{c}{n} = v.$$

Эта скорость совпадает со скоростью плоской волны, т. к. малый участок волнового фронта в малых объемах должен вести себя как плоский. При этом построение фронта волны соответствует принципу Гюйгенса  $dN = vdt$ , распространённому на неоднородные среды<sup>\*\*)</sup>.

Уравнение  $a\Delta\Phi + 2\cdot\text{grad}a\cdot\text{grad}\Phi = 0$  можно записать в виде

---

<sup>\*)</sup> Эйконал (от греч. eikon — *изображение*) в геометрической оптике — функция, определяющая оптическую длину пути луча света между двумя произвольными точками, одна из которых  $A$  принадлежит пространству предметов (объектов), другая  $A'$  — пространству изображений.



$$a\Delta\Phi + 2n\frac{\partial a}{\partial N} = 0.$$

Если определить луч как ортогональную траекторию к семейству волновых фронтов, или семейству равных фаз (рис. 2.3), то производная  $\partial a/\partial N$  имеет смысл дифференцирования по длине луча  $N$ .

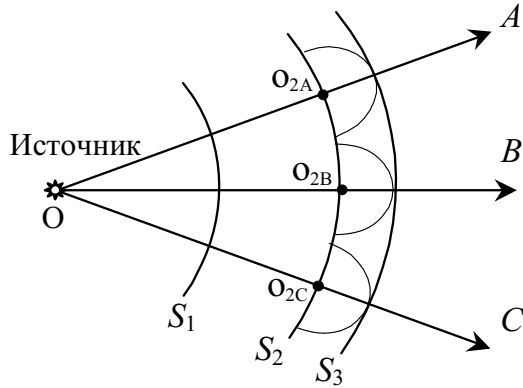


Рис. 2.3. Лучи A, B, C и поверхности  $S_1, S_2, S_3$  постоянной фазы для излучения точечного источника O;  $o_{2A}, o_{2B}, o_{2C}$  — центры вторичных волн

Интегрируя уравнение для  $a(r)$  вдоль луча, получаем:

$$a = a_0 \exp\left(-\int_0^N \frac{\Delta\Phi}{2n} dN\right),$$

где  $a_0 = a(N=0)$  — амплитуда луча в «начальной точке», от которой отсчитывается длина  $N$ . Из выражения для  $a$  следует, что для определения амплитуды во всех точках луча достаточно знать ее значение в какой-либо одной точке луча. С другой стороны, уравнения геометрической оптики ничего не говорят об изменениях амплитуды при переходе от луча к лучу, они допускают любые изменения амплитуд при таких переходах, необходима только «медленность» такого изменения:

$$\lambda \left| \frac{\partial a}{\partial \lambda} \right| \ll a,$$

чтобы такая световая волна могла быть реализована. Поэтому в приближении геометрической оптики световое поле на всяком луче совершенно не зависит от полей других лучей.

\*\*) Принцип Гюйгенса можно сформулировать следующим образом: каждая точка, до которой доходит световое возбуждение, является в свою очередь центром вторичных волн; поверхность, огибающая в некоторый момент времени эти вторичные волны, указывает положение к этому моменту фронта действительно распространяющейся волны. В таком виде принцип Гюйгенса является, по существу, принципом геометрической оптики и говорит лишь о направлении распространения волнового фронта, который формально отождествляется с геометрической поверхностью, огибающей вторичные волны (поверхность  $S_3$ , рис. 2.3). При помощи этого принципа Гюйгенс объяснил законы отражения и преломления, а также двойного лучепреломления.

Отсюда следует основное представление геометрической оптики о распространении световой энергии вдоль лучей, а также то, что при построении фронта волны методом Гюйгенса новый волновой фронт не выходит за пределы огибающей вторичных сферических волн Гюйгенса (рис. 2.3).

К представлению о распространении света вдоль лучей можно прийти и другим путем. Умножая  $a\Delta\Phi + 2\cdot\text{grad } a\cdot\text{grad } \Phi = 0$  на  $a$  и замечая, что  $\Delta\Phi = \text{divgrad}\Phi = \text{div}(n\mathbf{N})$ , перепишем это уравнение в виде

$$a^2 \text{div}(n \mathbf{N}) + 2a \text{grada} (n \mathbf{N}) = 0, \text{div}(na^2 \mathbf{N}) = 0.$$

Полученное соотношение по форме совпадает с уравнением непрерывности  $\text{div}\mathbf{j} = 0$  для стационарного течения вдоль несжимаемой жидкости. Роль линий тока играют световые лучи, а плотности потока жидкости – вектор  $\mathbf{j} = na^2\mathbf{N}$ , пропорциональный плотности потока световой энергии. Свет как бы течет вдоль узких «световых трубок», т. е. трубок, боковые стенки которых образованы лучами. Через эти боковые стенки свет не проникает. Если  $\chi$  – поперечное сечение трубки, то вдоль нее величина  $na^2\chi$  сохраняется неизменной.

Оптической длиной линии или оптической длиной пути в неоднородной среде называют произведение элементов длины этой линии  $dl$  на показатель преломления  $n$  среды в данной точке и просуммированное вдоль рассматриваемой линии:

$$(ABC) = \int_{ABC} n dl.$$

Оптические длины всех лучей между двумя положениями волнового фронта равны между собой.

Пьер Ферма (1601–1665 гг.) выдвинул принцип, согласно которому свет при распространении из одной точки в другую выбирает путь, которому соответствует наименьшее время его распространения. Ферма руководствовался теологическими соображениями, согласно которым природа действует целенаправленно: она не может быть расточительной и должна достигать своих целей с наименьшей затратой средств. Верность принципа была продемонстрирована уже самим Ферма, который с его помощью получил закон преломления Снеллиуса и выражение для показателя преломления, следующее из волновой теории света. Он показал, что свет в более преломляющей среде имеет меньшую скорость, чем в менее преломляющей.

В более строгой формулировке принцип Ферма представляет собой так называемый вариационный принцип, утверждающий, что реальный луч света распространяется от одной точки к другой по линии,

вдоль которой время его прохождения экстремально или одинаково по сравнению с временами прохождения вдоль всех других линий, соединяющих данные точки. Это означает, что оптическая длина пути луча может быть не только минимальной, но и максимальной либо равной всем остальным возможным путям между двумя точками.

Условие экстремальности оптической длины пути сводится к требованию, чтобы была равна нулю вариация от интеграла

$$\delta \int_A^C n \, dl = 0,$$

где  $A$  и  $C$  – конечные точки, между которыми распространяется свет.

Допустим, что показатель преломления среды меняется в пространстве непрерывно и достаточно медленно, так что выполнены условия применимости геометрической оптики. Пусть в среде распространяется волна вида

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{a}(\mathbf{r}) \cdot \exp [i(\omega t - k_0 \Phi)].$$

Ей соответствует система лучей, представленная на рис. 2.4.

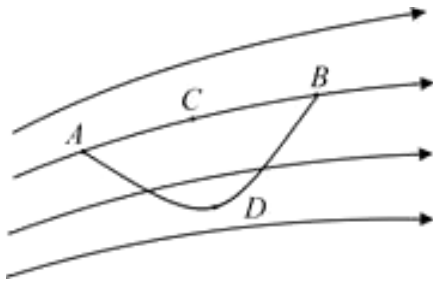


Рис. 2.4. Система световых лучей от точечного источника  $N$  (к доказательству принципа Ферма)

Если эйконал – однозначная функция координат, то из уравнения  $\text{grad} \Phi = n \mathbf{N}$  следует, что циркуляция вектора  $n \mathbf{N}$  по любому замкнутому контуру равна нулю, т. е.  $\oint n(\mathbf{N}, d\mathbf{l}) = 0$ , где  $d\mathbf{l}$  – вектор элементарного смещения вдоль этого контура.

Возьмем две произвольные точки  $A$  и  $B$ , лежащие на одном из лучей. Соединим их произвольной линией  $ADB$ . В силу условия

$$\oint n(\mathbf{N}, d\mathbf{l}) = 0$$

имеем

$$\int_{ACB} n(\mathbf{N}, d\mathbf{l}) = \int_{ADB} n(\mathbf{N}, d\mathbf{l}).$$

Но на луче  $ACB$  векторы  $\mathbf{N}$  и  $d\mathbf{l}$  параллельны, следовательно,  $(\mathbf{N}, d\mathbf{l}) = dl$ , на линии  $ADB$   $(\mathbf{N}, d\mathbf{l}) = dl \cos \alpha$ ,  $(\mathbf{N}, d\mathbf{l}) \leq dl$ . Поэтому

$$\int_{ACB} n dl \leq \int_{ADB} n dl.$$

Знак равенства относится к случаю, когда кривая  $ADB$  сама является лучом. Таким образом, если показатель преломления меняется в пространстве непрерывно, то оптическая длина луча между любыми двумя точками меньше оптической длины всякой другой линии, соединяющей те же точки. Но это есть другая формулировка принципа Ферма, т. к.  $n = c/v$  и оптическая длина пропорциональна времени  $\tau$  распространения света вдоль него:

$$(\mathit{ACB}) = \int_{(\mathit{ACB})} \frac{c}{v} dl = c\tau_{\mathit{ACB}}.$$

При наличии поверхностей раздела сред, на которых лучи преломляются или отражаются, в формулировку принципа Ферма надо ввести дополнения.

Пусть луч, выйдя из точки  $A$  (рис. 2.5), после отражения (или преломления) в точке  $C$  попадает в точку  $B$ .

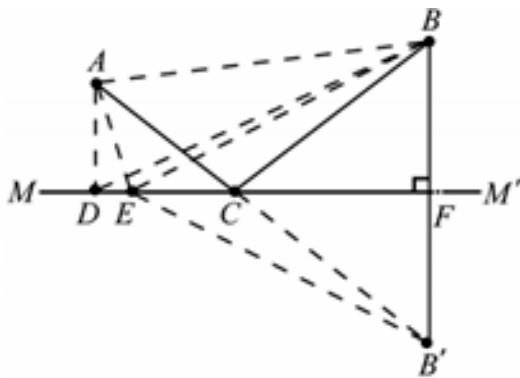


Рис. 2.5.  $ACB$  – исходный,  $AEB$ ,  $ADB$  – виртуальный пути (к выводу принципа Ферма при наличии поверхности раздела сред)

Назовем виртуальным путем света любую линию  $AEB$ , отличающуюся от  $ACB$  бесконечно малым боковым смещением. Принцип Ферма утверждает, что оптическая длина действительного светового пути (время распространения) стационарна. То есть разность оптических длин (времени) действительного и виртуального путей света есть величина более высокого порядка малости, чем боковое смещение виртуального пути относительно действительного. Пусть  $MM'$  – граница раздела сред 1 и 2,  $ACB$  – действительный путь,  $AEB$  – виртуальный. Обозначим через  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  эйконалы лучей в 1-й и 2-й средах соответственно. Тогда

$$\int_{ACB} ndN = \int_{AC} ndN + \int_{CB} ndN = \int_{AC} ndN - \int_{BC} ndN = \Phi_1(C) - \Phi_2(C).$$

Вариация интеграла  $\int ndN$  при смещении точки  $C$  в произвольную бесконечно близкую точку  $E$  границы раздела  $MM'$  будет равна:

$$\delta \int ndN = \delta \Phi_1 - \delta \Phi_2.$$

Если  $\delta \mathbf{r} = \overline{CE}$  – вектор смещения, то  $\delta \Phi_1 = (\text{grad} \Phi_1, \delta \mathbf{r})$ , так что

$$\delta \int ndN = (n_1 \mathbf{N}_1 - n_2 \mathbf{N}_2) \delta \mathbf{r}.$$

Вектор  $(n_1 \mathbf{N}_1 - n_2 \mathbf{N}_2)$  перпендикулярен к границе раздела сред в точке падения, а потому и к бесконечно малому смещению  $\delta \mathbf{r}$  вдоль границы. Таким образом, в первом порядке по  $\delta \mathbf{r}$  вариация оптической длины луча обращается в нуль, т. е.

$$\delta \int ndN = \delta \int n dl = 0.$$

Случай стационарного времени (пути) распространения света из точки  $A$  в точку  $B$  представляет, например, эллипсоидальное зеркало с фокусами в точках  $A$  и  $B$ \*) (рис. 2.6, а).

Действительно при смещении точки  $C$  вдоль зеркальной эллиптической поверхности сумма расстояний  $AC + CB = b$  остается постоянной и равной  $b$  – длине большой полуоси эллипса, при этом  $AC$  и  $CB$  образуют равные углы с нормалью  $OC$  к поверхности. Вариация времени распространения света из  $A$  в  $B$  при смещении  $C$  вдоль поверхности равна нулю. Следовательно, это время постоянно (путь  $ACB = AC'B$ ).

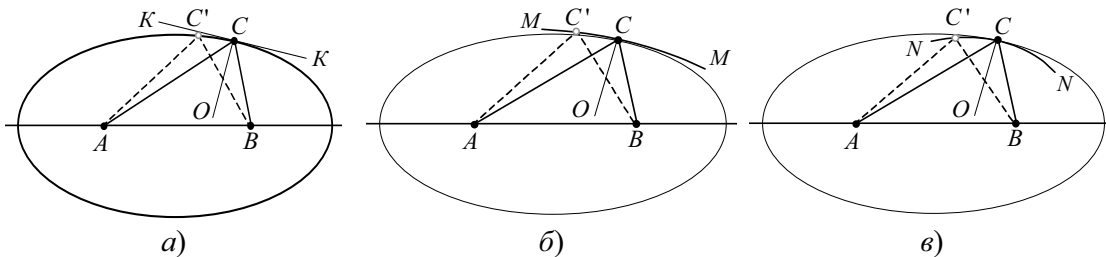


Рис. 2.6. Случай стационарного (а), минимального (б) и максимального (в) времени (пути) распространения света между конечными точками  $A$  и  $B$ : а)  $ACB = AC'B$ ; б)  $ACB < AC'B$ ; в)  $ACB > AC'B$ . Нормаль  $OC$  является биссектрисой  $\angle ACB$ , образованного лучом света, распространяющегося из фокуса  $A$  в фокус  $B$  эллипсоидального зеркала;  $KK$  – касательная к поверхности в точке  $C$

Отражение от поверхности, касательной к эллипсу в точке  $C$  (кривая  $MM$ , рис. 2.6, б), имеющей радиус кривизны  $R$  больше, чем радиус кривизны эллипса  $R_0$  в этой точке, соответствует минимуму времени (путь  $ACB < AC'B$ ), а отражение от поверхности с  $R < R_0$  (кривая  $NN$ , рис. 2.6, в), соответствует максимуму времени (путь  $ACB > AC'B$ ).

\*) Поверхность, представляющая геометрическое место точек, для которых сумма оптических путей до двух сопряженных точек есть постоянная, носит название апланатической. Примером такой отражающей поверхностью является эллипсоид вращения по отношению к своим фокусам  $A$  и  $B$ .

## 2.3. Законы геометрической оптики

Основным понятием геометрической оптики является световой луч. Световой луч — это геометрическая линия, вдоль которой распространяется электромагнитное излучение (энергия световых колебаний).

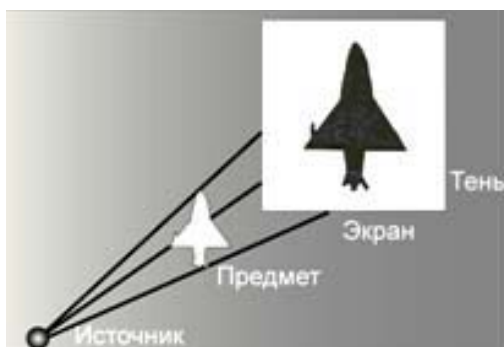
Итак, используя представление о световых лучах как о линиях, вдоль которых распространяется энергия света, на основе электромагнитной теории света (уравнений Максвелла) удастся получить простые правила поведения лучей, справедливые в предельном случае исчезающе малой длины волны (в приближении геометрической оптики). Эти правила были объединены в четыре основных закона геометрической оптики:

1. Закон прямолинейного распространения света в однородной среде.
2. Закон независимости световых лучей.
3. Закон отражения света от зеркальной поверхности.
4. Закон преломления света на границе двух прозрачных сред.

Исторически эти законы были открыты намного раньше, чем была понята электромагнитная природа света. Первые три закона были известны Евклиду, Аристотелю, Птолемию и другим мыслителям древности. Закон преломления был открыт в XVII в. Снеллиусом и Декартом.

### 2.3.1. Прямолинейное распространение света

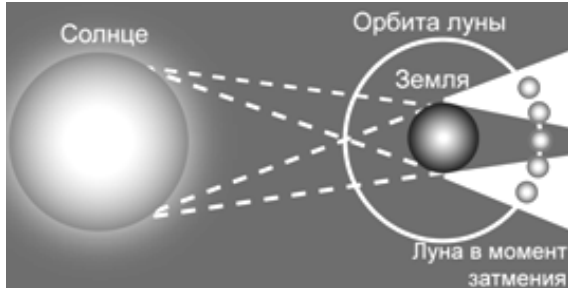
Прямолинейность световых лучей означает, что форма тени предмета при его освещении точечным источником соответствует геометрической центральной проекции контура предмета (с центром в источнике) (рис. 2.7).



*Рис. 2.7. Тень, отбрасываемая предметом, обусловлена прямолинейностью распространения световых лучей в оптически однородных средах*

Закон прямолинейного распространения может считаться прочно установленным на опыте. Этот закон имеет глубокий смысл, ибо само понятие прямой линии сформировалось главным образом на основе оптических наблюдений. Закон этот встречается в сочинении по оптике Евклида (300 лет до н.э.).

При освещении предмета протяженным источником света края тени оказываются размытыми. В переходную область между полной тенью и светом (в область полутени) попадают лучи не от всех точек источника (рис. 2.8).



*Рис. 2.8. Образование тени и полутени для протяженных источников света*

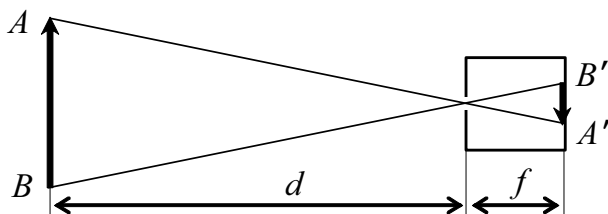
Астрономической иллюстрацией прямолинейного распространения света и, в частности, образования тени и полутени может служить затмение одних планет другими, например затмение Луны, когда Луна попадает в тень Земли.

Вследствие взаимного движения Луны и Земли тень Земли перемещается по поверхности Луны, и лунное затмение проходит через несколько фаз (рис. 2.9).



*Рис. 2.9. Частные фазы лунного затмения*

Простейшее оптическое приспособление, позволяющее получать на экране изображения предметов – камера-обскура (от лат. camera obscura – тёмная комната). Камера-обскура представляет собой тёмный ящик с небольшим отверстием в одной из стенок, перед которым помещают рассматриваемый предмет (рис. 2.10).



*Рис. 2.10. Прямолинейный ход световых лучей: получение изображения с помощью малого отверстия*

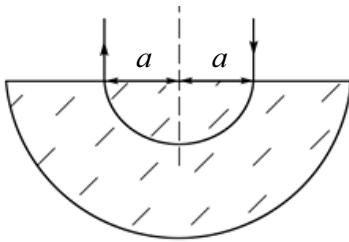
Лучи света, исходящие от различных точек предмета, проходят через это отверстие и создают на противоположной стенке ящика (экране) действительное перевернутое изображение предмета. Оптимально резкое изображение получается, когда радиус отверстия

$$r \approx \sqrt{\lambda f},$$

где  $\lambda$  — длина волны света,  $f$  — расстояние от отверстия до экрана.

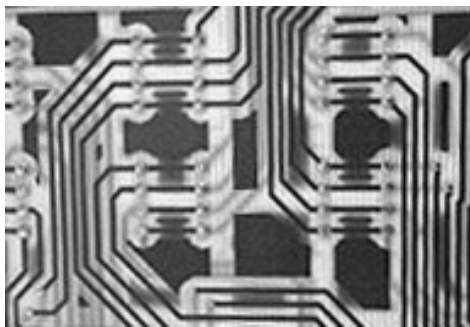
Камера-обскура иногда применяется и в настоящее время благодаря тому, что даёт изображение, свободное от дисторсии, и позволяет фотографировать объекты в таких лучах, для которых нельзя подобрать линзы (например, камера-обскура используется при диагностике плазмы, при фотографировании в рентгеновских лучах).

Более детальное исследование показывает, что закон прямолинейного распространения света теряет силу, если мы переходим к малым отверстиям. Так, в опыте, изображенном на рис. 2.10 (при  $f = 0,2$  м и  $\lambda = 500$  нм =  $5 \cdot 10^{-7}$  м), мы получим хорошее изображение при радиусе отверстия около  $r \approx (\lambda f)^{1/2} \approx 0,3$  мм. Изображение будет очень несовершенным при радиусе отверстия  $0,01 \dots 0,02$  мм, а при радиусе сравнимом с длиной волны  $\lambda$  изображения совсем не получится и экран будет освещен практически равномерно. Отступления от закона прямолинейного распространения света рассматриваются в учении о дифракции (гл. 4).



*Рис. 2.11. Геометрическая оптика допускает искривление лучей света в оптически неоднородных средах. На приведенном рисунке показатель преломления вещества в полусфере зависит от расстояния до ее центра по формуле  $n = n_0/[1 + (r/r_0)^2]$ . Луч, падающий нормально на расстоянии  $a$  от центра полусферы, выйдет с другой стороны полусферы на том же расстоянии от центра*

В оптически неоднородных средах геометрическая оптика допускает и непрямолинейное распространение света (рис. 2.11).



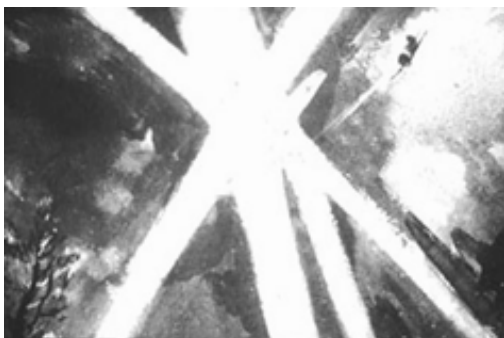
*Рис. 2.12. Изображенные на фотопленке элементы микросхемы проецируются на кристалл кремния, где получается подобное уменьшенное (с помощью системы линз) изображение микросхемы. Специальная обработка позволяет превратить это изображение в печатную микросхему*

Физическая реализация геометрического проектирования с помощью световых лучей, т. е. формирование оптических изображений, широко используется в технике, в частности, при создании печатных микросхем (рис. 2.12).



### **2.3.2. Независимость световых лучей**

Опыт показывает, что световые пучки при пересечении, как правило, не возмущают друг друга (рис. 2.13).



*Рис. 2.13. Производимое одним пучком действие не зависит от наличия других пучков*

Например, световой поток можно разбить на отдельные световые пучки, выделяя их при помощи диафрагм. Действие этих выделенных световых пучков оказывается независимым, т. е. эффект, производимый отдельным пучком, не зависит от того, действуют ли одновременно другие пучки или они устранены. Так, если на объектив фотоаппарата падает свет от предмета, то, загораживая доступ части световых пучков, мы не изменяем изображения, даваемого остальными пучками.

Закон независимости световых лучей следует из линейности уравнений электродинамики (уравнений Максвелла). Этот закон строго справедлив для вакуума. Для световых лучей в веществе закон независимости лучей справедлив для линейных сред, оптические свойства которых не зависят от интенсивности света. Это выполняется точно при небольшой и приближенно при умеренной интенсивности света. Этот закон нарушается при распространении в веществе света высокой интенсивности.

Более глубокое содержание этого закона выясняется в явлениях интерференции света (принцип суперпозиции, гл. 3)

### **2.3.3. Отражение света**

По основной идее геометрической оптики свет распространяется между двумя точками по прямой линии. Пусть свет на своем пути наталкивается на какой-то объект (рис. 2.14), например зеркало.

В этом случае справедлив закон: свет, попадая на зеркало, не проходит через него, а отражается и снова уходит по прямой линии, причем направление прямой меняется при изменении наклона зеркала.

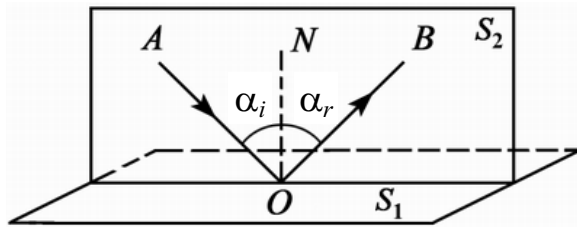


Рис. 2.14. Угол падения равен углу отражения.  $S_1$  – отражающая поверхность;  $S_2$  – плоскость падения и отражения;  $AO$  – падающий луч;  $OB$  – отраженный луч;  $ON$  – нормаль к отражающей поверхности  $S_1$

Закон отражения света. Луч падающий, нормаль к отражающей поверхности и луч отраженный лежат в одной плоскости (рис. 2.14), причем углы между лучами и нормалью равны между собой: угол падения  $\alpha_i$  равен углу отражения  $\alpha_r$ . Закон отражения имеет вид

$$\alpha_i = \alpha_r.$$

Решим следующую задачу. На рис. 2.5 изображены две точки  $A$  и  $B$  и плоское зеркало  $MM'$ . Как за кратчайшее время попасть из точки  $A$  в точку  $B$ , если свет должен попасть на зеркало  $MM'$ , отразиться от него и вернуться снова в точку  $B$  опять-таки за кратчайшее время.

Воспользуемся для этого геометрическим приемом. По другую сторону зеркала  $MM'$ , на таком же расстоянии от него, что и точка  $B$ , построим точку  $B'$ . Проведем линию  $EB'$ . Угол  $BFM$  прямой и  $BF = FB'$ ,  $BE = EB'$ . Сумма длин отрезков  $AE + EB$  равна сумме длин  $AE + EB'$ . Сумма длин  $AE + EB'$  будет наименьшей, когда точка  $E$  будет лежать на прямой, соединяющей точки  $A$  и  $B'$ , т. е. совпадать с точкой  $C$ . Другими словами, нужно идти по прямой к мнимой точке  $B'$  (мнимому изображению точки  $B$ ), и тогда мы найдем точку  $C$ . Если  $ACB'$  – прямая линия, то угол  $BCF$  равен углу  $B'CF$  и углу  $ACD$ , т. е. угол падения луча равен углу его отражения. Утверждение о равенстве углов падения и отражения равносильно утверждению, что свет при отражении от зеркала в точку  $B$  выбирает путь, требующий наименьшего времени. Еще древнегреческий ученый Герон Александрийский (ок. 1 в.) высказал утверждение, что свет при отражении идет из одной точки в другую по кратчайшему пути.

Оптическое изображение предмета, создаваемое расходящимся пучком лучей, прошедшим оптическую систему, если мысленно продолжить их в обратном направлении до пересечения, называется мнимым. Мнимое изображение, в отличие от действительного, нельзя получить на экране или фотопленке.

Простейший пример мнимого изображения – изображение предмета в плоском зеркале (рис. 2.15). Предмет и его мнимое изображение располагаются симметрично относительно зеркальной поверхности.

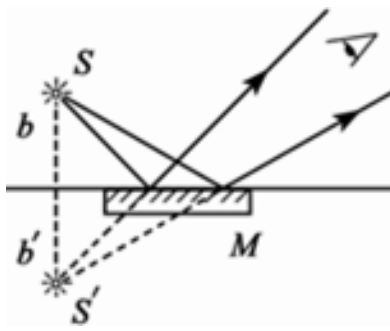


Рис. 2.15. Пучок лучей, выходящих из точечного источника  $S$ , т. е. гомоцентрический пучок<sup>\*)</sup>, после отражения в плоском зеркале остается гомоцентрическим: если отраженные лучи мысленно продолжить назад, эти продолжения лучей пересекутся за зеркалом в одной точке, которую можно считать мнимым изображением источника. Наблюдателю кажется, что отраженные от зеркала лучи выходят из точки  $S'$ , расположенной за зеркалом симметрично точке  $S$

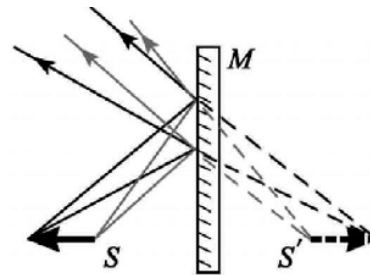
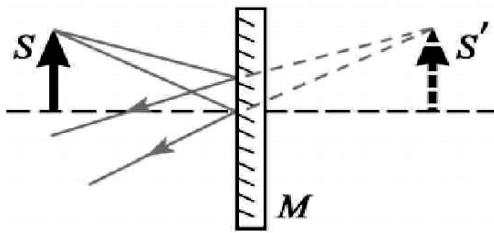


Рис. 2.16. Изображение пространственного предмета в плоском зеркале

При отражении от плоской зеркальной поверхности световых лучей, исходящих от некоторого предмета, возникает мнимое изображение предмета. Предмет и его мнимое изображение располагаются симметрично относительно зеркальной поверхности. Изображение предмета в плоском зеркале равно по размеру самому предмету (рис. 2.16). Мнимое изображение пространственного (трехмерного) предмета в плоском зеркале отличается от самого предмета, как правая система координат отличается от левой (т. е. как правая рука отличается от левой).

\*) Гомоцентрический пучок лучей (от греч. homos — *равный, одинаковый* и лат. centrum — *средоточие, центр*) пучок световых лучей, в котором или сами лучи, или их продолжения пересекаются в одной точке. Волновая поверхность, соответствующая гомоцентрическому пучку лучей является сферой (рис. 2.3); её центр и есть точка пересечения гомоцентрического пучка лучей. Оптическое изображение, получаемое с помощью какой-либо оптической системы, точно воспроизводит форму объекта лишь в том случае, если гомоцентрический пучок лучей после прохождения через данную систему снова превращается в гомоцентрический пучок лучей; только при этом условии каждой точке объекта соответствует одна определённая точка изображения.

### 2.3.4. Преломление света

При падении света на границу раздела прозрачных сред с показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$  часть света отражается, а часть проходит во вторую среду, изменяя направление распространения (преломляется) (рис. 2.17).

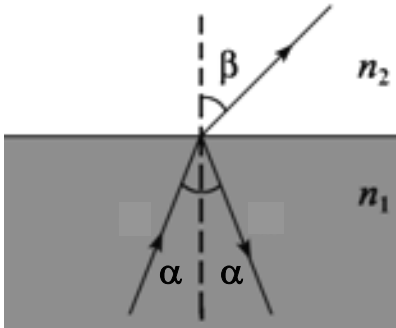


Рис. 2.17. Схема хода лучей при отражении и преломлении (случай, когда  $n_1 > n_2$ )

Лучи падающий, отраженный, преломленный и нормаль к границе раздела лежат в одной плоскости. Угол падения  $\alpha_i$  и угол отражения  $\alpha_r$  равны  $\alpha_i = \alpha_r = \alpha$ . Углы падения и преломления связаны соотношением

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta.$$

Закон преломления света на границе двух прозрачных сред, утверждающий, что при любом угле падения  $\alpha$  отношение  $\sin \alpha / \sin \beta$  ( $\beta$  – угол преломления) является величиной постоянной, был установлен В. Снеллиусом (W. Snellius) в 1620 году. Математическую формулировку этого закона дал Р. Декарт (R. Descartes) в 1630 году.

Для объяснения явления преломления Ферма (около 1660 г.) предложил принцип наименьшего времени – свет выбирает путь, время прохождения по которому наименьшее.

Из принципа наименьшего времени вытекает закон Снеллиуса для преломления (для случая воздух–вода, рис. 2.18, а).

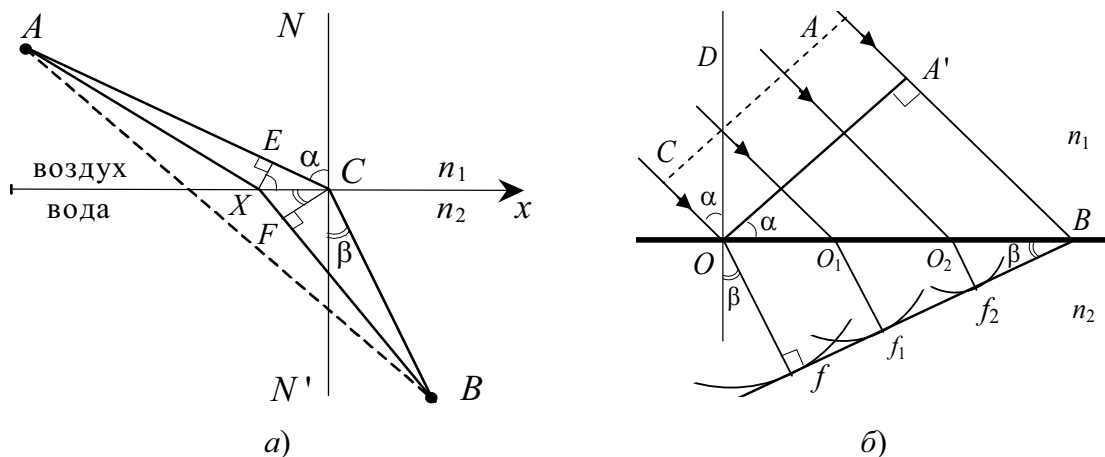


Рис. 2.18. Иллюстрация принципа наименьшего времени Ферма для случая преломления на границе воздух–вода (а); построение преломленной волны по Гюйгенсу (б)

Задача состоит в том, чтобы на рис. 2.18, а попасть из точки  $A$  в  $B$  за наименьшее время. Путь по прямой здесь не самый быстрый. Представим себе, что человек падает из лодки в воду в точке  $B$  и просит о помощи. Линия  $x$  — это берег. Вы находитесь на суше в точке  $A$  и видите, что произошло, вы умеете плавать и умеете бегать. Поскольку бегаєте вы быстрее, чем плаваете, то выгоднее пробежать несколько дальше по берегу, чтобы уменьшить ваш путь в воде, потому что в воде вы будете двигаться гораздо медленнее.

Решение задачи — это путь  $ACB$ , который занимает из всех возможных наименьшее время. Если этот путь кратчайший по времени, то любой другой окажется длиннее. Если отложить на графике зависимость времени  $t$  от положения точки  $X$ , получится кривая, похожая на изображенную на рис. 2.19.

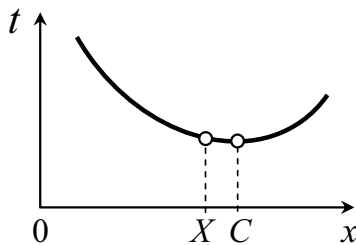


Рис. 2.19. Наименьшее время получается при выборе точки  $C$ . Соседние точки справа и слева приводят примерно к такому же времени прохождения луча из точки  $A$  в точку  $B$

Для точек  $X$  вблизи  $C$  в первом приближении время прохождения практически одинаковое, так как точка  $C$  соответствует минимум функции  $t(x)$ , т. е.  $(dt/dx)_{x=C} = 0$ . Возьмем близкую точку  $X$  (рис. 2.18, а), вычислим время прохождения на пути  $AXB$  и сравним его со старым путем  $ACB$ . Обратимся к пути по суше. Если опустить перпендикуляр  $EX$ , то легко видеть, что путь стал короче на длину  $EC$ . С другой стороны, опустив перпендикуляр  $CF$ , мы увидим, что в воде приходится проплыть дополнительное расстояние  $XF$ . С точки зрения экономии времени выигрывается время на отрезке  $EC$ , но теряется на отрезке  $XF$ . Эти два интервала времени примерно равны, так как в первом приближении полное время прохождения не меняется. Поскольку скорость в воде  $v_2$  равна скорости в воздухе  $v_1$ , умноженной на  $1/n_{21}$ , где  $n_{21} = n_2/n_1$ , имеем

$$EC = n_{21}XF.$$

На рис. 2.18, а  $\angle EXC = \angle ECN = \alpha$ ,  $\angle XCF = \angle BCN' = \beta$ . Для прямоугольных треугольников  $CEX$  и  $CFX$  можно записать:

$$EC = XC \cdot \sin \alpha; \quad XF = XC \cdot \sin \beta.$$

С учетом того, что  $EC = n_{21}XF$ , находим:

$$\sin \alpha = n_{21} \cdot \sin \beta.$$

При отношении скоростей, равном  $n_{21}$ , свет будет двигаться из одной точки в другую по такому пути, чтобы отношение синусов  $\alpha$  и  $\beta$  было равно отношению скоростей в двух средах:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Для воздуха  $n_1 = 1,00029 \approx 1$ , тогда  $\sin \alpha / \sin \beta = n_2$ .

Принцип Гюйгенса также позволяет вывести основные законы геометрической оптики (законы преломления и отражения). Рассмотрим для примера преломление плоской волны на границе двух сред (рис. 2.18, б), причем скорость волны в первой среде обозначим через  $v_1$ , во второй – через  $v_2$ .

Пусть  $\alpha$  – угол между  $CO$  (перпендикуляром к фронту волны  $CA$ ) и  $OD$  (перпендикуляром к поверхности преломляющей среды  $OB$ ). Пусть в момент  $t = 0$  точка  $C$  фронта волны достигла преломляющей среды и совпала с точкой  $O$ . Тогда за время  $\Delta t = A'B/v_1$ , необходимое для того, чтобы точка  $A'$  фронта волны достигла (в точке  $B$ ) второй среды, из точки  $O$ , как из центра, вторичная волна распространяется на некоторое расстояние  $Of = v_2 \cdot \Delta t$ . Вторичные волны, имеющие центрами точки  $O, O_1, O_2$  и т. д. распространяются к указанному моменту  $\Delta t$  на соответствующие расстояния, давая во второй среде элементарные сферические волны  $f, f_1, f_2$  и т. д. По принципу Гюйгенса действительное положение волнового фронта оказывается огибающей элементарных волн, т. е. плоскостью  $Bf$ .

Очевидно, что

$$OB = \frac{A'B}{\sin \alpha} = \frac{Of}{\sin \beta} = \frac{v_1 \Delta t}{\sin \alpha} = \frac{v_2 \Delta t}{\sin \beta},$$

отсюда

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}.$$

При прохождении света через плоскопараллельную пластину свет дважды на своем пути претерпевает преломление, в результате чего луч, падающий на пластину, и луч, выходящий из нее, оказываются параллельными (рис. 2.20).

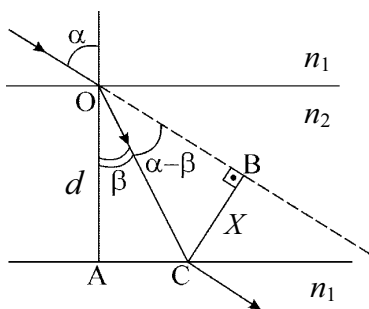
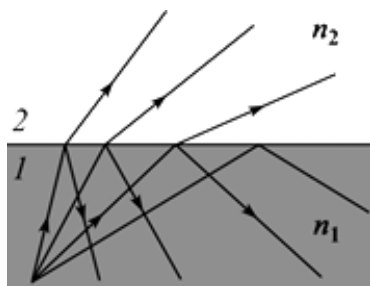


Рис. 2.20. Луч света, выходящий из прозрачной пластины, параллелен падающему лучу

Смещение луча можно вычислить по формуле

$$X = d(\sin \alpha - \operatorname{tg} \beta \cdot \cos \alpha) \text{ или } X = d \left( \sin \alpha - \frac{n_1 \sin 2\alpha}{2\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}} \right).$$

При переходе света из оптически более плотной среды в оптически менее плотную среду по мере увеличения угла падения направление преломленного луча приближается к границе раздела. Когда угол падения превосходит некоторое предельное значение, преломленный луч не существует – падающий на границу раздела свет полностью отражается (рис. 2.21).



*Рис. 2.21. При переходе из оптически более плотной среды 1 в оптически менее плотную 2 свет может полностью отразиться от границы раздела и не попасть в среду 2 – явление полного внутреннего отражения*

Это свойство называется полным внутренним отражением. Предельный угол полного внутреннего отражения  $\alpha_{\text{пред}}$  определяется из условия

$$n_1 \cdot \sin \alpha_{\text{пред}} = n_2 \cdot \sin(\pi/2) = n_2,$$

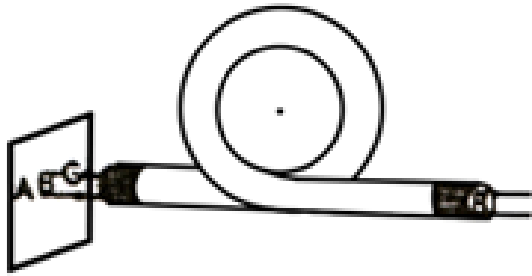
откуда получаем ( $n_1 > n_2$ ):

$$\alpha_{\text{пред}} = \arcsin(n_2/n_1).$$

Полное внутреннее отражение используется для передачи света и изображения по пучкам гибких волокон – световодам. Основной элемент световода – стеклянное волокно цилиндрической формы, покрытое оболочкой из прозрачного материала с меньшим, чем у волокна, показателем преломления (рис. 2.22–2.24).



*Рис. 2.22. Этот телефонный провод содержит 144 оптические нити*



*Рис. 2.23. За счет многократного полного отражения свет может быть направлен по любому прямому или изогнутому пути*

Световоды используются при создании телеграфно-телефонных кабелей большой емкости. Кабель состоит из сотен и тысяч оптических волокон, тонких, как человеческий волос. По такому кабелю, толщиной в обычный карандаш, можно одновременно передавать до восьмидесяти тысяч телефонных разговоров (рис. 2.24).



*Рис. 2.24. Свет, проходящий по оптическим световодам, выглядит, как миниатюрный фейерверк*



*Рис. 2.25. Так выглядит через эндоскоп язва желудка*

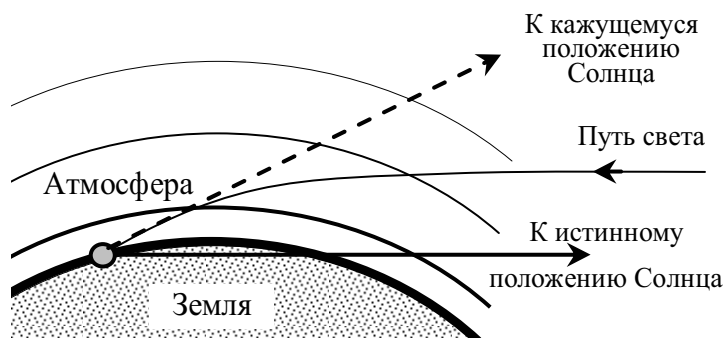
Волоконно-оптический зонд (эндоскоп) дает врачам возможность исследовать желудочно-кишечный тракт и другие внутренние области организма. Изображения, получаемые зондом, затем передаются на телевизионный экран (рис. 2.25).



## 2.4. Применения принципа Ферма

Рассмотрим еще ряд следствий из принципа наименьшего времени. Первое из них – принцип обратимости. Если мы нашли путь из  $A$  в  $B$ , требующий наименьшего времени, то и путь из  $B$  в  $A$  также будет оптимальным, поскольку скорость света не зависит от направления. Наименьшему времени в обратном направлении отвечает та же траектория и, следовательно, если свет распространяется по некоторому пути в одном направлении, он будет двигаться по этому пути и в обратном направлении.

Другой пример состоит в том, что когда мы смотрим на заходящее солнце, то оно на самом деле находится уже ниже линии горизонта! Нам кажется, что солнце еще над горизонтом, а оно фактически уже зашло (рис. 2.26).



*Рис. 2.26. У горизонта Солнце кажется на 1–2° выше, чем на самом деле (для наглядности степень рефракции на рисунке существенно увеличена)*

Дело здесь в следующем. Земная атмосфера вверху разрежена, а в нижних слоях более плотная. Свет распространяется в воздухе медленнее, чем в вакууме, и поэтому солнечные лучи достигнут какой-то точки за горизонтом быстрее, если будут двигаться не по прямой линии, а по траектории с более крутым наклоном в плотных слоях атмосферы, сокращая, таким образом, свой путь в этих слоях.

Это одно из проявлений рефракции света – искривление светового луча в среде с непрерывно изменяющейся плотностью и, следовательно, показателем преломления. Полученную ранее формулу Клаузиуса–Моссоти (см. Тюрин Ю.И., Чернов И.П., Крючков Ю.Ю. Электричество и магнетизм, гл. 14) можно записать в виде выражения, связывающего показатель преломления вещества  $n$  с его плотностью  $\rho$ . Выражение

$$r = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{\rho}$$

называется удельной рефракцией вещества и практически не зависит от его плотности  $\rho$ . Например, при переходе воздуха из газообразного состояния к жидкому (изменение плотности в 800 раз) или от паров

воды к жидкой воде (изменение плотности в 1200 раз) рефракция  $n$  с точностью до 2...3 % остается постоянной и равной примерно  $2 \cdot 10^{-4}$  м<sup>3</sup>/кг.

Еще пример того же рода – м и р а ж , который часто наблюдают путешественники на раскаленных солнцем дорогах. Они видят впереди оазис, а когда подходят туда, то кругом оказывается песок. Сущность явления в следующем. То, что мы видим в этом случае, это прошедший над песком свет. На рис. 2.27 показано, как падающий на дорогу луч света попадает нам в глаз. Воздух сильно раскален над самой дорогой, а в верхних слоях холоднее. Горячий воздух, расширяясь, становится более разреженным и скорость света в нем больше, чем в холодном.

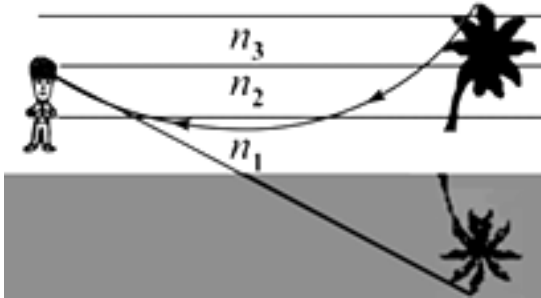


Рис. 2.27. Мираж – появление в атмосфере одного или нескольких искаженных мнимых изображений отдаленных объектов

Свет быстрее проходит в теплых слоях, чем в холодных. Поэтому свет проходит не по прямой, а идет по траектории с наименьшим временем, заворачивая для этого в теплые слои воздуха, чтобы сократить время. Таким образом, свет идет по кривой.

И еще один пример. Представим себе такую ситуацию, когда весь свет, испускаемый в точке  $P$ , собирается обратно в другую точку  $P'$  (рис. 2.28). Мы хотим собрать весь свет снова в одной точке, которую называют фокусом. Для этого следует сделать время прохождения света по всем траекториям одинаковым. Задача построения фокусирующей системы сводится к созданию устройства, в котором свет тратит на всех путях одинаковое время.

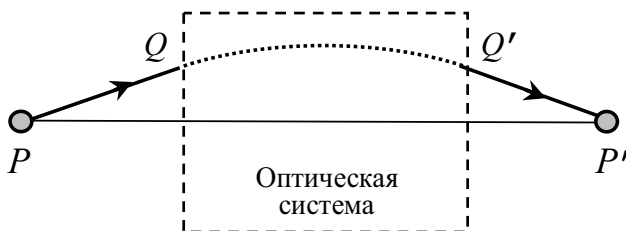


Рис. 2.28. Оптический «черный ящик»

Для этого возьмем оптическое стекло, в котором свет движется медленнее, чем в воздухе (рис. 2.29). Рассмотрим луч света, проходящего в воздухе по линии  $AMS$ . Этот путь длиннее, чем прямо из  $A$  в  $S$ , и занимает больше времени. Но если взять стекло нужной толщины, то путь в нем скомпенсирует добавочное время, затрачиваемое при отклонении луча на траектории  $AMS$ .

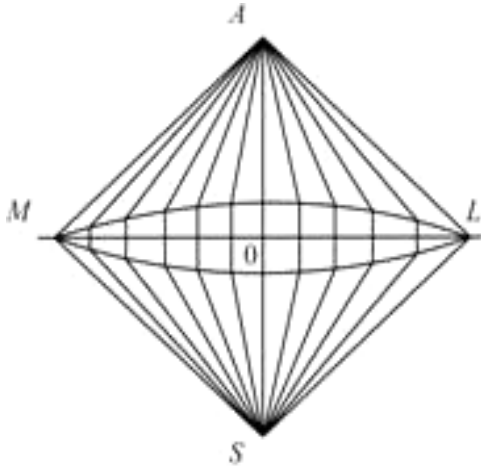


Рис. 2.29. Фокусирующая оптическая система

Можно устроить так, чтобы время, затрачиваемое светом на пути по прямой  $AS$ , совпадало со временем, затрачиваемым на пути  $AMS$ . Точно так же, если взять частично отклоненный луч более короткий, чем  $AMS$ , то придется скомпенсировать уже не так много времени, как для прямолинейной траектории, но некоторую долю времени все же скомпенсировать придется. В результате мы приходим к форме поверхности стекла, изображенной на рис. 2.29.

При такой форме весь свет из точки  $A$  попадет в  $S$ . Такое устройство называется с о б и р а ю щ е й л и н з о й .

Этот принцип фокусировки дает возможность наблюдать свет звезд. При постройке телескопов используется следующая идея. Рассмотрим удаленную звезду. Мы хотим собрать дошедший от нее свет в фокус. Пусть множество различных лучей достигло плоскости  $KK'$ , перпендикулярной направлению лучей. Далее лучи отразятся от зеркала и за равные промежутки времени попадут в фокус  $P'$ . Для этого надо найти такую кривую зеркальную поверхность, у которой сумма расстояний  $XX' + X'P'$  будет постоянна, независимо от выбора точки  $X$  — геометрическое место всех точек, равноудаленных от линии и некоторой заданной точки. Такая кривая называется параболой, а зеркало телескопа является параболическим (рис. 2.30).

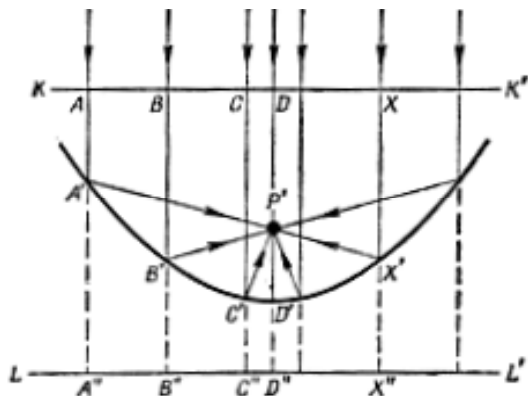


Рис. 2.30. Параболическое зеркало

Приведенные примеры иллюстрируют принцип устройства оптических систем. Точные кривые можно рассчитать, используя правило равенства времен на всех путях, ведущих в точку фокуса, и требуя, чтобы время прохождения на всех соседних путях было бóльшим.

Принцип Ферма предсказывает ряд новых фактов. Пусть имеются три среды — воздух, вода и стекло, мы наблюдаем явление преломления и измеряем относительный показатель преломления  $n_{ij}$  для перехода из одной среды в другую. Обозначим через  $n_{12}$  относительный показатель преломления для перехода из воздуха (1) в воду (2), а через  $n_{13}$  — для перехода из воздуха (1) в стекло (3). Измерив преломление в системе вода—стекло, найдем еще один относительный показатель преломления  $n_{23}$ .

Если исходить из принципа наименьшего времени, то показатель  $n_{12}$  равен отношению скорости света в воде к скорости света в воздухе, т. е.  $n_{12} = n_1/n_2 = v_2/v_1$ ; показатель  $n_{13}$  — отношение скорости в стекле к скорости в воздухе ( $n_{13} = v_3/v_1$ ), а  $n_{23}$  есть отношение скорости в стекле к скорости в воде ( $n_{23} = v_3/v_2$ ). Поэтому получаем:

$$n_{23} = \frac{v_3}{v_2} = \frac{v_3/v_1}{v_2/v_1} = \frac{n_{13}}{n_{12}}.$$

Другими словами, относительный показатель преломления для перехода из одного материала в другой можно получить из показателей преломления каждого материала по отношению к некоторой среде, скажем, воздуху или вакууму. Измерив скорость света во всех средах, мы определим показатель преломления для перехода из вакуума в среду и назовем его абсолютным показателем среды  $n_i$  (например, абсолютный показатель преломления  $n_i$  для воздуха есть отношение скорости света в вакууме к скорости света в воздухе). Следовательно, абсолютный показатель преломления любого вещества по определению всегда больше единицы.

Относительный показатель преломления для любых двух материалов  $i$  и  $j$  равен:

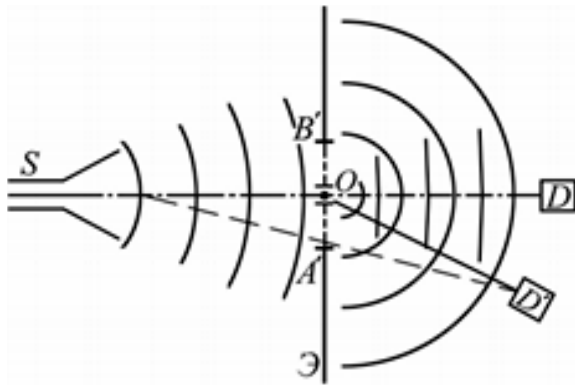
$$n_{ij} = \frac{v_j}{v_i} = \frac{n_i}{n_j}.$$

Такая связь существует, и это послужило аргументом в пользу принципа наименьшего времени.

Еще одно предсказание принципа наименьшего времени состоит в том, что скорость света в воде при измерении должна оказаться меньше скорости света в воздухе. Это предсказание носит теоретический харак-

тер и никак не связано с наблюдениями, из которых Ферма вывел принцип наименьшего времени (до сих пор мы имели дело только с углами). Скорость света в воде действительно меньше скорости в воздухе, и ровно настолько, чтобы получился правильный показатель преломления.

Принцип Ферма говорит, что свет выбирает путь с наименьшим, или экстремальным, временем. Эту способность света нельзя объяснить в рамках геометрической оптики. Она связана с понятием длины волны — грубо говоря, того отрезка впереди лежащего пути, который свет может «почувствовать» и сравнить с соседними путями. Этот факт трудно продемонстрировать на опыте со светом, так как длина волны света чрезвычайно мала. Но радиоволны с длиной волны, скажем, 3 см «видят» намного дальше.



*Рис. 2.31. Прохождение радиоволн сквозь узкую щель*

Предположим, имеется источник радиоволн, детектор и экран с щелью, как показано на рис. 2.31. При этих условиях лучи будут проходить из  $S$  в  $D$ , поскольку это прямолинейная траектория, и даже если сузить щель, лучи все равно пройдут. Но если теперь отодвинуть детектор в точку  $D'$ , то при широкой щели волны не пойдут из  $S$  в  $D'$ , потому что они сравнят близлежащие пути и скажут: «все эти пути требуют другого времени». С другой стороны, если оставить только узенькую щельку и таким образом помешать волнам выбирать путь, то окажутся годными уже несколько путей, и волны пойдут по ним! Если щель узкая, в точку  $D'$  попадет больше излучения, чем через широкую щель!

## 2.5. Фокусное расстояние сферической поверхности

Изучим основные свойства оптических систем на основе принципа наименьшего времени Ферма. Чтобы вычислить разность времен на двух различных путях света, получим геометрическую формулу: пусть дан треугольник, высота которого  $h$  мала, а основание  $d$  велико (рис. 2.32); тогда гипотенуза  $s$  незначительно больше основания. Найдем насколько гипотенуза больше основания:  $\Delta = s - d$ . По теореме Пифагора  $s^2 - d^2 = h^2$  или  $(s - d)(s + d) = h^2$ . Но  $s - d = \Delta$ , а  $s + d \approx 2s$ . Таким образом,

$$\Delta \approx \frac{h^2}{2s}.$$

Это соотношение полезно для изучения изображений, получаемых с помощью кривых поверхностей. Рассмотрим преломляющую поверхность, разделяющую две среды с разными показателями преломления (рис. 2.33).

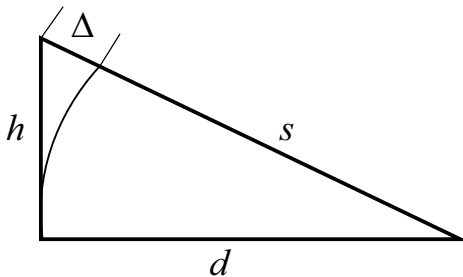


Рис. 2.32. Треугольник, высота  $h$  которого меньше основания  $d$ , а гипотенуза  $s$  незначительно больше основания  $d$

Пусть слева скорость света равна  $c$ , а справа —  $c/n$ , где  $n$  — показатель преломления стекла. Возьмем точку  $O$  на расстоянии  $s$  от лицевой поверхности стекла и другую точку  $O'$  на расстоянии  $s'$  внутри стекла и попытаемся выбрать кривую поверхность так, чтобы каждый луч, вышедший из  $O$  и попавший на поверхность в точке  $P$ , приходил в точку  $O'$  (рис. 2.33).

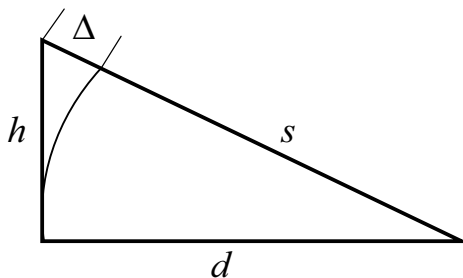


Рис. 2.33. Фокусировка на преломляющей поверхности

Для этого нужно придать поверхности такую форму, чтобы сумма времени прохождения света на пути от  $O$  к  $P$  (т. е. расстояние  $OP$ , деленное на скорость света) плюс  $(n/c)O'P$ , т. е. время на пути от  $P$  к  $O'$ , была постоянной величиной, не зависящей от положения точки  $P$ . Это условие дает уравнение для определения поверхности — поверхности четвертого порядка.

Такие сложные поверхности даже не пытаются создать, а пользуются компромиссным решением. Обычно не пытаются собрать все лучи в фокус, а только лучи, достаточно близкие к оси  $OO'$ . Вместо идеальной поверхности берут сферическую поверхность, которая имеет нужную кривизну у самой оси.

Рассмотрим поведение лучей, падающих на сферическую поверхность. Будем фокусировать только лучи, проходящие вблизи оси — параксиальные (приосевые лучи). Получим условие фокусировки параксиальных лучей.

Считая, что точка  $P$  расположена близко к оси, восстановим перпендикуляр  $PQ$  высотой  $h$  (рис. 2.33). Если бы поверхность была плоскостью, проходящей через  $P$  и перпендикулярной оси  $OO'$ , то время, затрачиваемое на пути от  $O$  к  $P$ , превышало бы время на пути от  $O$  к  $Q$ , а время на пути от  $P$  к  $O'$  превышало бы время от  $Q$  к  $O'$ . Следовательно, поверхность стекла должна быть кривой. В этом случае излишек времени на пути  $OV$  компенсируется задержкой при прохождении пути от  $V$  к  $Q$ . Излишек времени на пути  $OP$  равен  $h^2/(2sc)$ , излишек времени на отрезке  $O'P$  равен  $nh^2/(2s'c)$ . Время на пути  $VQ$  в  $n$  раз больше соответствующего времени в вакууме, а поэтому лишнее время на отрезке  $VQ$  равно  $(n-1) \cdot VQ/c$ . Если  $C$  есть центр сферы с радиусом  $R$ , то длина  $VQ$  есть  $h^2/(2R)$ . Закон, который связывает длины  $s$  и  $s'$  и определяет радиус кривизны  $R$  искомой поверхности, следует из условия равенства времен прохождения света из  $O$  в  $O'$  по любому пути:

$$\frac{h^2}{2sc} + \frac{nh^2}{2s'c} = (n-1) \frac{h^2}{2Rc}$$

или

$$\frac{1}{s} + \frac{n}{s'} = \frac{n-1}{R}.$$

Эта формула — формула линзы — позволяет вычислить требуемый радиус  $R$  кривизны поверхности, фокусирующей свет в точку  $O'$  при его излучении из точки  $O$ , находящейся в воздухе<sup>\*)</sup>.

Та же линза с радиусом кривизны  $R$  будет фокусировать и на других расстояниях, т. е. она является фокусирующей для любой пары расстояний, для которых сумма обратной величины одного расстояния и обратной величины другого, умноженного на  $n$ , есть постоянное число —  $(1/s + n/s') = \text{const}$ .

<sup>\*)</sup> В общем случае, когда линза с показателем преломления  $n_2$  находится в среде (например, в жидкости с показателем преломления  $n_1$ ), то формула линзы имеет вид:  $n_1/s + n_2/s' = (n_2 - n_1)/R$ .

Интересен частный случай  $s \rightarrow \infty$  — параллельный пучок света.

При увеличении  $s$  расстояние  $s'$  уменьшается. Когда точка  $O$  удаляется, точка  $O'$  приближается, и наоборот. Если точка  $O$  уходит на бесконечность, точка  $O'$  двигается внутри стекла вплоть до расстояния, называемого фокусным расстоянием  $f'$ . Если на линзу падает параллельный пучок лучей, он соберется в линзе на расстоянии  $f'$ . Можно задать вопрос и по-другому. Если источник света находится внутри стекла, то где лучи соберутся в фокус? В частности, если источник внутри стекла находится на бесконечности ( $s' \rightarrow \infty$ ), то где расположен фокус вне линзы? Это расстояние обозначают через  $f$ . Можно, конечно, сказать и иначе. Если источник расположен на расстоянии  $f$ , то лучи, проходя через поверхность линзы, войдут в стекло параллельным пучком. Легко определить  $f$  и  $f'$ :

$$\frac{n}{f'} = \frac{n-1}{R} \quad \text{или} \quad f' = \frac{Rn}{n-1};$$
$$\frac{1}{f} = \frac{n-1}{R} \quad \text{или} \quad f = \frac{R}{n-1}.$$

Если разделить каждое фокусное расстояние на соответствующий показатель преломления, то получим один и тот же результат. Это общая теорема. Она справедлива для любой сложной системы линз, поэтому ее стоит запомнить. Оказывается, что вообще два фокусных расстояния некоторой системы связаны подобным образом. Иногда формула линзы записывается в виде

$$\frac{1}{s} + \frac{n}{s'} = \frac{1}{f}.$$

Такая форма более удобна, потому что проще измерить  $f$ , чем кривизну и показатель преломления линзы. Если нам не нужно самим конструировать линзу или изучать в подробностях весь процесс, а достаточно достать линзу с полки, то нас будет в основном интересовать только величина  $f$ , а не  $n$  или  $R$ !

Пусть  $s$  становится меньше  $f$ . При  $s < f$  обратная величина ( $1/s$ ) больше ( $1/f$ ) и поэтому  $s'$  отрицательна. Это означает, что исходящие из точки  $O$  лучи (рис. 2.34) преломляются на поверхности, но в фокус не собираются, так как точка  $O$  расположена слишком близко к поверхности, и лучи становятся расходящимися. Но они начинают расходиться так, как будто бы вышли из точки  $O'$  вне линзы. Эта точка есть кажущееся или мнимое изображение точки  $O$  (рис. 2.34).



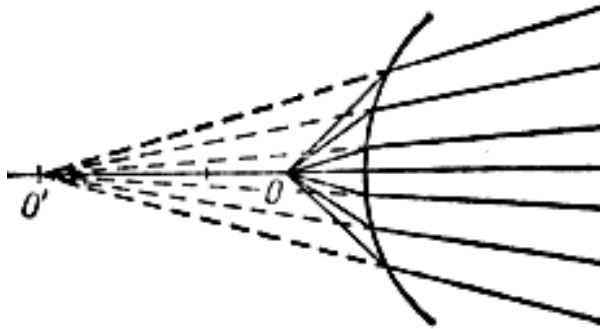


Рис. 2.34. Мнимое изображение точки  $O$  — точка  $O'$

Изображение  $O'$  на рис. 2.33 называется действительным изображением. Оно возникает, когда свет действительно проходит через точку. Но если кажется, что свет исходит из некоторой фиктивной точки, не совпадающей с действительным источником, то эта точка и есть мнимое изображение. Для отрицательных  $s'$  точка  $O'$  находится по другую сторону поверхности.

Рассмотрим случай  $R = \infty$ ; при этих условиях  $(1/s) + (n/s') = 0$ ,  $s' = -ns$ . Это означает, что если из плотной среды смотреть на некую точку в разреженной среде, то она будет казаться дальше в  $n$  раз. Можно прочитать уравнение и наоборот:  $s = -s'/n$  — при взгляде на объект, находящийся в плотной среде за плоской поверхностью раздела, будет казаться, что он расположен к нам ближе (рис. 2.35).

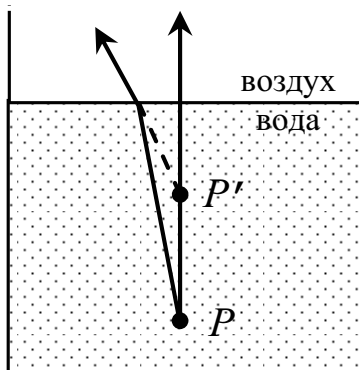


Рис. 2.35. Плоская поверхность раздела отображает точку  $P$  в точку  $P'$

Когда мы смотрим сверху на дно плавательного бассейна, он кажется нам мельче в  $3/4$  раза, чем он есть на самом деле. Это число есть обратная величина показателя преломления воды  $n = 1,33$ .

## 2.6. Сферическое зеркало

Падающий на вогнутое зеркало пучок лучей, параллельных оптической оси зеркала, после отражения собирается в фокусе  $F$  зеркала.

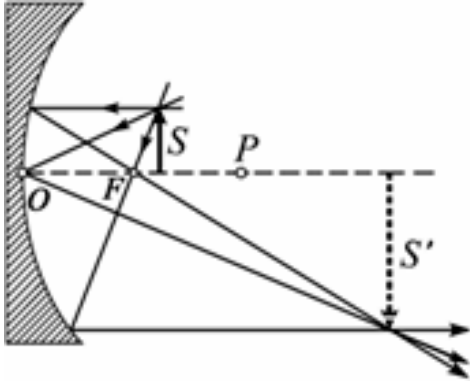


Рис. 2.36. Предмет  $S$  находится за фокусом – изображение перевернутое, увеличенное (исключая положение в точке  $P$ )

Фокус находится в середине отрезка, соединяющего центр кривизны сферической поверхности зеркала и вершину зеркала (полус). Фокусное расстояние  $f = R/2$ , где  $R$  – радиус кривизны поверхности зеркала. Когда предмет находится от вогнутого зеркала на расстояниях, превышающих фокусное, изображение предмета действительное, перевернутое (рис. 2.36).

Изображение предмета, расположенного ближе фокуса, мнимое, прямое, увеличенное (рис. 2.37). Оно находится за зеркалом.

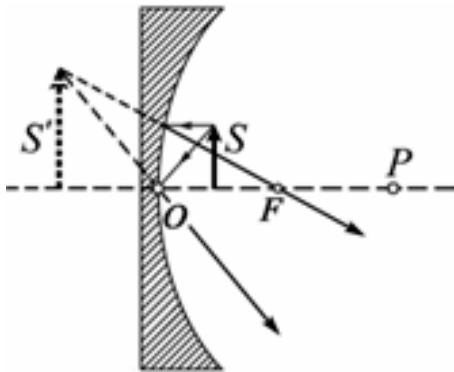


Рис. 2.37. Предмет  $S$  находится перед фокусом – изображение мнимое, прямое, увеличенное

Падающий на выпуклое зеркало параллельный пучок лучей отражается так, будто все лучи выходят из фокуса  $F$ , находящегося за зеркалом на расстоянии  $R/2$ . Чтобы вывести формулы для сферического зеркала, полезно принять следующие условия:

- 1) расстояние до объекта  $s$  положительно, если точка  $O$  расположена перед зеркалом;
- 2) расстояние до изображения  $s'$  положительно, если точка  $O'$  расположена за зеркалом;
- 3) радиус кривизны поверхности положителен, если центр находится за зеркалом.

Например, на рис. 2.36  $s, s'$  положительны, а  $R$  — отрицательно; на рис. 2.37  $s$  положительна, а  $s'$  и  $R$  отрицательны.

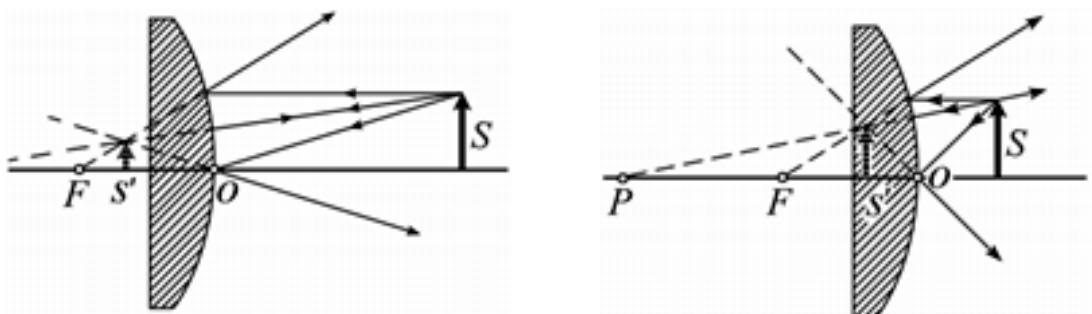


Рис. 2.38. Изображения в выпуклом зеркале независимо от положения предмета является мнимым, уменьшенным, прямым

Пользуясь приведенными условиями, можно вывести соответствующую формулу и для зеркала, положив в формуле

$$\frac{1}{s} + \frac{n}{s'} = \frac{1}{f}$$

$n = -1$  (как если бы среда за зеркалом имела показатель преломления  $-1$ ), и тогда получится правильный результат.

## 2.7. Призма

Оптические призмы подразделяются на три обширных и резко различающихся по назначению класса: спектральные призмы (преломляющие или дисперсионные), отражательные призмы и поляризационные призмы.

Рассмотрим спектральную призму. Материал призмы имеет показатель преломления, равный  $n$ . Падающий луч при прохождении сквозь призму отклоняется. Отклонение луча зависит от показателя преломления, преломляющего угла призмы и от  $\alpha$  — угла падения луча. На рис. 2.39 ( $\delta$  — угол отклонения луча призмой,  $\theta$  — преломляющий угол,  $AC$  — основание призмы).

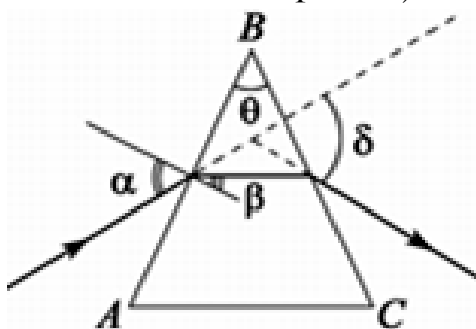


Рис. 2.39. Прохождение луча света через призму в плоскости её главного сечения

Угол отклонения минимален ( $\delta = \delta_{\min}$ ) при симметричном ходе лучей, когда  $\beta = \theta/2$  и  $\alpha = (\delta_{\min} + \theta)/2$ . По измерению минимального угла отклонения можно рассчитать показатель преломления (рис. 2.40), применив закон Снеллиуса.

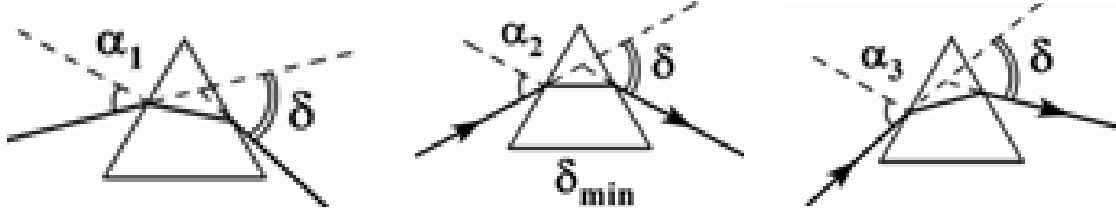


Рис. 2.40. Минимальный угол отклонения соответствует симметричному ходу лучей

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\delta_{\min} + \theta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}.$$

В случае тонкого клина  $\sin(\theta/2) \approx \theta/2$  и  $\sin \alpha \approx \alpha$ , следовательно  $n = (\delta + \theta)/\theta$  и получаем, что  $\delta = \theta \cdot (n - 1)$  (рис. 2.41).

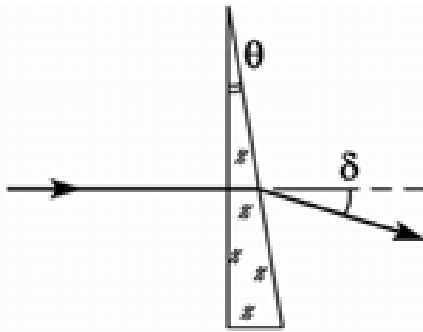


Рис. 2.41. Отклонение луча света тонким клином ( $\alpha \approx 0$ )

В оптических приборах часто применяется стеклянная призма полного отражения (отражательная призма), основание которой — равнобедренный прямоугольный треугольник,  $\theta = 45^\circ$ .

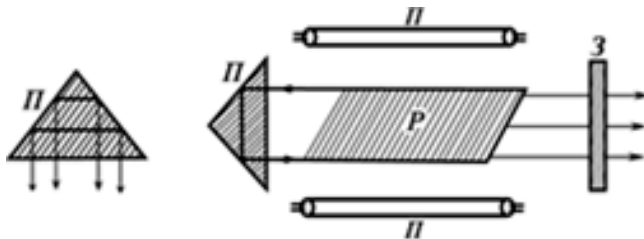


Рис. 2.42. П — призма, Р — рубиновый стержень, Л — лампы накачки, З — полупрозрачное зеркало

Ее применение основано на том, что предельный угол полного внутреннего отражения для стекла меньше  $45^\circ$  (рис. 2.42). В такой призме свет испытывает полное отражение от границ раздела (воздуха) и целиком без потерь возвращается обратно в среду. Коэффициент отражения в этом случае равен единице. Такая призма, практически не имеющая потерь, используется в системе обратной связи рубинового лазера.

## 2.8. Фокусное расстояние линзы

Линза (от лат. lens – чечевица) – простейший оптический элемент, изготавливаемый из прозрачного материала, ограниченный двумя преломляющими поверхностями, имеющими общую ось, либо две взаимно перпендикулярные плоскости симметрии. Линзу называют тонкой, если её толщина пренебрежимо мала по сравнению с радиусами кривизны её поверхностей и с расстоянием от предмета до линзы.

Большинство используемых линз имеет не одну, а две поверхности раздела. Пусть имеется стеклянная линза, ограниченная поверхностями с разной кривизной. Линзы бывают собирающими и рассеивающими. Собирающие линзы в середине толще, чем по краям, а рассеивающие, наоборот, в середине тоньше (когда показатель преломления материала линзы больше, чем окружающей среды) (рис. 2.43).

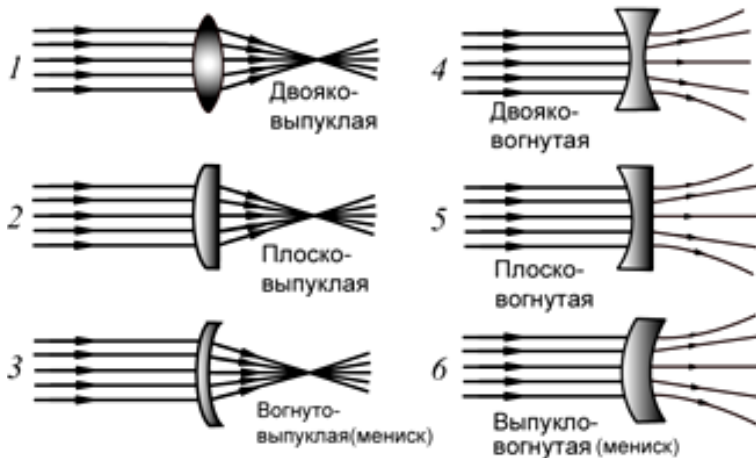


Рис. 2.43. Линзы 1, 2, 3 – собирающие (толщина у краев меньше, чем в середине); линзы 4, 5, 6 – рассеивающие (в середине линзы тоньше, чем у краев)

Рассмотрим задачу о фокусировании пучка света из точки  $O$  в точку  $O'$  для тонкой линзы с двумя сферическими радиусами кривизны  $R_1$  и  $R_2$ , изображенную на рис. 2.44, способную испускаемый пучок света из точки  $O$  фокусировать в точке  $O'$ .

Пусть свет проходит через край линзы в точке  $P$ . Излишек времени на пути  $OPO'$  равен  $n_1 h^2 / (2s) + n_1 h^2 / (2s')$ . Чтобы уравнять время на пути  $OPO'$  и время на прямолинейном пути  $OQO'$ , толщина линзы  $T$  должна удовлетворять соотношению

$$n_1 \frac{h^2}{2s} + n_1 \frac{h^2}{2s'} = (n_2 - n_1) \cdot T.$$

Для выпуклой линзы ( $R_1 < R_2$ )

$$T = \frac{h^2}{2R_1} - \frac{h^2}{2R_2}.$$

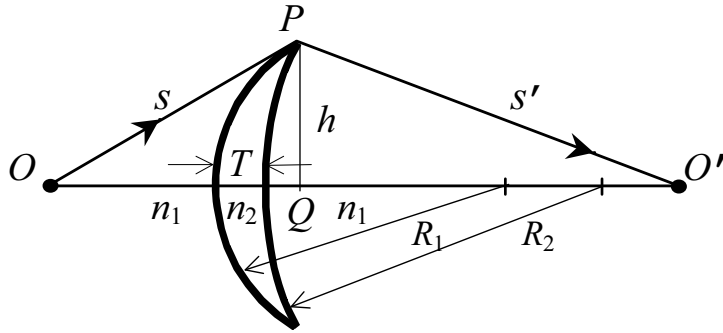


Рис. 2.44. Тонкая линза с двумя положительными радиусами кривизны  $R_1$  и  $R_2$

Окончательно имеем

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right),$$

где  $n = n_2/n_1$ .

Как и раньше, когда одна точка находится на бесконечности ( $s' = \infty$ ), другая будет расположена в фокусе  $F$ . Величина фокусного расстояния  $f$  определяется равенством

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

В противоположном случае, когда  $s$  стремится к бесконечности,  $s'$  оказывается на фокусном расстоянии  $f' = f$  — фокусные расстояния совпадают. Это частный случай общего правила: отношение фокусных расстояний равно отношению показателей преломления тех сред, где лучи фокусируются. В нашей оптической системе оба показателя справа и слева от линзы одинаковы и фокусные расстояния равны.

Если у нас есть линза с неизвестными радиусами кривизны и показателем преломления, то фокусное расстояние легко измерить, собирая в фокус лучи, идущие от удаленного источника, например Солнца. Зная  $f$ , удобнее переписать формулу линзы в виде

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}.$$

## 2.9. Увеличение линзы

Если с помощью линзы сфокусировать свет от небольшой нити накаливания на экран, то получится изображение той же нити, только большего или меньшего размера по сравнению с настоящей нитью. Таким образом, свет попадает в фокус от каждой точки нити. Рассмотрим линзу, схематически изображенную на рис. 2.45. Нам известно следующее:

- 1) каждый луч, параллельный оптической оси линзы, фокусируется по другую сторону линзы в точке, называемой фокусом  $F$  и расположенной на расстоянии  $f$  от линзы;
- 2) каждый луч, проходящий из фокуса по одну сторону линзы, выходит с другой стороны параллельно оптической оси;
- 3) луч, проходящий через оптический центр линзы, практически не испытывает преломления.

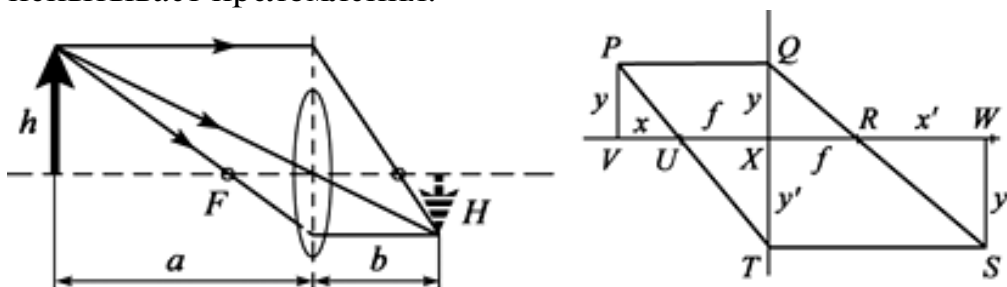


Рис. 2.45. Геометрическое построение изображения в тонкой линзе

Изображение в собирающей линзе получается действительное, увеличенное, обратное, если предмет находится между фокусом и двойным фокусом ( $2f > a > f$ ); действительное, уменьшенное, обратное — если предмет находится дальше двойного фокуса ( $a > 2f$ ); мнимое, увеличенное, прямое — если перед фокусом ( $a < f$ ). Фокус собирающей линзы является действительным.

$\Gamma = H/h = b/a$  — увеличение линзы.

$1/f = 1/a + 1/b$  — в случае действительного изображения.

$1/f = 1/a - 1/b$  — в случае мнимого изображения.

Используя эти факты, можно записать формулу линзы

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

в виде нескольких других соотношений, важных для практики. Построим изображение протяженной нити  $PV$ , получаемое с помощью линзы  $TQ$ . Объект находится на расстоянии  $x$  от фокуса  $U$ , и его высота равна  $y$ . Параллельный оси луч  $PQ$  отклоняется и проходит через фокус  $R$  по другую сторону линзы. Выберем направление второго луча. Воспользу-

емся тем, что луч  $PUT$ , проходящий через фокус, выходит параллельно оси. Поскольку луч параллелен оси, проведем  $TS$  параллельно  $XW$ . Пересечение  $S$  и есть искомое изображение точки  $P$ . Найдем высоту изображения  $y'$  и его расстояние до фокуса  $x'$ . Из подобных треугольников  $PVU$  и  $TXU$  находим:

$$\frac{y'}{f} = \frac{y}{x}.$$

Из треугольников  $SWR$  и  $QXR$  находим:

$$\frac{y'}{x'} = \frac{y}{f}.$$

Решая относительно  $y'/y$ , находим:

$$\frac{y'}{y} = \frac{x'}{f} = \frac{f}{x}.$$

Равенство эквивалентно формуле линзы, если учесть, что:

$$s = x + f, s' = x' + f.$$

В этой формуле содержится увеличение  $y'/y$ , выраженное через расстояние и фокусную длину. Отсюда следует соотношение, связывающее  $x$  и  $x'$  с  $f$ :

$$xx' = f^2.$$

## 2.10. Рассеивающие линзы

Падающий на рассеивающую линзу пучок лучей, параллельных оптической оси, после преломления расходится так, как если бы лучи выходили из фокуса  $F$ , лежащего перед линзой (рис. 2.46).

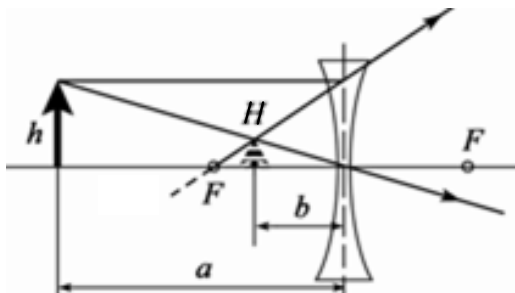


Рис. 2.46. Рассеивающая линза дает уменьшенное, прямое, мнимое изображение на расстоянии  $b$  от линзы

Изображение (при любом положении предмета) мнимое, прямое, уменьшенное. Изображение предмета расположено с той же стороны линзы, что и предмет. Фокусное расстояние  $f$  рассеивающей линзы вычисляется по той же формуле, что и для собирающей линзы:



$$D = \frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

Величина  $D = 1/f$  называется оптической силой линзы. Оптическая сила линзы  $D$  равна одной диоптрии при  $f = 1$  м.

Радиусы кривизны вогнутых поверхностей подставляются в формулу со знаком «минус» и, таким образом, для рассеивающей линзы получается  $f < 0$ . Оптическая сила  $D = 1/f$  также будет отрицательна.

Необходимо учитывать знаки в формуле тонкой линзы. Фокусное расстояние ( $f$ ) будет положительным в случае с собирающей линзой и отрицательным – в случае с рассеивающей. Для собирающей линзы  $D > 0$ , для рассеивающей –  $D < 0$ .

## 2.11. Простейшие оптические системы

### 2.11.1. Лупа

Лупа – короткофокусная оптическая система, состоящая из линзы или нескольких линз, предназначенная для увеличения и наблюдения мелких предметов, расположенных на конечном расстоянии.

Часовая лупа. Помещая перед глазом собирающую линзу (лупу), можно значительно приблизить предмет и тем самым увеличить угол зрения. Предмет помещают в фокусе лупы или на расстоянии, немного меньшем фокусного. Изображение получается прямое, мнимое, увеличенное и расположено с той же стороны, что и предмет (рис. 2.47).

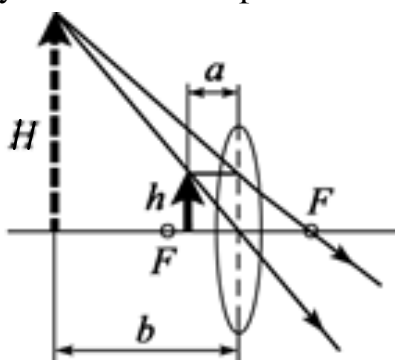


Рис. 2.47. Часовая лупа дает увеличенное, мнимое, прямое изображение

Увеличением лупы принято называть отношение угла, под которым виден предмет через лупу, к углу, под которым предмет виден невооруженным глазом с расстояния наилучшего зрения  $d^*$ .

<sup>\*</sup> Расстояние наилучшего зрения – расстояние от объекта до глаза  $d$ , при котором угол зрения оказывается максимальным, а глаз не утомляется при длительном наблюдении:  $d = 25$  см.

$$a \approx f, \quad 1/f = 1/a - 1/b;$$

увеличение лупы

$$\Gamma = d/f = 25/f.$$

Лупа для чтения. Лупу помещают непосредственно перед предметом далеко от глаза. Увеличение такой лупы не является постоянной величиной и зависит от ее расположения (рис. 2.48).



Рис. 2.48. Лупа для чтения

Формула для увеличения лупы оказывается простой в двух предельных случаях. Когда лупа расположена в непосредственной близости с предметом, изображение расположено сравнительно недалеко от предмета. Увеличение равно отношению расстояния от лупы до изображения к расстоянию от лупы до предмета, или, что то же самое, отношению фокусного расстояния лупы  $f$  к расстоянию  $(f - b)$  между предметом и фокусом:

$$\Gamma = f/(f - b),$$

где  $b$  — расстояние от лупы до предмета.

Другой предельный случай, когда предмет располагается вблизи фокуса линзы. Изображение удаляется на бесконечность. В данном случае помимо углов, под которыми видны предмет и изображение, следует учитывать и расстояние от лупы до предмета, и расстояние от лупы до глаза. Когда последнее расстояние стремится к нулю, мы приходим к случаю часовой лупы.

### 2.11.2. Очки

Очки — простейший прибор для коррекции оптических дефектов зрения или для защиты глаз. Близорукость корректируется рассеивающими линзами, дальнозоркость — собирающими, астигматизм — цилиндрическими и сфероцилиндрическими линзами, косоглазие — призматическими стеклами.

В очках для коррекции зрения (дальнозоркости или близорукости) используются собирающие или рассеивающие линзы (рис. 2.49).

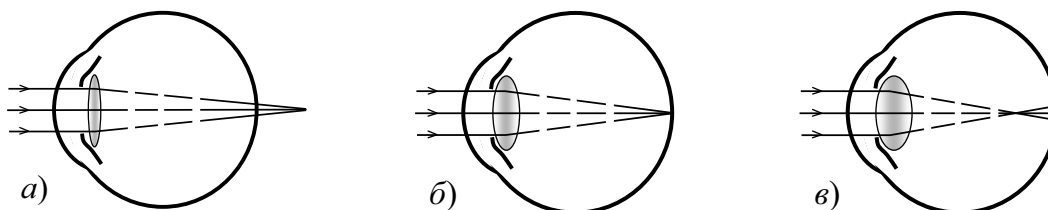


Рис. 2.49. Дальнозоркость (а), нормальное зрение (б), близорукость (в)

На рис. 2.49 представлен ход лучей в глазу, когда у человека дальнозоркость, нормальное зрение и близорукость. На рис. 2.50 показано исправляющее действие линзы на зрение дальнозоркого и близорукого глаза. Если исправляют дальнозоркость, то используют собирающую линзу, если близорукость – рассеивающую.

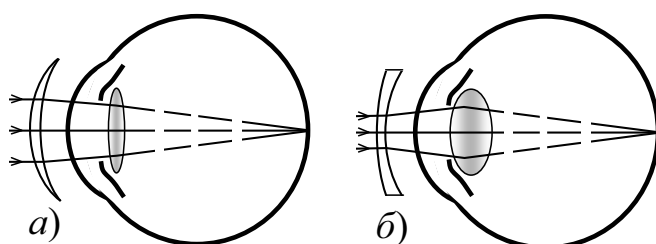


Рис. 2.50. Исправление дальнозоркости (а) и близорукости (б) с помощью собирающей и рассеивающей линз

### 2.11.3. Фотоаппарат

Изображение фотографируемых предметов в фотоаппарате (действительное, перевернутое, уменьшенное) создается объективом. Объектив в фотоаппарате представляет собой собирающую систему линз, подобранных так, чтобы были исправлены те или иные искажения. На представленной схеме хода лучей система линз заменена на одиночную линзу (рис. 2.51).

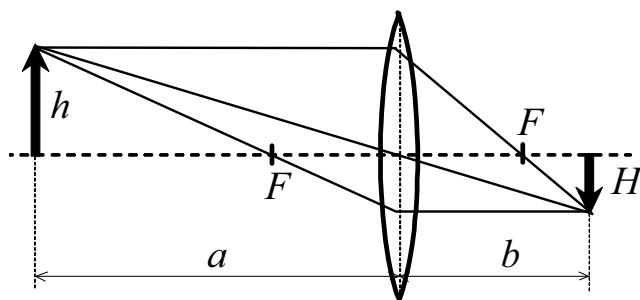


Рис. 2.51. Ход лучей в фотоаппарате. Изображение перевернутое, уменьшенное, действительное

Во всех вопросах, связанных с формированием изображения, большую роль играет ограничение световых пучков, проходящих через объектив (рис. 2.52).

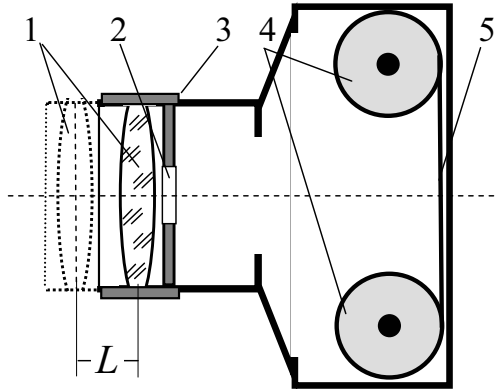


Рис. 2.52. Перемещение  $L$  линзы в объективе фотоаппарата и изменение диафрагмы объектива обеспечивают фокусировку изображения и изменение глубины резкости: 1 – линза; 2 – диафрагма; 3 – объектив; 4 – катушки с пленкой; 5 – плоскость наводки (пленка)

Резкое изображение на пленке получается только для предметов, находящихся в определенной плоскости (плоскости наводки, сопряженной с плоскостью пленки). Точки, находящиеся на других расстояниях, дают изображения на пленке в виде кружков рассеяния. Достаточно резко отображаются точки, лежащие в некотором интервале расстояний – глубине резкости. Глубина резко отображаемого пространства тем больше, чем сильнее ограничен пучок лучей, формирующих изображение, то есть чем меньше диафрагма.

#### 2.11.4. Микроскоп и телескоп

Микроскопы (от микро... и греч. *skopeo* – *смотрю*) – инструменты, позволяющие получать увеличенное изображение мелких объектов и их деталей, не видимых невооруженным глазом.

Если рассматривать через положительную (собирающую) линзу предмет, расположенный за линзой не дальше ее фокальной точки, то видно увеличенное мнимое изображение предмета. Такая линза представляет собой простейший микроскоп и называется лупой или увеличительным стеклом. Из схемы рис. 2.53 можно определить размер увеличенного изображения. Когда глаз настроен на параллельный пучок света (изображение предмета находится на неопределенно большом расстоянии, а это означает, что предмет расположен в фокальной плоскости линзы), видимое увеличение микроскопа  $\Gamma$  можно определить из соотношения (рис. 2.53):

$$\Gamma = \operatorname{tg} \alpha / \operatorname{tg} \beta = (H/f) / (H/d) = d/f,$$

где  $f$  – фокусное расстояние линзы;  $d$  – расстояние наилучшего зрения, т. е. наименьшее расстояние, на котором глаз хорошо видит при нормальной аккомодации.  $\Gamma$  увеличивается на единицу, когда глаз настраивается так, что мнимое изображение предмета оказывается на расстоянии наилучшего зрения. Способности к аккомодации у всех людей разные, с возрастом они ухудшаются. Принято считать 25 см расстоянием

наилучшего зрения нормального глаза. В поле зрения одиночной положительной линзы при удалении от ее оси резкость изображения быстро ухудшается из-за поперечных aberrаций. Хотя и бывают лупы с увеличением в 20 крат, типичная их кратность от 5 до 10.

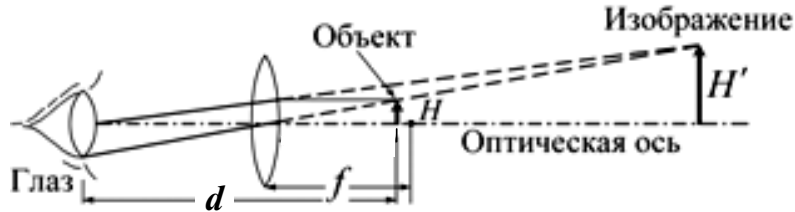


Рис. 2.53. Увеличение простейшего микроскопа  $\Gamma = d/f$ :  
 $f$  – фокусное расстояние;  $d$  – расстояние наилучшего зрения

Чтобы получить значительные угловые увеличения близко расположенных мелких предметов, необходимо использовать комбинацию двух короткофокусных линз – объектива и окуляра (рис. 2.54).

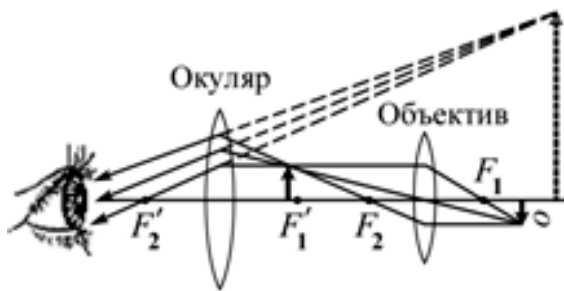


Рис. 2.54. Приблизительно определить увеличение микроскопа можно, умножая увеличение объектива на увеличение окуляра и увеличение промежуточных линз (если они предусмотрены в конструкции микроскопа). Увеличение сложного микроскопа, именуемого обычно просто микроскопом, достигает до 2000 крат

Оптические телескопы (от теле... и греч. скорее – смотрю) – астрономические инструменты для изучения небесных светил по их электромагнитному излучению в видимой области спектра. Существуют 3 типа оптических телескопов: рефракторы (линзовые), рефлекторы (зеркальные) и комбинированные зеркально-линзовые системы.

Телескоп увеличивает видимые размеры удаленных предметов. В схеме простейшего телескопа входят две положительные линзы (рис. 2.55).

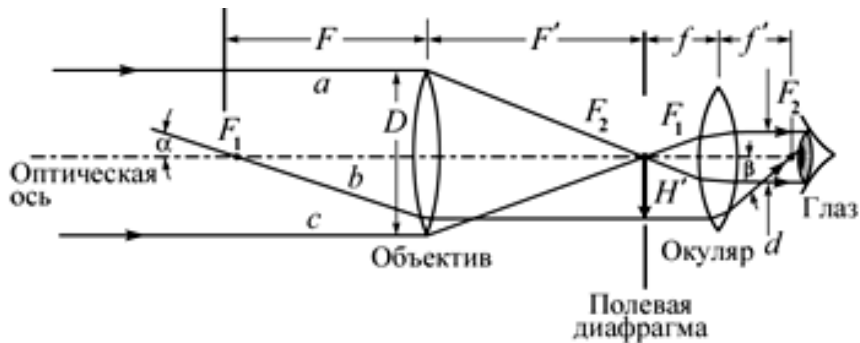


Рис. 2.55. Ход лучей в телескопе-рефракторе.  
 Увеличение  $\Gamma = -\text{tg } \alpha / \text{tg } \beta = -F/f'$  (или  $F/f$ )

Лучи от удаленного предмета, параллельные оси телескопа (лучи  $a$  и  $c$  на рис. 2.55), собираются в заднем фокусе первой линзы (объектива). Вторая линза (окуляр) удалена от фокальной плоскости объектива на свое фокусное расстояние, и лучи  $a$  и  $c$  выходят из нее вновь параллельно оси системы. Некоторый луч  $b$ , исходящий не из тех точек предмета, откуда пришли лучи  $a$  и  $c$ , падает под углом  $\alpha$  к оси телескопа, проходит через передний фокус объектива и после него идет параллельно оси системы. Окуляр направляет его в свой задний фокус под углом  $\beta$ . Поскольку расстояние от переднего фокуса объектива до глаза наблюдателя пренебрежимо мало по сравнению с расстоянием до предмета, то из схемы рис. 2.55 можно получить выражение для видимого увеличения  $M$  телескопа:

$$M = -\operatorname{tg}\alpha/\operatorname{tg}\beta = -F/f' \text{ (или } F/f).$$

Угловое увеличение (или просто увеличение) показывает, во сколько раз угол, под которым виден объект при наблюдении в телескоп, больше чем при наблюдении глазом.

Отрицательный знак показывает, что изображение перевернуто. В астрономических телескопах оно таким и остается; в телескопах для наблюдений за наземными объектами применяют оборачивающую систему, чтобы рассматривать нормальные, а не перевернутые изображения. В оборачивающую систему могут входить дополнительные линзы или, как в биноклях, призмы.

Если невооруженным глазом можно различить две звезды с угловым расстоянием не менее  $2'$ , то телескоп позволяет уменьшить этот предел в  $M$  раз. Для видимых длин волн при  $\lambda = 550$  нм на телескопе с диаметром  $D = 1$  м теоретическое угловое разрешение будет равно  $\delta = 0,1''$ . Практически угловое разрешение больших телескопов ограничивается атмосферным дрожанием. При фотографических наблюдениях разрешающая способность всегда ограничена земной атмосферой и погрешностями гидирования\*) и не бывает лучше  $0,3''$ .

---

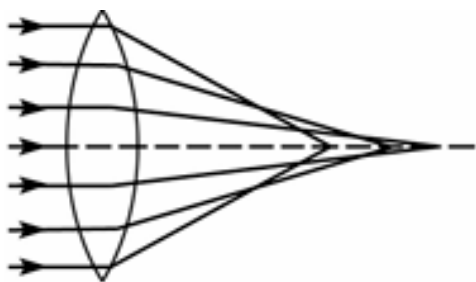
\*) Гидирование в астрономии – вспомогательная операция, выполняемая при фотографировании небесных светил. Заключается в том, что наблюдатель с помощью микрометрических винтов или вспомогательных двигателей телескопа удерживает некоторое небесное светило на кресте нитей окулярного микрометра, установленного в фокальной плоскости вспомогательной оптической трубы, так называемого гида (смещение светила с креста нитей в телескопе, вращающемся в соответствии с видимым суточным движением неба, вызывается погрешностями в изготовлении телескопа, влиянием атмосферы или собственным перемещением наблюдаемого светила относительно звёзд).

## 2.12. Основные погрешности оптической системы

Оптическая система — это совокупность отражающих и преломляющих поверхностей, которые отделяют друг от друга оптически однородные среды. Обычно эти поверхности являются сферическими или плоскими. Если центры всех поверхностей лежат на одной прямой, то оптическая система называется центрированной. Чтобы центрированная система была идеальной оптической системой, необходимо ограничиться только лучами, идущими под малыми углами к главной оптической оси. Такие лучи называются параксиальными. Теория идеальных оптических систем была разработана Гауссом (1841).

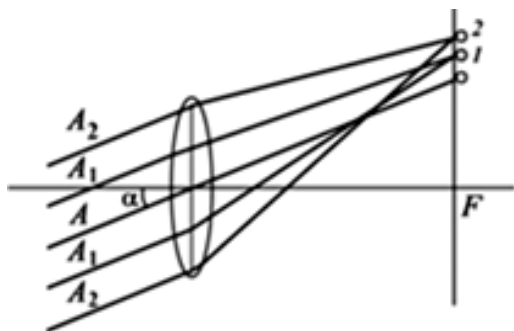
В реальной оптической системе всегда есть погрешности, отличающие её от идеальной системы. Аберрации (лат. aberratio — *уклонение, удаление*) «размывают» изображения (геометрическая аберрация) и создают их окрашивание (хроматическая аберрация). Аберрации ухудшают разрешающую способность оптических систем. В большинстве случаев аберрации обоих типов проявляются одновременно, особенно в линзовых оптических системах.

Сферическая аберрация — погрешность, проявляющаяся при отображении точек, лежащих на оптической оси системы. Лучи, проходящие через края линзы, преломляются сильнее, чем те, которые проходят вблизи оптической оси. Происходит перераспределение освещенности в изображении точки: в центре пятна острый максимум и быстрое убывание освещенности по мере удаления от центра изображения (рис. 2.56).



*Рис. 2.56. Сферическая аберрация — лучи, проходящие на разных расстояниях от оси линзы, фокусируются в разных точках*

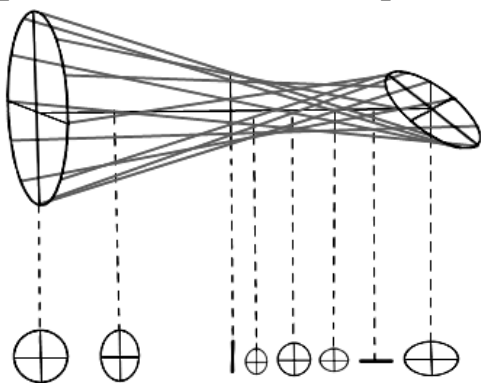
Сферическая аберрация возникает в результате использования сферических поверхностей вместо поверхностей правильной формы. Для каждого данного расстояния от объекта до линзы эффект аберрации можно устранить, изменив форму линзы или взяв несколько линз с таким расчетом, чтобы аберрации отдельных линз взаимно уничтожились.



*Рис. 2.57. Кома – внеосевая aberrация, связанная с наклоном лучей света, идущих от источника к оптической оси линзы*

Кома возникает из-за нарушения осевой симметрии широкого пучка лучей, исходящего из точки предмета, расположенной вне оптической оси (рис. 2.57). Пятно рассеяния имеет вид яркого кружка малого размера с постепенно расширяющимся «хвостом». При этом изображение звезды имеет вид капли или кометы с ярким ядром и большим хвостом – отсюда и пошло название aberrации. В зависимости от знака aberrации «хвост» может быть направлен либо в сторону оптической оси системы, либо в противоположную сторону. Распределение освещенности в фигуре рассеяния асимметрично – вся энергия сосредоточена в угле порядка  $60^\circ$  и быстро убывает в направлении от вершины угла.

Астигматизм и кривизна поля. Астигматизм заключается в растягивании точечного изображения в черточку. Лучи света от объекта, идущие в разных плоскостях, не могут сфокусироваться на одной плоскости изображения (рис. 2.58). Изображение предмета, расположенного перпендикулярно оптической оси, получается резким, но расположенным на искривленной поверхности.



*Рис. 2.58. Астигматизм – изображение внеосевой точки предмета, получаемое в плоскости изображений, – это эллипс с центром в параксиальном изображении*

Дисторсия (от лат. *distorsio* – искривление) – это aberrация, вызывающая искажение изображения предмета, оставляя его резким. Изображение точки, расположенной близко к оптической оси, очень мало отклоняется от своего идеального положения, а изображение точки предмета, далекой от оптической оси, смещено от идеального положения тем больше, чем дальше от оси находится эта точка. Дисторсия может быть бочкообразной или подушкообразной (рис. 2.59).





*Рис. 2.59. Бочкообразная и подушкообразная дисторсия. Слева приведено неискаженное изображение*

Хроматическая аберрация – погрешность, возникающая из-за того, что свет разной длины волны имеет разные показатели преломления в стекле, а поэтому фокусное расстояние для разных цветов разное. Изображение белого пятна получается цветным, так как, когда в фокусе красный цвет, синий оказывается вне фокуса, и наоборот. Это явление называется хроматической аберрацией. В 1747 г. Эйлер математически доказал существование объектива, состоящего из двух стеклянных менисков, лишённого хроматической аберрации.

При конструировании оптических инструментов, в зависимости от их назначения, стремятся по возможности уменьшить те или иные аберрации. До какого предела можно устранить аберрации с точки зрения принципа Ферма? Для совершенной системы время прохождения любого, как угодно удалённого от оптической оси луча одинаково. Каков разумный предел точности совпадения всех времен? Существует некий предел, за которым всякое уточнение бесполезно, поскольку приближение геометрической оптики перестаёт работать.

Принцип наименьшего времени, в отличие от закона сохранения энергии и импульса, – это некоторое приближение. Оказывается, не имеет смысла требовать равенства времен прохождения лучей с точностью, превышающей период колебания света. Свет – это периодический волновой процесс с определённой частотой, которая связана с длиной волны, и если мы добились, что времена прохождения лучей отличаются на величину, меньшую или порядка периода колебаний, то дальше уравнивать времена бесполезно.

Волновая природа света проявляется в том, что даже при отсутствии геометрических аберраций изображение точки предмета представляет собой дифракционный кружок (дифракционные аберрации).

В современных оптических системах, например в телескопе Хаббл (Hubble), со всеми видами аберраций успешно борются, применяя мощные компьютеры и специально разработанные программы для коррекции получаемого изображения.

## 2.13. Разрешающая способность

Важный с технической точки зрения вопрос — это разрешающая способность оптических приборов. Создавая микроскоп, мы хотим максимально увеличить объект, который находится в поле нашего зрения. Предел возможностей микроскопа связан не с тем, что невозможно добиться увеличения более чем в 2000 раз. Даже если построить систему линз, увеличивающую в 10 000 раз, оказывается невозможным увидеть столь близко расположенные один к другому объекты из-за ограниченности возможностей геометрической оптики и наличия пределов применимости принципа наименьшего времени.

Сравнивая время прохождения разных лучей, можно найти расстояние между двумя точками, при котором эти точки еще различаются на изображении. Пусть все лучи от точки  $P$  (рис. 2.60) проходят до изображения  $T$  за одно и то же время  $t$ . Возьмем близлежащую точку  $P'$ . Требование, чтобы вторая точка давала изображение, отличное от первого, сводится к условию: времена прохождения двух крайних лучей  $PST$  и  $P'ST$  от точек  $P$  и  $P'$  до изображения должны быть разными, поскольку при равных временах свет от  $P$  и  $P'$  сфокусировался бы в  $T$  и изображения совпали.

Изображения будут иметь разные фокусы и обе точки на изображении станут различимы, если времена прохождения крайних лучей  $t_1$  и  $t_2$  от одного источника к изображению второго отличаются от времени прохождения к собственному изображению более чем на один период колебаний световой волны. Для этого необходимо, чтобы разность времен прохождения крайних лучей к чужому изображению была больше некоторой величины, примерно равной периоду колебания световой волны:

$$t_2 - t_1 > 1/\nu,$$

где  $\nu = c/\lambda$  — частота света (скорость света, деленная на длину волны в вакууме).

Обозначим расстояние между точками через  $D$ , а половину угла, под которым видна линза из точки  $P$ , через  $\theta$ ; тогда условие  $t_2 - t_1 > 1/\nu$  равносильно утверждению, что  $D$  больше  $(\lambda/n) \cdot \sin\theta$ , где  $n$  — показатель преломления среды в точке  $P$ . Отсюда размеры самого малого объекта, который можно увидеть, оказываются порядка длины волны света. Для телескопов тоже имеется такая формула; она определяет наименьшую разность углов (угловое расстояние) между двумя звездами, при которой их еще можно отличить друг от друга. Предельный угол имеет величину порядка  $\lambda/D$ , где  $D$  — диаметр линзы.

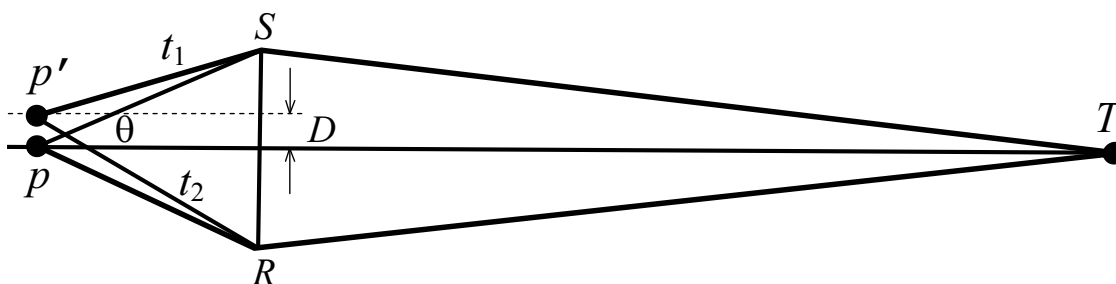


Рис. 2.60. Разрешающая способность оптической системы определяется волновой природой света

Использование в микроскопе голубого света позволяет несколько повысить его разрешающую способность. Еще лучшего разрешения можно добиться, используя ультрафиолетовое или рентгеновское излучение.

Разрешающая способность оптических систем определяется волновыми свойствами света и процессами дифракции. Более подробно этот вопрос будет рассмотрен в главе 4.

## 2.14. Активная оптика

Для автоматического поддержания идеальной формы и правильного расположения оптических элементов телескопа-рефлектора, прежде всего — его главного и вторичного зеркал, используется динамическая электронно-механическая оптическая система, называемая в астрономии активной оптической системой.

Идеальную форму (параболоид, гиперболоид или сфера — в зависимости от оптической схемы телескопа) стараются придать зеркалам при их изготовлении на оптическом предприятии, но нередко при этом остаются невыявленные дефекты. Дальнейшее ухудшение качества зеркал происходит в процессе их транспортировки и сборки телескопа в башне обсерватории. При эксплуатации телескопа его элементы подвергаются переменным механическим и термическим нагрузкам, вызванным поворотами телескопа при его наведении на объекты наблюдения, суточными перепадами температуры и т. п. Особенно сильно искажают форму главного зеркала телескопа его повороты по высоте; они же приводят к переменной деформации конструкции телескопа, сбивая настройку оптических элементов.

Исторически поддержание формы оптических элементов телескопа основывалось на их жесткости. До конца XIX в. основным инструментом астрономов был телескоп-рефрактор, имеющий линзовый

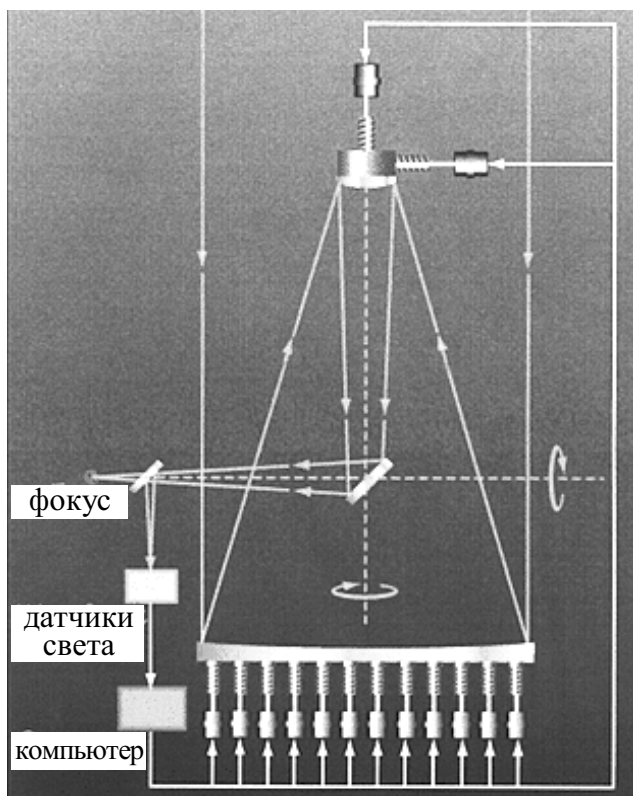
объектив. С ростом диаметра и веса линз поддерживать их форму становилось все сложнее, поскольку крепление линзы возможно лишь по ее периметру. Когда диаметр линзовых объективов достиг 1 м, технические возможности оказались исчерпаны: два крупнейших в мире линзовых телескопа — рефрактор Ликской обсерватории (штат Калифорния, США) с объективом диаметром 91 см и рефрактор Йеркской обсерватории (штат Висконсин, США) с объективом в 102 см были сооружены около 1890 г. и до сих пор не превзойдены. Более крупные объективы для полноповоротных телескопов никогда не изготавливались. На Парижской выставке 1900 г. демонстрировался неподвижный горизонтальный телескоп-рефрактор с объективом в 125 см и с *сидеростатом*<sup>\*)</sup> для наведения на объекты, но для научной работы он не использовался. До тех пор пока линзы делаются из стекла, вряд ли удастся изготовить объективы большего размера. Даже если оптическое качество стеклянного диска окажется превосходным, огромные линзы будут прогибаться под собственным весом.

Проблему деформации объектива удалось решить путем перехода к телескопам-рефлекторам: жесткая монтировка телескопа поддерживает зеркальный диск объектива по всей его нижней поверхности, препятствуя изгибу. Теперь такие оптические системы называют «пассивными». Вес зеркала удавалось значительно снизить без потери жесткости, придав ему форму пчелиных сот и оставив сплошной только верхнюю, зеркальную поверхность.

Наконец, для наиболее крупных зеркал диаметром 2,5...6,0 м была разработана механическая система разгрузки, поддерживающая зеркало снизу в нескольких точках так, что сила упора зависит от положения телескопа: чем ближе к зениту наблюдается объект, а значит, чем более горизонтально располагается главное зеркало телескопа, тем сильнее упираются в него снизу поддерживающие элементы, не позволяя зеркалу прогибаться. Фактически это стало первым шагом к системам активной оптики.

---

<sup>\*)</sup> *Сидеростат* (от лат. *sidus* [*sideris*] — *звезда* + греч. *statos* — *стоящий*) — вспомогательное плоское зеркало перед объективом неподвижного телескопа, позволяющее ему следить за небесными объектами. Оптическая ось телескопа направлена в полюс мира, а зеркало сидеростата вращается вокруг этой оси с периодом в 24 часа, отслеживая суточное движение небосвода. Для наведения на конкретный объект меняют наклон зеркала по склонению. Исторически сидеростат предшествовал целостату. В основном их используют для наблюдения за Солнцем: *целостат* — в горизонтальных и вертикальных телескопах, а *сидеростат* — в наклонных (полярных). Преимущество сидеростата — одно зеркало (у целостата их 2); недостаток — вращение изображения объекта в фокальной плоскости телескопа.



*Рис. 2.61. Схема системы активной оптики, применяемой в Европейской южной обсерватории. В активной оптической системе линия обратной связи позволяет контролировать качество изображения и исправлять его за счет деформации главного зеркала и перемещения вторичного зеркала телескопа*

Главной особенностью современных астрономических систем активной оптики является линия обратной связи, позволяющая контролировать качество изображения и при необходимости исправлять его путем управляемой деформации главного зеркала и перемещения вторичного зеркала телескопа (рис. 2.61). Контроль осуществляется по изображению гидировочной звезды, которая выбирается на небе вблизи от изучаемого источника и одновременно используется для точного ведения телескопа за объектом (т. е. для гидирования). Размещенный у выходного зрачка телескопа анализатор волнового фронта исследует изображение звезды, пропущенное через матрицу из небольших линз. Каждая линза строит изображение звезды, которое регистрируется ПЗС-матрицей<sup>\*)</sup>.

Разработано несколько способов выявления кривизны волнового фронта — по взаимному положению изображений, по степени их кон-

<sup>\*)</sup> ПЗС-матрица — это аналоговое устройство: электрический ток возникает в пикселе изображения в прямом соотношении с интенсивностью падающего света. Чем выше плотность пикселей в ПЗС-матрице, тем более высокое разрешение будет давать видеокамера. ПЗС-матрицы, применяемые в видеокамерах стандарта DV, обеспечивают меньшее разрешение, чем 35-миллиметровые кинокамеры, а вот плотность размещения пикселей в некоторых профессиональных моделях фотоаппаратов (с ПЗС на 9 мегапикселей и выше) уже приближается к пленочному стандарту.

траста и др. Чтобы результат анализа не зависел от случайного атмосферного дрожания изображения, измерения накапливаются и усредняются на интервалах в 20...30 с. По данным анализатора волнового фронта компьютер вырабатывает управляющие сигналы, которые усиливаются и передаются на многочисленные механические домкраты (рис. 2.62), упирающиеся снизу с необходимым усилием в главное зеркало или слегка перемещающие вторичное зеркало.

При наличии системы активной оптики требования к главному зеркалу телескопа меняются принципиально: оно должно быть не предельно жестким, как раньше, а достаточно мягким, чтобы поддаваться управлению. Поэтому у современных крупных телескопов главное зеркало либо является относительно тонким (например, при диаметре 8...9 м имеет толщину всего 20 см), либо состоит из нескольких независимых элементов (например, 36 гексагональных двухметровых пластин составляют главное зеркало у 10-метровых телескопов Кек-1 и Кек-2). Тонкое и легкое зеркало объектива позволяет существенно облегчить всю конструкцию телескопа. К тому же такое зеркало быстро принимает температуру окружающего воздуха, а это снимает проблему термических деформаций.



*Рис. 2.62. Оправа 8,2-метрового главного зеркала очень большого телескопа (VLT) Европейской южной обсерватории. В нижнюю поверхность зеркала упираются 150 управляемых «домкратов», которые по командам компьютера поддерживают форму зеркала в состоянии, близком к идеальному*

Первая система активной оптики была реализована в 1989 г. на 3,5-метровом телескопе новых технологий (NTT = New Technology Telescope) Европейской южной обсерватории (Ла-Силла, Чили). В 1992 г. подобная система была создана для управления главным сегментным зеркалом 10-метрового телескопа Кек-1 (Мауна-Кеа, Гавайи). Затем

полностью активной оптической системой были оснащены четыре главных 8,2-метровых телескопа с тонкими монолитными зеркалами, входящие в состав очень большого телескопа (VLT) Европейской южной обсерватории (Параналь, Чили) (рис. 2.62).

Сейчас все современные телескопы диаметром 8...10 м имеют систему активной оптики. При этом их собственное оптическое качество становится практически идеальным, а качество получаемого изображения ограничивается лишь нестабильностью атмосферы, для подавления которой создаются системы адаптивной оптики. В будущем системы активной оптики планируют применять на крупных космических телескопах; при этом они будут давать практически идеальные изображения, качество которых ограничено только дифракцией света.

### *Основные выводы*

Геометрическая оптика является предельным случаем волновой оптики, когда длина световой волны стремится к нулю. Геометрическая оптика рассматривает излучение как тонкие пучки света — лучи, распространяющиеся в однородной среде прямолинейно. Основным понятием геометрической оптики является световой луч.

Световой луч — это геометрическая линия, вдоль которой распространяется электромагнитное излучение (энергия световых колебаний).

Геометрическая оптика базируется на следующих аксиомах:

1. Лучи света распространяются независимо друг от друга. Суммарная интенсивность двух пучков равна сумме интенсивностей каждого пучка при отсутствии другого (принцип суперпозиции). Нарушение этой аксиомы сопровождается интерференцией, изучение которой выходит за рамки геометрической оптики.
2. В однородной среде лучи света распространяются прямолинейно.
3. Закон отражения света: угол падения светового луча равен углу его отражения. Падающий и отраженный лучи, а также перпендикуляр, восстановленный в точке падения, лежат в одной плоскости.
4. Закон Снеллиуса: отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина, постоянная для двух сред:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

5. Падающий и преломленный лучи, а также перпендикуляр, восстановленный в точке падения, лежат в одной плоскости.

Геометрическая оптика — наука неточная, и одно из важнейших упрощений — приближение параксиальной оптики. Суть его заключается в том, что рассматриваются только те лучи, которые на своем пути незначительно отклоняются от оптической оси системы. Тогда угол между оптической осью и падающим лучом настолько мал, что можно считать, что  $\sin\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha \approx \alpha$ .

Пучок параллельных лучей, распространяющийся вдоль оптической оси, в приближении параксиальной оптики после отражения от сферического зеркала соберется в одной точке, называемой фокусом сферического зеркала. Эта точка отстоит от центра сферы на расстояние  $f = R/2$ . Связь между расстоянием до предмета и расстоянием до изображения дается формулой

$$1/s - 1/s' = 1/f = 2/R.$$

Параллельные пучки собирает в точку не только зеркало, но и линза. Если расстояние до фокуса линзы равно  $f$ , то формула линзы записывается следующим образом:

$$1/s + 1/s' = 1/f.$$

Если изображение источника стало мнимым и находится с той же стороны от линзы, что и источник, то предыдущая формула, если  $s$ ,  $s'$  и  $f$  взяты по модулю, примет вид:

$$1/s - 1/s' = 1/f.$$

В случае вогнутой линзы перед фокусным расстоянием  $f$  появляется минус.

Увеличением оптической системы называется отношение величины изображения предмета к величине самого предмета:

$$\frac{y'}{y} = \frac{x'}{f} = \frac{f}{x}.$$

Разрешающая способность оптических систем определяется волновыми свойствами света. Размеры самого малого объекта, который можно увидеть в микроскоп, оказываются порядка длины волны света.

Разрешающая способность микроскопа — минимальное расстояние, на которое оптика микроскопа может различить отдельно две близко расположенные точки — порядка  $\lambda$ .

Разрешающая способность телескопа — минимальный угол между двумя звездами, видимыми отдельно. Предельный угол имеет величину порядка  $\lambda/D$ , где  $D$  — диаметр линзы. Для телескопа эта величина примерно равна  $0,1''$ .



Искажение изображения, вызванное недостатками оптической системы, называется аберрацией. Аберрации оптических систем бывают физические и геометрические. Физическая аберрация – хроматическая. Геометрические аберрации – сферическая, кома, астигматизм, кривизна поля и дисторсия.

### Упражнения

1. Вывести из принципа Гюйгенса закон отражения света от плоского зеркала.

2. Вывести из принципа Ферма закон отражения света от плоского зеркала и показать, что в этом случае время минимально.

3. Предмет расположен между фокусом и центром кривизны вогнутого зеркала. Будет ли изображение перевернутым? Какова его величина по сравнению с размером предмета?

4. Расстояние предмета до вогнутого зеркала меньше фокусного расстояния. Увидите ли вы его изображение в зеркале? Если да, то будет оно больше или меньше предмета? Не будет ли изображение перевернутым? (Может быть, все обстоит точно так же, как бывает, когда вы смотрите в вогнутое зеркало для бритья?)

5. Луч света падает на пластинку из стекла под углом  $60^\circ$  относительно нормали к пластинке. Если  $n = 1,5$ , то под каким углом луч выйдет с другой стороны пластинки (поверхности пластинки параллельны друг другу)?

6. Расстояние до ближайшей звезды 4 световых года. Каким должен быть ее диаметр, чтобы его можно было измерить с помощью 200-дюймового телескопа ( $1 \text{ дюйм} = 2,54 \text{ см}$ )?

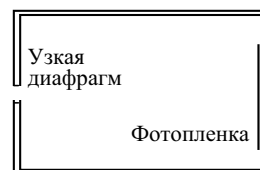
7. Предположим, что по орбите вокруг звезды, удаленной на 10 световых лет, вращается очень большая планета, которую можно увидеть в 200-дюймовый телескоп. На каком расстоянии от звезды должна находиться эта планета, чтобы их можно было разрешить?

8. Параллельный пучок лазера диаметром 1 см фокусируется линзой с фокусным расстоянием 10 см. Каковы размеры пятна, если  $\lambda = 6400 \text{ \AA}$ ?

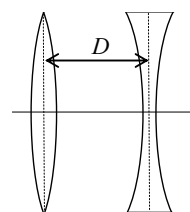
9. Повторите упражнение 8 для пучка диаметром 1 мм. Предмет расположен между фокусом и центром кривизны вогнутого зеркала. Будет ли изображение перевернутым? Какова его величина по сравнению с размером предмета?

## Задачи

1. Камера-обскура представляет собой черный ящик длиной 10 см с крошечным отверстием, играющим роль линзы. Какой диаметр отверстия обеспечивает наибольшую резкость изображения?



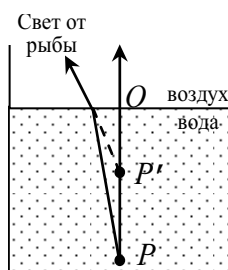
2. Две линзы с фокусными расстояниями  $f$  и  $-f$  расположены на расстоянии  $D$  друг от друга, причем  $D < f$ . Если слева на линзы падает параллельный пучок света, то будет ли он фокусироваться, и если да, то в каком месте?



3. Повторите решение задачи 2 для случая, когда пучок падает на линзы справа.

4. Докажите, что если две тонкие линзы с фокусными расстояниями  $f_1$  и  $f_2$  поместить рядом, то эта система будет вести себя аналогично линзе с фокусным расстоянием  $f = f_1 f_2 / (f_1 + f_2)$ .

5. Рыба находится на глубине  $OP$  (см. рисунок). Чему равна кажущаяся глубина  $OP'$ , если для воды  $n = 1,33$ ?



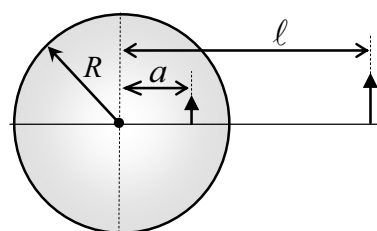
6. Дальновзорный глаз аккомодирует, не напрягаясь, на расстоянии, не меньшем  $d_0 = 50$  см. Какова должна быть оптическая сила  $D$  очков для того, чтобы предел аккомодации был понижен до  $d = 25$  см, если считать и глаз, и очки близко расположенными тонкими линзами.

Ответ:  $D = 1/d - 1/d_0 = 2$  дпр.

7. На плоскопараллельную стеклянную пластину под углом  $\alpha$  падает параллельный пучок света шириной  $\ell$ , содержащий две спектральные компоненты с длинами волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Показатели преломления стекла для этих длин волн различны и равны  $n_1$  и  $n_2$ , соответственно. Определите минимальную толщину  $d_{\min}$  пластинки, при которой свет будет распространяться, пройдя пластинку, в виде двух отдельных пучков, каждый из которых содержит только одну спектральную компоненту.

$$\text{Ответ: } d_{\min} = \frac{2\ell}{\sin 2\alpha} \cdot \frac{\sqrt{(n_1^2 - \sin^2 \alpha)(n_2^2 - \sin^2 \alpha)}}{\sqrt{n_1^2 - \sin^2 \alpha} - \sqrt{n_2^2 - \sin^2 \alpha}}$$

8. На расстоянии  $\ell = 10$  см от центра посеребренного шара находится небольшой предмет. Радиус шара  $R = 4$  см. Найдите, на каком расстоянии  $a$  от центра шара находится изображение предмета.



Ответ:  $a = R[1 - (\ell - R)/(2\ell - R)] = 2,5$  см.

## 3. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ

### 3.1. Введение

Интерференция света (от лат. *inter* – *взаимно, между собой* и *ferre* – *ударяю, поражаю*) – пространственное перераспределение энергии светового излучения при наложении двух или нескольких световых волн. Интерференция волн – одно из основных свойств волн любой природы (упругих, электромагнитных, в том числе световых и др.). Такие характерные волновые явления, как излучение, распространение и дифракция, тоже связаны с интерференцией. Интерференцией света объясняются окраска тонких масляных пленок на поверхности воды, металлический отлив в окраске крыльев насекомых и птиц, появление цветов побежалости на поверхности металлов, голубоватый цвет просветленных линз оптических приборов и пр.

Некоторые явления интерференции света исследовались еще И. Ньютоном в XVII в., но не могли быть им объяснены с точки зрения его корпускулярной теории. Правильное объяснение интерференции света как типично волнового явления было дано в начале XIX в. Т. Юнгом (Th. Young) и О. Френелем (A. Fresnel). Наиболее широко известна интерференция света, характеризующаяся образованием стационарной (постоянной во времени) интерференционной картины – регулярного чередования в пространстве областей повышенной и пониженной интенсивности света, получающейся в результате наложения когерентных световых пучков, т. е. в условиях постоянной (или регулярно меняющейся) разности фаз<sup>\*)</sup>. Реже и только в специальных условиях

---

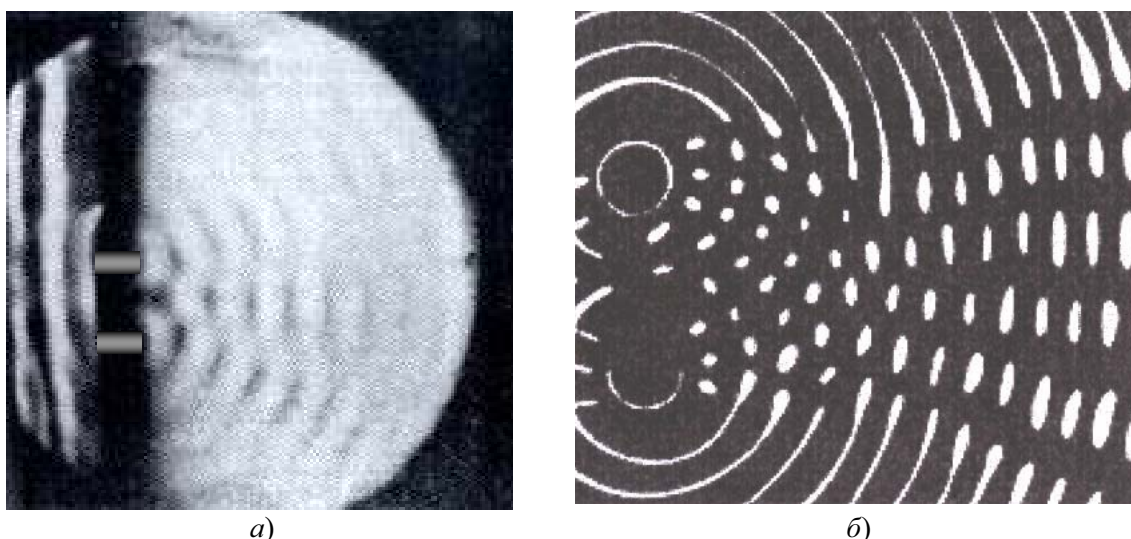
<sup>\*)</sup> Когерентность света – взаимная согласованность протекания во времени световых колебаний в разных точках пространства и (или) времени, характеризующая их способность к интерференции. В общем случае световые колебания частично когерентны и количественно их когерентность измеряется степенью взаимной когерентности, которая определяет контраст интерференционной картины в том или ином интерференционном эксперименте.

эксперимента наблюдаются явления нестационарной интерференции света, к которым относятся световые биения и эффекты корреляции интенсивностей. Строгое объяснение явлений нестационарной интерференции света требует учета как волновых, так и корпускулярных свойств света и дается на основе квантовой электродинамики.

Стационарная интерференция света возникает при наличии когерентности (определенной корреляции фаз) налагающихся волн. Взаимно когерентные световые пучки могут быть получены путем разделения и последующего сведения лучей, исходящих от общего источника света. При этом требование когерентности налагает некоторые ограничения на угловые размеры источника и на ширину спектра излучения.

### 3.2. Принцип Гюйгенса

Чтобы наблюдать интерференционные эффекты, необязательно иметь отдельные источники колебаний. С помощью единственного источника и экрана с отверстиями можно получить большое количество вторичных источников. На рис. 3.1, *а* изображены плоские волны на поверхности воды (от единственного источника), падающие на экран с двумя отверстиями. Волны, выходящие из этих отверстий, ведут себя так, как если бы они испускались двумя источниками (рис. 3.1, *б*), находящимися на месте отверстий и колеблющимися в фазе.



*Рис. 3.1. Волны на поверхности воды, возбуждаемые единственным вибратором и падающие на экран с двумя отверстиями (а); интерференция волн на поверхности воды, возбуждаемых вибраторами в двух точках (б)*

Известным опытом по получению интерференции электромагнитных волн, аналогичной изображенной на рис. 3.1 интерференционной картине на воде, является опыт с двумя щелями и источником света, как показано на рис. 3.2. Две узкие щели освещаются единственным источником света. Распределение интенсивности света на экране представляет собой такую же картину, как если бы щели были заменены источниками. Впервые такой эксперимент выполнил Томас Юнг в 1803 г.

В XVIII столетии Христиан Гюйгенс на основе опытов с волнами на поверхности воды сформулировал без доказательства следующий принцип: когда волновой фронт проходит одно или несколько отверстий, каждый элемент волнового фронта ведет себя так, как если бы он стал источником излучения — источником вторичных волн. Огибающая вторичных волн дает фронт волны в новый момент времени.\*)

Покажем, что поле, излучаемое источниками тока, заполняющими отверстие в экране, совпадает с полем волны, падающей на экран с отверстиями (см. Тюрин Ю.И., Чернов И.П., Крючков Ю.Ю. Электричество и магнетизм, гл. 14).

Обозначим поле, излучаемое индуцированными в экране токами, через  $E_{\text{экр}}$ . Справа от экрана результирующее поле запишется в виде

$$E_{\text{рез}} = E_{\text{пад}} + E_{\text{экр}},$$

где  $E_{\text{пад}}$  — поле, создаваемое самим источником (при отсутствии экрана). Это равенство соответствует физической ситуации, при которой возникает наблюдаемая интерференционная картина. Если мы закроем отверстия, то появится поле, излучаемое токами, наведенными в заглушках, закрывающих отверстия в экране,  $-E_{\text{отв}}$ .

Для случая экрана с заглушками справа от экрана поле отсутствует:

$$E_{\text{рез}} = E_{\text{пад}} + E_{\text{экр}} + E_{\text{отв}} = 0.$$

И мы получаем

$$\begin{aligned} -E_{\text{отв}} &= E_{\text{пад}} + E_{\text{экр}}, \\ |E_{\text{отв}}|^2 &= |E_{\text{пад}} + E_{\text{экр}}|^2. \end{aligned}$$

---

\*) В подлиннике: «По поводу процесса образования этих волн следует еще отметить, что каждая частица вещества, в котором распространяется волна, должна сообщать свое движение не только ближайшей частице, лежащей на проведенной от светящейся точки прямой, но необходимо сообщает его также и всем другим частицам, которые касаются ее и препятствуют ее движению. Таким образом, вокруг каждой частицы должна образоваться волна, центром которой она является. Но каждая из этих волн чрезвычайно слаба, и световой эффект наблюдается только там, где проходит их огибающая».

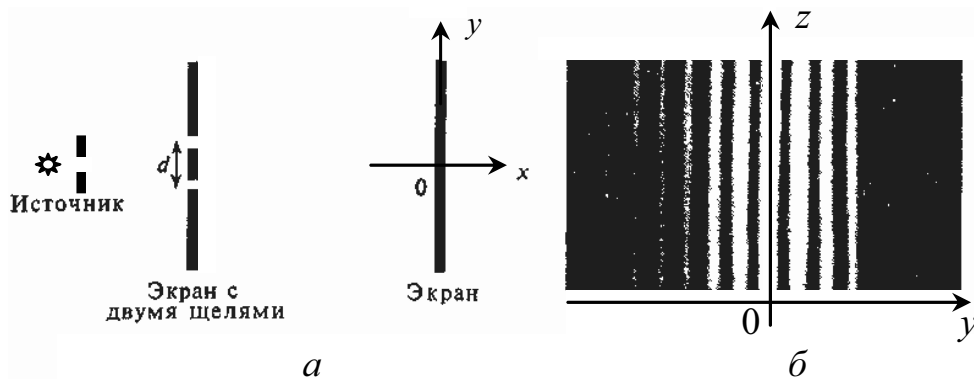


Рис. 3.2. Схема опыта по интерференции света от двух щелей (источником может быть либо лазер, либо единственная щель, освещаемая монохроматическим светом лампы; экран имеет две щели на расстоянии  $d$  друг от друга) (а); распределение интенсивности, полученное на фотопленке, расположенной у второго экрана (б)

Правая часть этого равенства совпадает с полем, соответствующим  $|E_{\text{рез}}|^2$ , а левая часть свидетельствует о том, что эта ситуация эквивалентна распределению интенсивности излучения, создаваемому источниками тока, расположенными в отверстиях и испускающими излучение независимо друг от друга. И если каждый элемент прошедшего за экран волнового фронта рассматривать как новый точечный источник излучения, то распределение интенсивности будет таким же, как в случае экрана и отдельного источника.

Мы рассмотрели принцип Гюйгенса для случая падения плоской волны на плоский экран. Принцип Гюйгенса можно применить для волновых фронтов произвольной формы при отсутствии экрана. При этом каждая точка волнового фронта рассматривается как источник новой волны. Такое рассмотрение приводит к правильному результату, когда речь идет о форме фронта вторичных волн. Однако при этом не всегда удастся получить правильные значения амплитуды волны.

Впоследствии Френель дополнил принцип Гюйгенса положением о том, что источники вторичных волн на фронте волн являются когерентными, т. е. имеют одинаковую частоту и поляризацию колебаний, а также постоянную разность фаз. Это дополнение Френеля позволило рассчитать интенсивность света, создаваемого источниками вторичных волн в произвольной точке пространства.

Согласно принципу Гюйгенса–Френеля, каждый элемент  $dS$  волновой поверхности  $S$  служит источником вторичной сферической волны, и эти источники когерентны (рис. 3.3).

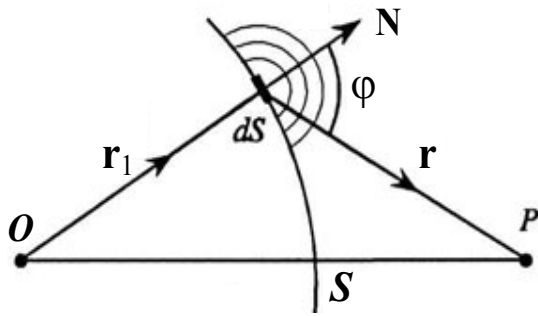


Рис. 3.3. Принцип Гюйгенса–Френеля

Амплитуда вторичной волны зависит от амплитуды падающей волны  $a_0$ , площади элемента поверхности  $dS$ , угла  $\varphi$  между нормалью к поверхности  $\mathbf{N}$  и направлением  $\mathbf{r}$  в точку наблюдения  $P$ , а также от расстояния между элементом поверхности и любой точкой наблюдения  $r$ . Результирующее колебание в точке  $P$  представляет собой суперпозицию колебаний, взятых по всей поверхности  $S$ :

$$E = \int_S K(\varphi) \frac{a_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) dS,$$

где  $E$  – любая компонента электромагнитной волны;  $\omega$  – циклическая частота света;  $k$  – волновое число;  $\alpha_0$  – начальная фаза падающей волны;  $K(\varphi)$  – коэффициент, зависящий от угла  $\varphi$  и определяемый из решения уравнения Максвелла.

При описании интерференционных опытов предполагается, что колебания векторов  $\mathbf{E}$  в обоих световых пучках происходят в точке наблюдения по одному направлению. В случае ортогональной поляризации налагающихся пучков  $(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2) = 0$  и происходит просто сложение интенсивностей, приводящее к равномерной освещенности в области перекрытия пучков. Это легко продемонстрировать, если в обычном интерференционном опыте на пути каждого из двух пучков поставить поляризаторы: полосы, отчетливо видные при совпадающих направлениях колебаний в обоих пучках, пропадают при повороте одного из поляризаторов на  $90^\circ$  (опыты Араго и Френеля).

Для наблюдения интерференции нет необходимости использовать поляризованный свет. Неполяризованный (естественный) свет можно представить в виде суперпозиции двух некогерентных волн, поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях. В интерференционных опытах эти волны создают две независимые, но пространственно совпадающие системы полос, так как свет распространяется в изотропной среде, где фазовые скорости ортогонально поляризованных волн одинаковы и, следовательно, для каждой точки наблюдения обе волны имеют одну и ту же разность хода интерферирующих пучков.

Если на пути одного из интерферирующих пучков естественного света поместить кристаллическую пластинку в половину длины волны, вносящую разность фаз между волнами с ортогональной поляризацией, то светлые полосы одной из независимых интерференционных картин совпадут с темными полосами другой, что приведет к равномерной освещенности. Но в скрытом виде интерференционная картина все же существует: полосы можно наблюдать, если смотреть на экран через анализатор, направление пропускания которого соответствует поляризации одной из волн. При повороте анализатора на  $90^\circ$  видна вторая картина, смещенная относительно первой на полполосы (опыт С.И. Вавилова).

Если на пути одного из пучков поместить слой оптически активного вещества (например, кварцевую пластинку, грани которой перпендикулярны оптической оси), то при прохождении через это вещество будет происходить поворот направления плоскости колебаний. Когда толщина пластинки подобрана так, что направление плоскости колебаний изменяется на  $90^\circ$ , интерференционная картина полностью пропадет: теперь в двух пучках, приходящих в точку наблюдения, одинаковое направление колебаний имеют некогерентные волны, которые в исходном пучке естественного света имели ортогональные поляризации.

### **3.3. Интерференция волн**

Рассмотрим явления, наблюдаемые при сложении волн от двух или нескольких источников, колеблющихся с определенной фазой относительно друг друга. При этом амплитуда результирующей волны оказывается равной векторной сумме отдельных амплитуд. Данное явление называется интерференцией волн. Интерференция свойственна не только электромагнитным волнам, но и волнам любого другого вида. При описании интерференции любых видов волн применяется один и тот же математический аппарат, поскольку как механические волны, так и электромагнитные волны удовлетворяют одним и тем же волновым уравнениям.

Расчет интерференционных волн в линейных средах основан на принципе суперпозиции, согласно которому результирующее волновое поле, создаваемое несколькими источниками, равно сумме полей от отдельных составляющих.



Для синусоидальных во времени (гармонических) волн, при этом, удобно пользоваться формализмом комплексных амплитуд<sup>\*)</sup>:  $\hat{A} = ae^{i\varphi}$ , где  $a$  и  $\varphi$  – вещественная амплитуда и фаза волны. Согласно принципу суперпозиции, комплексная амплитуда результирующего поля просто равна сумме таковых у отдельных слагаемых ( $\hat{A} = \Sigma \hat{A}_i$ ), а для интенсивности волны  $\hat{A}^2$  в случае двух волн с амплитудами  $\hat{A}_1 = ae^{i\varphi_1}$  и  $\hat{A}_2 = ae^{i\varphi_2}$  имеем:

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos \Delta\varphi,$$

где  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ .

Если бы не было перекрестного члена  $2a_1a_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ , полная энергия в данном направлении была бы равна сумме энергий  $a_1^2 + a_2^2$ , излучаемых по отдельности каждым источником, что соответствует нашим обычным представлениям.

Интенсивность света  $I$ , падающего на предмет от двух источников, совпала бы с суммой интенсивностей обоих источников  $I_1 + I_2$ . С другой стороны, если оставить перекрестный член, суммы интенсивностей не получится, потому что возникнет интерференция. В тех случаях, когда перекрестный член роли не играет, интерференция, казалось бы, отсутствует. Фактически же она возникает всегда, но подчас ее не удается наблюдать.

Рассмотрим несколько примеров. Пусть два источника света находятся друг от друга на расстоянии 7 000 000 000 длин волн (3...5 км), что, в общем, вполне осуществимо. Тогда в некотором фиксированном направлении разность фаз принимает вполне определенное значение. Но если сдвинуться от этого направления хоть на волосок, скажем на несколько длин волн, то разность фаз станет другой и значение косинуса резко изменится. При вычислении средней интенсивности в маленькой области пространства косинус в точках этой области будет все время колебаться – плюс, минус, плюс, минус – и при усреднении даст нуль, т. е.  $I = I_1 + I_2$ .

Усреднение по области, в которой фаза быстро меняется от точки к точке, обращает интерференционный член в нуль.

---

<sup>\*)</sup> Введение комплексных амплитуд  $\hat{A}$  часто облегчает математическую трактовку многих вопросов теории колебаний и волн. Большинство математических операций легче производить с показательными функциями, чем с тригонометрическими. Формула Эйлера  $\exp(i\varphi) = \cos\varphi + i\sin\varphi$  легко позволяет, после проведения необходимых вычислений, выделить действительную  $\text{Re}(\exp i\varphi)$  или мнимую  $\text{Im}(\exp i\varphi)$  части этого выражения,  $\cos\varphi$  или  $\sin\varphi$  соответственно, в зависимости от поставленной задачи.

Другой пример. Предположим, что два источника колеблются и излучают радиоволны независимо друг от друга, т. е. они представляют собой не один осциллятор, питающийся от двух проводов (благодаря чему разность фаз остается постоянной), а именно два независимых источника. Источники не настроены точно на одну и ту же частоту (равенства частот очень трудно достигнуть, если не соединять источники в одной цепи). Именно при этих условиях мы и будем называть источники *независимыми*. Из-за сдвига по частоте фазы источников будут различаться, даже если вначале они и совпадали: одна из фаз начнет опережать другую, и очень скоро источники окажутся в противофазе, а при дальнейшем опережении фазы снова сравняются и т. д. Разность фаз источников будет дрейфовать со временем. При измерениях в течение больших промежутков времени приборы не смогут уследить за ними. Подъемы и спады интенсивности, похожие на «биения» звука, происходят очень быстро. Если усреднить по промежутку времени наблюдения, то интерференционный член снова выпадает.

Действительно, средний квадрат комплексной амплитуды  $\langle \hat{A}^2 \rangle$  результирующего колебания за промежуток времени  $\tau$ , длительный по сравнению с временем нерегулярных изменений фазы  $\varphi$  (результирующая интенсивность света):

$$I \sim \langle \hat{A}^2 \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} (a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos \varphi) d\tau = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \cos \varphi d\tau.$$

Если  $\varphi$  остается неизменной за время наблюдения  $\tau$ , то  $\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \cos \varphi d\tau = \cos \varphi$ , следовательно  $\langle \hat{A}^2 \rangle = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos \varphi$ , т. е.  $I \neq I_1 + I_2$ .

При случайном и многократном изменении фазы  $\varphi$  за время  $\tau$  значение фазы многократно изменяется от 0 до  $2\pi$ , интеграл  $\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \cos \varphi d\tau$  стремится к нулю, и мы имеем  $\langle \hat{A}^2 \rangle = a_1^2 + a_2^2$ , т. е.  $I = I_1 + I_2$ .

При усреднении по разности фаз интерференционный член обращается в нуль.

Утверждение, что два различных источника света не интерferируют, не отражает физического закона, а характеризует чувствительность экспериментальной техники. В источнике света происходит следующее: сначала излучает один атом, затем другой и т. д. Как мы показали выше, атомы излучают последовательность волн за время около  $10^{-8}$  с; через  $10^{-8}$  с какой-то атом «высвечивается», его место занимает другой,

затем третий и т. д. Поэтому фаза может оставаться постоянной примерно только в течение  $10^{-8}$  с. При усреднении за промежутки времени, много большие  $10^{-8}$  с, интерференционный член от двух источников выпадает, так как фазы источников за это время много раз изменятся. Световые ячейки Керра (п. 5.10) позволяют регистрировать свет с очень большой скоростью, и с их помощью удалось показать, что интерференционный член меняется за время порядка  $10^{-8}$  с. Но большинство приборов не может регистрировать свет в столь малые интервалы времени и, естественно, не обнаруживает интерференции. Для глаза время усреднения — порядка 0,1 с, поэтому увидеть интерференцию от обычных источников совершенно невозможно.

В настоящее время удалось создать источники света — лазеры, в которых атомы излучают практически одновременно, и поэтому можно обойти эффект усреднения. Частота интерференции испущенного лазером света, т. е. время, в течение которого фаза остается постоянной, много больше  $10^{-8}$  с. Оно может быть равно целой секунде и с помощью обычных световых ячеек можно определить частоту интерференции между двумя лазерами. Удастся заметить биения при сложении света от двух лазеров.

Еще один пример гашения интерференции представляет собой сложение от многих источников. В этом случае суммарная интенсивность  $I_R$  пропорциональна квадрату суммы большого числа амплитуд (комплексных чисел). Если источники распределены в пространстве случайным образом, то разность фаз комплексных амплитуд  $\hat{A}_2$  и  $\hat{A}_3$  хотя и постоянна, но значительно отличается от разности фаз  $\hat{A}_1$  и  $\hat{A}_2$  и т. д. В результате получается много косинусов — одни из них положительны, другие отрицательны, а в сумме они почти целиком сокращаются.

Во многих случаях мы не замечаем эффекта интерференции, а полная интенсивность оказывается равной сумме интенсивностей всех источников.

В общем случае интенсивность от двух источников равна:

$$I = a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Величины  $a_{1,2}$ ,  $\varphi_{1,2}$  в общем случае являются некоторыми функциями координат и времени, вид которых определяется структурой интерферирующих волн (например, они зависят от расстояний до соответствующих источников и их фаз). В результате в тех точках, где  $\Delta\varphi = 2m\pi$ , где  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , амплитуды колебаний складываются:  $a = a_1 + a_2$ , а интенсивность  $I_{\max} = (a_1 + a_2)^2$  принимает максимальное

значение, превышающее сумму интенсивностей налагаемых волн ( $I_{\max} > I_1 + I_2$ ). В точках же, где  $\Delta\varphi = (2m + 1)\pi$ , имеет место интерференционный минимум интенсивности:  $I_{\min} = (a_1 - a_2)^2$ . В частном случае  $a_1 = a_2$  в этих точках суммарная амплитуда и, следовательно, интенсивность равна нулю, иными словами, интерферирующие волны полностью «гасят» друг друга.

В трехмерном пространстве геометрические места точек максимумов и минимумов, соответствующих определенным «порядкам»  $m$ , представляют собой некоторые поверхности, пересечение которых с произвольной плоскостью наблюдения (экрана) дает так называемые интерференционные полосы. Например, в случае двух плоских волн с фазами  $\varphi_1 = -\mathbf{k}_1\mathbf{r} + \varphi_{01}$ ,  $\varphi_2 = -\mathbf{k}_2\mathbf{r} + \varphi_{02}$  (где  $\mathbf{k}_{1,2}$  – волновые векторы,  $\varphi_{01}, \varphi_{02}$  – начальные фазы, определяемые фазами колебаний источников,  $k_1 = k_2 = 2\pi/\lambda$ ) имеем:

$$\Delta\varphi = -\Delta\mathbf{k}\mathbf{r} + (\varphi_{02} - \varphi_{01}),$$

где  $\Delta\mathbf{k} = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1$  и поверхности максимумов и минимумов будут представлять собой плоскости, перпендикулярные вектору  $\Delta\mathbf{k}$ ; при этом расстояние между соседними максимумами равно  $\lambda/[2\sin(\alpha/2)]$ , где  $\lambda$  – длина волны,  $\alpha = |\Delta\mathbf{k}|/k$  – угол между векторами  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}_2$ . Предельный случай  $\alpha = \pi$  и  $\hat{A}_1 = -\hat{A}_2$  соответствует стоячей волне, он может быть реализован, например, при полном отражении бегущей плоской волны от некоторой плоскости, перпендикулярной направлению ее распространения (п. 3.3.1).

Другой характерный пример – интерференция двух сферических волн, исходящих из соответствующих центров  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 3.4), разнесенных на некоторое расстояние  $d = S_1S_2$ . В этом случае  $\Delta\varphi = -k\Delta + (\varphi_{02} - \varphi_{01})$ , где  $\Delta = (r_2 - r_1)$  – разность хода,  $r_1$  и  $r_2$  – расстояния от источников  $S_1$  и  $S_2$  до точки наблюдения, и максимумы так же, как и минимумы между ними, располагаются на гиперблоидах вращения вокруг оси  $S_1S_2$ . В плоскости, параллельной этой оси, интерференционные полосы имеют вид гипербол. Общее число максимумов здесь определяется из условия  $|m| \leq d/\lambda$ , т. е.  $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3$  и т. д.

Аналогичным образом можно рассмотреть и другие случаи – интерференцию цилиндрических волн, интерференцию от нескольких источников (рис. 3.4 и 3.5) и др.

С точки зрения энергетических соотношений образование интерференционных максимумов и минимумов означает перераспределение потока энергии в пространстве – если, например, отдельные источники изотропны (равномерно излучают во все стороны), то несколько таких источников дают уже более сложную «изрезанную» диаграмму направленности.



*Рис. 3.4. Интерференция волн от двух точечных источников. Максимумы и минимумы располагаются на гиперболамидах вращения  $\Delta = r_2 - r_1 = const$*



*Рис. 3.5. Вид интерференционных полос в случае двух сферических волн*

Поверхности максимумов и минимумов (и соответствующие им интерференционные полосы на экране) неподвижны, если разность фаз  $\Delta\varphi$  и, строго говоря, комплексные амплитуды в сумме  $\hat{A}_1 + \hat{A}_2$  неизменны во времени.

В случае независимых источников небольшая расстройка между их частотами  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$  эквивалентна монотонному уходу разности фаз:  $\Delta\varphi = \Delta\omega t$ , при этом координаты максимумов и минимумов будут перемещаться в пространстве, а в заданной точке амплитуда будет испытывать биения с разностной частотой  $\Delta\omega$ : от  $a_1 + a_2$  до  $|a_1 - a_2|$ .

Такие же биения, но нерегулярные во времени, возникают из-за фазовых нестабильностей источников, если случайные уходы разности фаз порядка или больше  $\pi$ . Возможность наблюдения интерференционных максимумов и минимумов при этом зависит от степени инерционности регистрирующей аппаратуры — любой прибор, строго говоря, проводит усреднения по некоторому времени  $\tau_0$ . Если  $\tau_0$  мало по сравнению с характерным периодом биений результирующего поля («времени когерентности»  $\tau$ , которое порядка обратной ширины спектра волны), то обусловленные интерференционным членом  $2a_1a_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$  максимумы и минимумы будут зарегистрированы и в случае независимых источников.

По мере роста отношения  $\tau_0/\tau$ , вследствие случайных изменений  $\cos\Delta\varphi(t)$ , происходит постепенное сглаживание («размывание») интерференционных максимумов и минимумов, а при  $\tau_0 > \tau$  интерференционных волн не наблюдается — измеряемая интенсивность  $a^2$  резуль-

тирующего поля будет равна сумме интенсивностей составляющих волн, т. е.  $I_R = I_1 + I_2$ .

Принцип суперпозиции перестает выполняться при распространении волн достаточно большой интенсивности в нелинейных средах, при этом имеют место качественные особенности.

Явление интерференционных волн находит разнообразное применение. Для осуществления интерференции разработаны различные схемы интерферометров (как двух-, так и многолучевых). Тот факт, что расположение интерференционных полос зависит от длины волны и разности хода лучей, позволяет по виду интерференционной картины (или их смещению) проводить точные измерения расстояний при известной длине волны или, наоборот, определять спектр интерферирующих волн. Кроме того, по интерференционной картине можно выявлять и измерять неоднородности среды (в т. ч. фазовые), в которой распространяются волны в одном из плеч интерферометра, или отклонения формы поверхности от заданной. Явление интерференционных волн, рассеянных от некоторого объекта (или прошедших через него), с «опорной» волной лежит в основе голографии (в т. ч. оптической, акустической или СВЧ-голографии). Интерференционные волны от отдельных «элементарных» излучателей используются при создании сложных излучающих систем (антенн) для электромагнитных и акустических волн.

### 3.3.1. Стоячие волны

При полном отражении бегущей волны сумма падающей и отраженной электромагнитных волн порождает стоячую волну. Электромагнитная волна, падающая на идеально отражающую поверхность, индуцирует поверхностный ток  $\mathbf{j}$  (рис. 3.6).

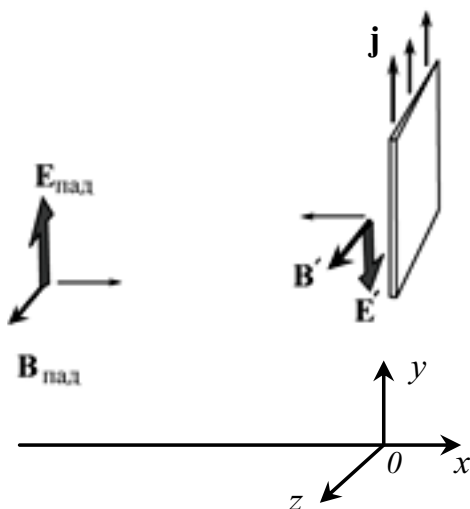


Рис. 3.6. Падающая волна ( $E_{\text{пад}}$  и  $B_{\text{пад}}$ ) индуцирует поверхностный ток  $\mathbf{j}$ , который излучает волну ( $E'$  и  $B'$ ), распространяющуюся влево

Этот ток излучает поле  $\mathbf{E}'$ , направление которого в непосредственной близости от отражающей поверхности в любом случае противоположно направлению  $\mathbf{E}_{\text{пад}}$ . В отраженной волне электрическое поле равно  $\mathbf{E}'$ , а магнитное поле  $\mathbf{B}'$ . Вектор  $\mathbf{E}' \times \mathbf{B}'$ , соответствующий направлению распространения волны, ориентирован в отрицательном направлении к оси  $x$ . Если падающая волна имеет вид  $E_{\text{пад}} = E_0 \cos(\omega t - kx)$ , то в левую сторону от отражателя должна излучаться волна  $E'_{\text{лев}} = -E_0 \cos(\omega t + kx)$ , а в правую  $-E'_{\text{прав}} = -E_0 \cos(\omega t - kx)^*$ .

Эти волны удовлетворяют условию, согласно которому повсюду справа от отражателя

$$E = E_{\text{пад}} + E'_{\text{прав}} = 0.$$

Слева от отражателя результирующее электрическое поле запишется в виде

$$E = E_{\text{пад}} + E'_{\text{лев}} = E_0 [\cos(\omega t - kx) - \cos(\omega t + kx)].$$

Преобразуем это выражение, воспользовавшись соотношением

$$\cos A - \cos B = 2 \sin \left( \frac{B + A}{2} \right) \cdot \sin \left( \frac{B - A}{2} \right).$$

Тогда

$$E = 2E_0 \sin \omega t \sin kx = A(t) \sin kx,$$

где  $A(t) \equiv 2E_0 \sin \omega t$ .

На рис. 3.7 построены графики этой функции для последовательных значений  $t$ . Поле стоячей волны представляет функцию от  $x$  (в данном случае  $\sin kx$ ), значения которой возрастают и убывают во времени по гармоническому закону.

Если  $kx_m = m\pi$ , где  $m$  – положительное или отрицательное целое число, то возникает узел, т. е.  $E = 0$  при любых  $t$ . Узлы располагаются в точках

$$x_m = \frac{m\pi}{k} = \frac{m\pi}{(2\pi/\lambda)} = m \frac{\lambda}{2}.$$

Соседние узлы отстоят друг от друга на расстоянии, равном половине волны.

Рассмотрим микроволновый генератор (см. рис. 3.8), излучающий вправо плоские электромагнитные волны, которые затем отражаются обратно. Точки  $P_1$  и  $P_2$  соответствуют положениям двух соседних минимумов интенсивности и отстоят друг от друга на расстоянии 5 см. Определим минимальную  $\nu_{\text{мин}}$  микроволнового генератора.

\* Более подробно этот вопрос рассмотрен в учебнике Тюрина Ю.И., Чернова И.П., Крючкова Ю.Ю. Электричество и магнетизм, гл. 14.

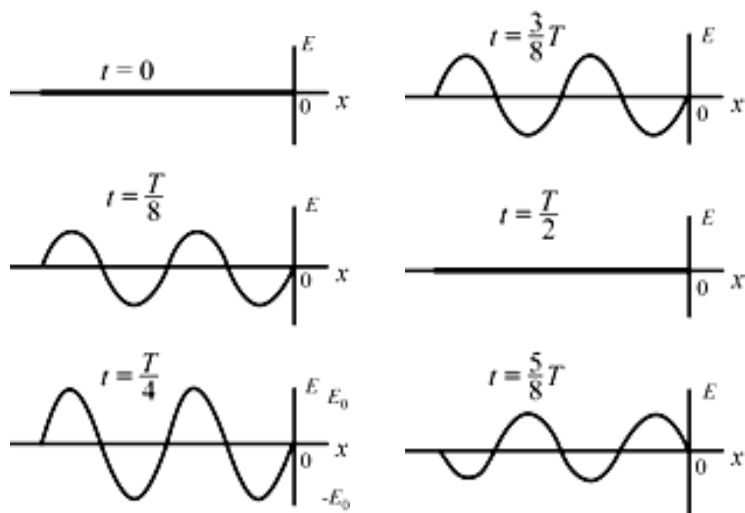


Рис. 3.7. Функция, описываемая выражением  $E = 2E_0 \sin \omega t \sin kx$ , в последовательные моменты времени. Физически она соответствует монохроматической волне, распространяющейся вправо и отражающейся в точке  $x = 0$

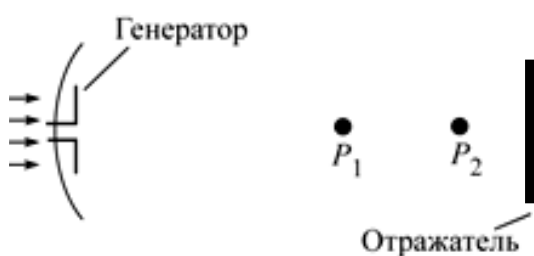


Рис. 3.8. Микроволновый генератор излучает вправо электромагнитные волны, которые отражаются назад. В точках  $P_1$  и  $P_2$  наблюдаются узлы

Поскольку расстояние между двумя последовательными узлами равно половине длины волны, то  $\lambda_{\max} = 0,1$  м. Таким образом, учитывая, что в воздухе  $c \approx 3 \cdot 10^8$  м/с, получим:

$$\nu_{\min} = \frac{c}{\lambda_{\max}} = \frac{3 \cdot 10^8}{0,1} = 3 \cdot 10^9 \text{ Гц} = 3 \text{ ГГц.}$$

### 3.3.2. Стоячие волны на струне

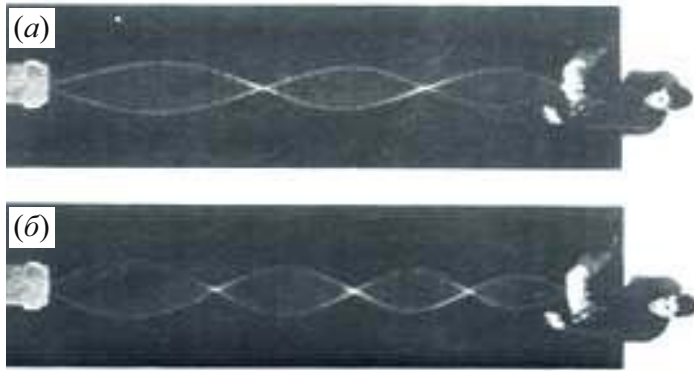
Закрепленный конец натянутой струны ведет себя как идеальный отражатель. При этом отраженная волна, как и в случае электромагнитных волн, распространяется в направлении, противоположном падающей. Поэтому в любом случае смещение у конца струны равно нулю. В точке  $x = 0$  функция

$$y = y_0 [\cos(\omega t - kx) - \cos(\omega t + kx)] = 2y_0 \sin \omega t \sin kx$$

всегда имеет нулевое значение. На рис. 3.9 иллюстрируются стоячие волны, возникающие на струне длиной  $L^*$ .

\* Стоячая волна – периодическое во времени синфазное колебание с характерным пространственным распределением амплитуды – чередованием узлов (нулей) и пучностей (максимумов).





*Рис. 3.9. Два резонанса колеблющейся струны:  
а – на струне укладывается полторы длины волны;  
б – на струне укладываются две длины волны*

Поскольку на обоих концах струны расположены узлы, на рис. 3.9 мы имеем, соответственно,  $L = 3(\lambda/2)$  и  $4(\lambda/2)$ . Такие, чисто стоячие, волны называются резонансами. Они удовлетворяют следующим соотношениям:

$$m \frac{\lambda_m}{2} = L \quad \text{или} \quad \lambda_m = \frac{2L}{m} \quad (\text{стоячие волны}).$$

Звучание струнных музыкальных инструментов основано на стоячих волнах, возбуждаемых щипком струны. Аналогично звучание духовых музыкальных инструментов основано на стоячих волнах воздушного столба.

Пусть на колеблющейся струне длиной  $L = 12$  см узлы расположены на расстоянии 4 см друг от друга. Скорость распространения волны  $u = 30$  м/с. Определим: 1) частоту колебаний  $\nu$ ; 2) все возможные низшие резонансные частоты  $\nu_m$ ; 3) натяжение  $T$  струны при условии, что ее масса  $m_0 = 24$  г.

1) Расстояние между узлами  $\lambda/2 = 4$  см и, следовательно,  $\lambda = 0,08$  м. Тогда

$$\nu = u/\lambda = 30/0,08 = 375 \text{ Гц.}$$

2) Резонансные длины волн удовлетворяют условию  $\lambda_m = 2L/m$ . Таким образом,

$$\lambda_1 = 2 \cdot 12/1 = 24 \text{ см, } \lambda_2 = 2 \cdot 12/2 = 12 \text{ см.}$$

Соответствующие частоты  $\nu_1 = u/\lambda_1 = 125$  Гц,  $\nu_2 = u/\lambda_2 = 250$  Гц, а  $\nu_3$  совпадает с  $\nu$  в первом случае.

3) Натяжение находим с помощью формулы

$$T = \mu u^2,$$

где  $\mu = m_0/L = 0,024/0,12 = 0,2$  кг/м – линейная плотность струны.

$$T = \mu u^2 = 0,2 \cdot 30^2 = 180 \text{ Н.}$$

### 3.3.3. Интерференция волн, излучаемых двумя точечными источниками

Пусть два электрических диполя  $S_1$  и  $S_2$ , колеблющиеся в фазе в направлении оси  $z$  (рис. 3.10). Дипольный момент каждого из диполей  $p = p_0 \cos \omega t$ .

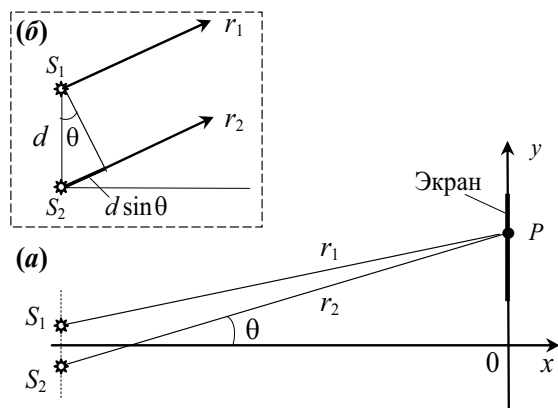


Рис. 3.10. Два точечных источника  $S_1$  и  $S_2$  на расстоянии  $d$  друг от друга (а); те же источники в увеличенном масштабе. Разность хода  $r_2 - r_1 \approx d \sin \theta$  (б)

Электрическое поле в точке  $P$ :

$$E' = E_1 + E_2 = E_0 \cos(kr_1 - \omega t) + E_0 \cos(kr_2 - \omega t).$$

Здесь

$$E_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\omega^2 p_0}{c^2 r}.$$

Оба источника колеблются в фазе и для нахождения суммы двух волн воспользуемся методом фазовых диаграмм (рис. 3.11). Оба вектора  $E_1$  и  $E_2$  имеют одну и ту же длину  $E_0$ . Угол  $\varphi$  между векторами равен разности фаз полей  $E_2$  и  $E_1$ , собственно

$$\varphi = (kr_2 - \omega t) - (kr_1 - \omega t) = k(r_2 - r_1).$$

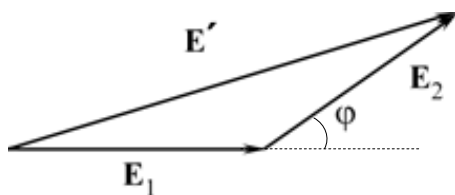


Рис. 3.11. Фазовая диаграмма для случая двух диполей с разностью фаз  $\varphi$

Векторная сумма, равная  $E'$ , характеризует амплитуду результирующего поля. Применяя правило косинусов к равнобедренному треугольнику на рис. 3.11, получаем:

$$E'^2 = E_0^2 + E_0^2 + 2E_0^2 \cos \varphi = 2E_0^2(1 + \cos \varphi).$$

Интенсивность  $I$  волны пропорциональна квадрату амплитуды:

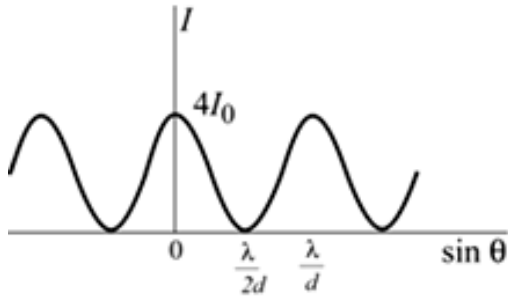
$$I = 2I_0[1 + \cos k(r_2 - r_1)] \text{ или } I = 4I_0 \cos^2(k\Delta/2),$$

где  $\Delta = (r_2 - r_1)$  — разность хода интерферирующих волн.

Из прямоугольного треугольника на рис. 3.10, б видно, что разность хода равна  $r_2 - r_1 = d \sin \theta$ , если расстояние до экрана достаточно велико. Это условие, согласно которому разность хода равна  $d \sin \theta$ , называется приближением Фраунгофера. В этом случае

$$I = 2I_0[1 + \cos(kd \cdot \sin \theta)]$$

(интерференция волн от двух источников).



*Рис. 3.12. Интерференционная картина от двух источников. Приведена зависимость интенсивности от  $\sin \theta$*

На рис. 3.12 построена функция, описываемая этим выражением. Максимум интенсивности наблюдается всякий раз, когда  $kd \cdot \sin \theta = 2\pi m$  или, учитывая, что  $k = 2\pi/\lambda$ ,

$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{d} \text{ (условие максимума).}$$

В этом случае разность хода, которая в соответствии с рис. 3.10 равна  $d \sin \theta$ , составляет  $m\lambda$ , где  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . На экране максимум интенсивности наблюдается в местах, где гребень одной волны совпадает с гребнем другой, — разность хода равна целому числу длин волн.

Если разность хода составляет половину длины волны или  $(2m + 1) \cdot \lambda/2$ , то гребень одной волны совпадает с впадиной другой волны, и мы будем иметь минимум интенсивности при

$$\sin \theta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2d} \text{ (условие минимума).}$$

Геометрическое место таких минимумов интенсивности называется линией узлов.

Рассмотрим два динамика, расположенные на расстоянии  $d = 2$  м друг от друга и воспроизводящие один и тот же музыкальный тон на частоте  $\nu = 10^3$  Гц. На расстоянии  $D = 4$  м от них находится слушатель (рис. 3.13).

Определим, на какое расстояние у слушатель должен удалиться от центральной линии, чтобы достичь первого узла интерференционной картины. Скорость звука  $u = 330$  м/с. Первый узел наблюдается, когда разность хода достигает  $\lambda/2$  ( $m = 0$ ) или когда  $r_2 - r_1 = \lambda/2$ .

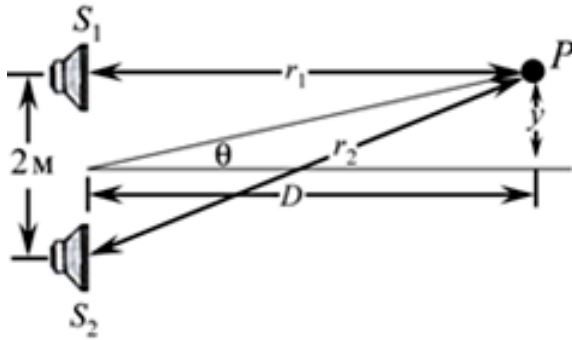


Рис. 3.13. Динамики в примере интерференции звуковых волн

Если  $\theta < 30^\circ$ , то с хорошей точностью разность хода равна  $d \sin \theta$ . В этом случае  $\sin \theta = \lambda / (2d)$ . Чтобы найти длину волны, воспользуемся соотношением  $\lambda = u / \nu = 300 / 10^3 = 0,33$  м.

Тогда

$$\sin \theta = \lambda / (2d) = 0,33 / (2 \cdot 2) = 0,0825.$$

Учитывая, что для малых углов  $\sin \theta \approx \operatorname{tg} \theta$ , получим:

$$y = D \operatorname{tg} \theta \approx 4 \cdot 0,0825 = 0,33 \text{ м.}$$

Таким образом, если слушатель переместится в любую сторону примерно на одну треть метра, то он обнаружит узел на частоте 1000 Гц (в том же месте будут находиться узлы на частотах 3000, 5000, 7000 Гц). В обычной комнате из-за значительного отражения от стен интенсивность звука в узлах не спадает до нуля. Однако интерференционный эффект вполне ощутим, если через стереофоническую систему воспроизводить чисто синусоидальную волну и при этом перемещаться по комнате.

### 3.3.4. Два дипольных излучателя

Рассмотрим результирующее поле от двух осцилляторов — колеблющихся диполей. Пусть осцилляторы и детектор расположены в одной горизонтальной плоскости. Колебания осцилляторов происходят перпендикулярно плоскости

На рис. 3.14, а показан вид осцилляторов сверху. Расстояние между ними в направлении север—юг равно половине длины волны, и колеблются они в одной фазе. Найдем интенсивность излучения в разных направлениях<sup>\*)</sup>.

<sup>\*)</sup> Интенсивность излучения — энергетическая характеристика электромагнитного излучения, распространяющегося в заданном направлении, пропорциональная квадрату амплитуды колебаний. Мерой интенсивности служит вектор Умова—Пойнтинга, характеризующий поверхностную плотность потока энергии, проходящего в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную к направлениям электрического и магнитного векторов. Интенсивность излучения измеряется в Вт/м<sup>2</sup>.

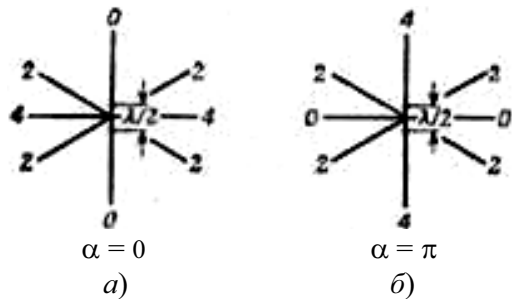


Рис. 3.14. Зависимость интенсивности излучения двух диполей, находящихся на расстоянии в половину длины волны, от направления излучения: а – диполи в фазе ( $\alpha = 0$ ); б – диполи в противофазе ( $\alpha = \pi$ )

К западу от системы осцилляторов от обоих диполей приходят поля, одинаковые по величине в фазе.

Суммарное электрическое поле будет в два раза больше поля отдельного осциллятора. Интенсивность будет в четыре раза больше интенсивности, возникающей от действия только одного осциллятора. (Числа на рис. 3.14 указывают интенсивность.) За единицу измерения выбрана интенсивность излучения одного осциллятора, помещенного в начале координат. Поле в северном или южном направлении вдоль линии осцилляторов отсутствует, поскольку расстояние между осцилляторами равно половине длины волны, их поля излучения противоположны по фазе, а следовательно, суммарное поле равно нулю. Для промежуточного угла (равного  $30^\circ$ ) интенсивность равна 2. Уменьшаясь, интенсивность последовательно принимает значения 4, 2, 0. Нам нужно научиться находить интенсивность для разных углов. По существу, это сводится к задаче о сложении двух колебаний с разными фазами.

Выберем расстояние между осцилляторами в половину длины волны, но колебания осцилляторов сдвинем по фазе на половину периода (см. рис. 3.14, б). Интенсивность в горизонтальном направлении обращается в нуль, поскольку осцилляторы колеблются в противофазе. В вертикальном направлении сигнал от ближайшего осциллятора приходит на полпериода раньше сигнала от дальнего осциллятора. Но последний запаздывает в своих колебаниях как раз на полпериода, так что оба сигнала приходят одновременно, и интенсивность в северном направлении равна 4. Интенсивность под углом  $30^\circ$  снова равна 2. Подобные фазовые соотношения между осцилляторами используются при передаче радиоволн в требуемом направлении. Если в системе антенн (рис. 3.14, а) устанавливается нулевая разность фаз, то максимальная интенсивность будет идти на запад.

Если требуется передавать сигналы на север, надо чтобы антенны находились в противофазе, как на рис. 3.14, б, и передача пойдет на север. Выбрав нужные фазовые соотношения, удастся послать пучок с максимальной интенсивностью в требуемом направлении, не сдвинув с места ни одну из антенн.

Есть способ посылать сигналы только в одном направлении. Для этого используется несимметричное излучение двух антенн. Расстояние между антеннами равно четверти длины волны, и северная антенна отстает от южной по фазе на четверть периода (рис. 3.15).

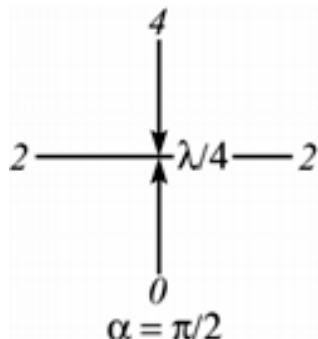


Рис. 3.15. Две дипольные антенны, дающие максимум излучения в одном направлении

В южном направлении сигнала нет, поскольку излучение от северного источника  $N$  приходит на  $90^\circ$  позже сигнала от южного источника  $S$  и, кроме того, он отстает по фазе еще на  $90^\circ$ . В результате полная разность фаз составляет  $180^\circ$  и суммарный эффект равен нулю. В северном направлении сигнал от источника  $N$  приходит на  $90^\circ$  раньше сигнала от  $S$ , поскольку источник  $N$  на четверть волны ближе. Но разность фаз равна  $90^\circ$  и компенсирует задержку во времени, поэтому оба сигнала приходят с одной фазой, что дает интенсивность, равную 4.

### 3.4. Когерентность и некогерентность

До сих пор мы изучали интерференционные эффекты, создаваемые источниками, которые находятся в фазе относительно друг друга (или с некоторым постоянным соотношением фаз). Такие источники называются когерентными. Когерентные источники радиоволн можно получить, подключив две или несколько антенн к одному генератору. Когерентные же источники света можно получить, освещая одним и тем же точечным источником света пару или большее число щелей или отверстий. Кроме того, можно создать когерентные пучки света, используя полупрозрачные зеркала, как в интерферометре Майкельсона (рис. 3.16). Однако в случае, когда оба плеча интерферометра имеют разную длину, интерференционная картина может исчезнуть, если разность хода превысит некоторую величину  $\Delta L_0$ , соответствующую разности времен  $\Delta t_0 = \Delta L_0/c$ .

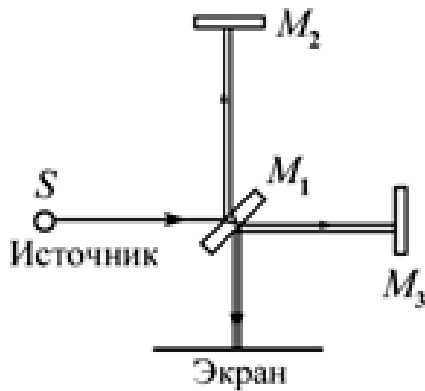
Величина  $\Delta L_0$  называется длиной когерентности, а  $\Delta t_0$  — временем когерентности. Если свет от источника в интерферометре (независимо

от того, используется ли свечение лазера или газового разряда) проанализировать с помощью спектрометра высокой разрешающей способности, то мы обнаружим резкую линию с естественной шириной спектра излучения (на шкале частот)  $\Delta\nu$ . Эта ширина связана с временем когерентности  $\Delta t_0$  соотношением неопределённостей:

$$\Delta E \Delta t_0 \geq \hbar.$$

Учитывая, что  $E = h\nu$  и  $\hbar = h/2\pi$ , запишем соотношение неопределённостей в виде

$$2\pi\Delta\nu\Delta t_0 \geq 1 \text{ или } \Delta t_0 \approx 1/(2\pi\Delta\nu).$$



*Рис. 3.16. Интерферометр Майкельсона. Свет от источника S расщепляется полупрозрачным зеркалом  $M_1$  и вновь собирается на экране*

Высококачественный источник монохроматического света независимо от того, идет ли речь о лазере или о свечении атомов, ведет себя подобно генератору, средняя частота  $\nu_0$  которого случайным образом меняется в интервале от  $\nu_0 - \Delta\nu$  до  $\nu_0 + \Delta\nu$ . В соответствии с соотношением  $2\pi\Delta\nu\Delta t_0 \approx 1$  две чисто синусоидальные волны, разнесенные по частоте на величину  $\Delta\nu$ , будут оставаться в фазе на протяжении времени  $\Delta t_0 \approx 1/(2\pi\Delta\nu)$ . Наиболее узким линиям атомных спектров соответствует  $\Delta t_0 \sim 10^{-8}$  с. В лазере по сравнению с газовым разрядом дрейф частоты оказывается существенно меньше, и поэтому время когерентности — больше.

Из квантовой механики мы знаем, что свет представляет собой фотоны, испускаемые один за другим различными атомами. Лазер излучает фотоны, которые находятся в фазе друг с другом. Во всех прочих источниках света относительные фазы фотонов случайны, и в этом случае говорят, что фотоны некогерентны. Однако на интервале времени  $\Delta t_0 \approx 1/(2\pi\Delta\nu)$  ( $\Delta\nu$  — наблюдаемая ширина линии) любая пара таких фотонов будет поддерживать друг с другом постоянное фазовое соотношение. Эти фотоны ведут себя подобно волновым пакетам длиной  $\Delta L_0 = c\Delta t_0 \approx c/(2\pi\Delta\nu)$  — длина когерентности.

### 3.5. Интерферометрия интенсивности

От двух независимых и некогерентных источников света можно наблюдать интерференционную картину, если эту картину удастся зарегистрировать за промежуток времени меньше чем

$$\Delta t_0 \approx 1/(2\pi\Delta\nu).$$

В большинстве случаев интенсивности оказываются слишком слабыми, чтобы их можно было измерить. Однако существует метод, развитый в 1956 г. Хэнбери, Брауном и Твиссом. В этом методе используется эффективное усреднение большого числа измерений, каждое из которых выполнено за промежуток времени короче чем  $1/(2\pi\Delta\nu)$ . Ухищрение состоит в том, что на «экране», на котором должна наблюдаться интерференционная картина, устанавливают два отдельных детектора. Регистрируемые этими детекторами интенсивности  $I_1$  и  $I_2$  мгновенно перемножаются (это достигается с помощью быстрой электроники и благодаря использованию в качестве детекторов фотоэлектронных умножителей). На рис. 3.17 детектор 1 расположен в точке  $P_1$  под углом  $\theta = 0$ . Детектор 2, помещенный в точке  $P_2$ , используется для проведения серии измерений при близких значениях  $\theta$ .

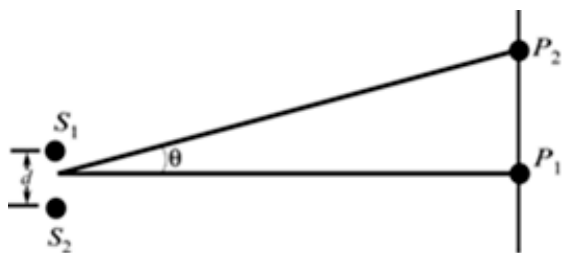


Рис. 3.17.  $S_1$  и  $S_2$  — независимые источники. Детекторы измеряют интенсивности в точках  $P_1$  и  $P_2$  в один и тот же момент времени

Источники  $S_1$  и  $S_2$  являются независимыми и некогерентными. Если расстояние  $d$  между ними неизвестно, то его можно определить, измерив величину  $\langle I_1 I_2 \rangle$ , усредненную по всем значениям разностей фаз между  $S_1$  и  $S_2$ . Это можно показать, воспользовавшись формулой  $I = 2I_0[1 + \cos(kd\sin\theta)]$  (п. 3.3.3) для интенсивности каждого из детекторов.

Если на протяжении промежутка времени более короткого, чем  $\Delta t_0$ , разность фаз между источниками света равна  $\varphi$ , то детектор 1 измерит интенсивность:

$$I_1 = 2I_0 (1 + \cos \varphi).$$

В случае детектора 2 имеется дополнительная разность фаз  $\varphi_0 = kd\sin\theta$ , так что

$$I_2 = 2I_0 [1 + \cos(\varphi + \varphi_0)].$$

Усреднение по времени можно осуществить, беря среднее по всем возможным значениям  $\varphi$ :



$$\begin{aligned} \langle I_1 I_2 \rangle &= \frac{\int_0^{2\pi} I_1(\varphi) I_2(\varphi) d\varphi}{\int_0^{2\pi} d\varphi} = \frac{4I_0^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} (1 + \cos \varphi)[1 + \cos(\varphi + \varphi_0)] d\varphi = \\ &= \frac{2I_0^2}{\pi} \int_0^{2\pi} [1 + \cos \varphi + \cos(\varphi + \varphi_0) + \cos \varphi \cdot \cos(\varphi + \varphi_0)] d\varphi. \end{aligned}$$

Поскольку значения  $\cos \phi$  и  $\cos(\phi + \phi_0)$  бывают одинаково часто как положительными, так и отрицательными, то интегралы от соответствующих членов обратятся в нуль. Таким образом,

$$\begin{aligned} \langle I_1 I_2 \rangle &= \frac{2I_0^2}{\pi} \left[ 2\pi + \int_0^{2\pi} \cos \varphi (\cos \varphi \cos \varphi_0 - \sin \varphi \sin \varphi_0) d\varphi \right] = \\ &= \frac{2I_0^2}{\pi} (2\pi + \pi \cos \varphi_0) = 2I_0^2 [2 + \cos(kd \sin \theta)]. \end{aligned}$$

На рис. 3.18 приведена соответствующая кривая. Видно, что два некогерентных источника создают интерференционную картину. С помощью радиотелескопов были выполнены эксперименты, которые позволили измерить расстояние между компонентами двойной звезды и даже определить диаметры некоторых близких звезд. Осуществление таких экспериментов — весьма сложное дело, поскольку в условиях очень высокого временного разрешения шумы фотоумножителя оказываются сравнимы с полезным сигналом.

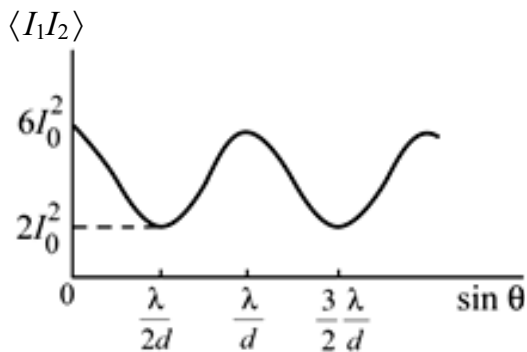


Рис. 3.18. Произведение интенсивностей, зарегистрированных двумя детекторами, в зависимости от угла между ними

Рассмотрим две антенные чаши радиотелескопа, настроенного на частоту  $\nu = 10^9$  Гц и направленного к двойной звезде, которая находится на расстоянии  $L = 100$  световых лет (1 световой год равен расстоянию  $9,46 \cdot 10^{15}$  м). Произведение интенсивностей измеряется при нескольких значениях расстояния  $u$  между антеннами. Соответствующие результаты приведены на рис. 3.19. Определим расстояние между компонентами двойной звезды.

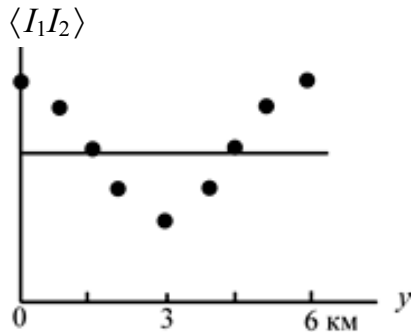


Рис. 3.19. Произведение интенсивностей измеряется при нескольких значениях расстояния между антеннами

Из рис. 3.19 имеем  $y = 3 \cdot 10^3$  м. Так как  $\theta \approx \sin\theta \approx \text{tg}\theta$ , то угол между двумя детекторами в случае первого минимума равен:

$$\theta = y/L = 3 \cdot 10^3 / (100 \cdot 9,46 \cdot 10^{15}) = 3,17 \cdot 10^{-15}.$$

Из выражения для  $\langle I_1 I_2 \rangle$  следует, что первый минимум наблюдается при угле  $\theta = \lambda / (2d)$ , откуда получаем\*):

$$d = c / (2\nu\theta) = 3 \cdot 10^8 / (2 \cdot 10^9 \cdot 3,17 \cdot 10^{-15}) = 4,73 \cdot 10^{13} \text{ м} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ с. г.}$$

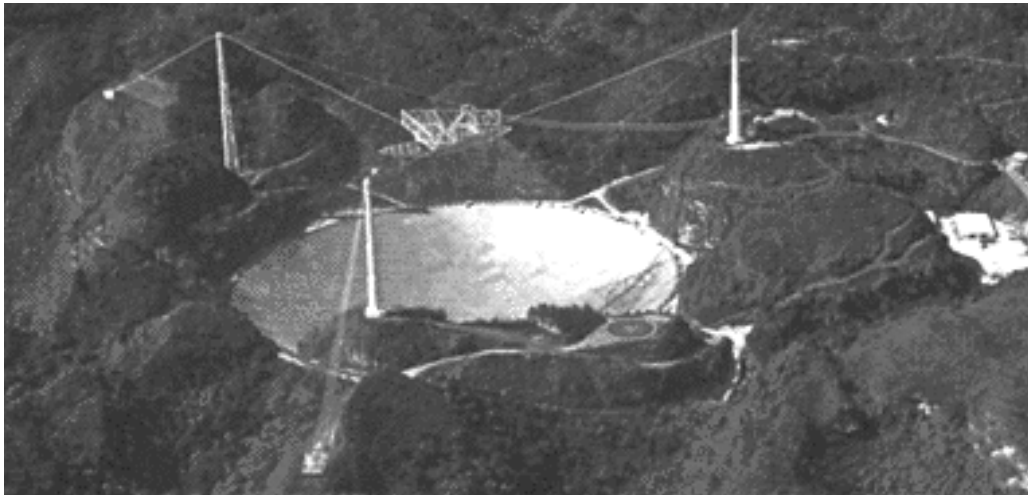


Рис. 3.20. В 1963 г. начал работать 300-метровый радиотелескоп со сферической антенной в Арецибо на острове Пуэрто-Рико, установленный в огромном естественном котловане, в горах. В 1976 г. на Северном Кавказе в России начал работать 600-метровый радиотелескоп РАТАН-600, работающий в диапазоне радиоволн от 8 мм до 21 см. Точность определения угловых координат источников радиоизлучения до  $0,1''$  дуги

Конец XX в. ознаменовался значительным расширением области приложения оптики, которое сопровождалось появлением радиотелескопов (рис. 3.20), микроволновой техники, инфракрасных детекторов, лазеров, квантовых детекторов, голографии, быстрой электроники, ЭВМ и т. п. Все эти разработки легли в основу современной оптики.

\* Для решения поставленной задачи можно воспользоваться данными для максимума кривой  $\langle I_1 I_2 \rangle = f(y)$ , рис. 3.19. В этом случае погрешность в определении  $d$  может быть меньше.

### **3.6. Интерференция света**

Волновые свойства света наиболее отчетливо обнаруживают себя в явлениях интерференции и дифракции (сложение волн от многих — больше двух — когерентных источников). Эти явления характерны для волн любой природы и сравнительно просто наблюдаются на опыте для волн на поверхности воды или для звуковых волн. Наблюдать же интерференцию и дифракцию световых волн можно лишь при определенных условиях.

Свет, испускаемый обычными (нелазерными) источниками, не бывает строго монохроматическим. Поэтому для наблюдения интерференции свет от одного источника нужно разделить исходный луч на два пучка и затем наложить их друг на друга. Существующие экспериментальные методы получения когерентных пучков из одного светового пучка можно разделить на два класса. В методе деления волнового фронта пучок пропускается, например, через два близко расположенных отверстия в непрозрачном экране. Такой метод пригоден лишь при достаточно малых размерах источника. В другом методе пучок делится на одной или нескольких частично отражающих, частично пропускающих поверхностях. Этот метод деления амплитуды может применяться и при протяженных источниках. Он обеспечивает большую интенсивность и лежит в основе действия разнообразных интерферометров. В зависимости от числа интерферирующих пучков различают двухлучевые и многолучевые интерферометры. Они имеют важные практические применения в технике, метрологии и спектроскопии.

#### ***3.6.1. Интерференционные опыты по методу деления волнового фронта***

Испускаемый обычными (нелазерными) источниками свет можно рассматривать как хаотическую последовательность отдельных цугов синусоидальных волн. Длительность отдельного цуга не превышает  $10^{-8}$  с даже в тех случаях, когда атомы источника не взаимодействуют (газоразрядные лампы низкого давления). Чаще всего регистрирующий прибор имеет значительно большее время разрешения. Поэтому при наложении пучков света от разных источников фазовые соотношения между световыми колебаниями в любой точке за время наблюдения успевают многократно измениться случайным образом. В результате сло-

жения большого числа колебаний со случайными фазами энергия результирующего колебания в любой точке будет равна сумме энергий складывающихся колебаний, т. е. не происходит характерного для интерференции перераспределения энергии в пространстве.

Для наблюдения интерференции свет от одного и того же источника нужно разделить на два пучка (или несколько пучков) и затем наложить их друг на друга подходящим способом. Если разность хода этих пучков от источника до точки наблюдения не превышает длины отдельного цуга, то случайные изменения амплитуды и фазы световых колебаний в двух пучках происходят согласованно, т. е. эти изменения коррелированы. О таких пучках говорят, что они полностью или частично когерентны, в зависимости от того, будет ли эта корреляция полной или частичной.

В интерференционных опытах по методу деления волнового фронта два когерентных световых пучка возникают как вторичные волны от близких участков волновой поверхности излучения, исходящего из одного и того же источника малых размеров.

### 3.6.2. Опыт Юнга

Образование интерференционной картины удобно проследить на идеализированной схеме классического эксперимента Юнга (рис. 3.21).

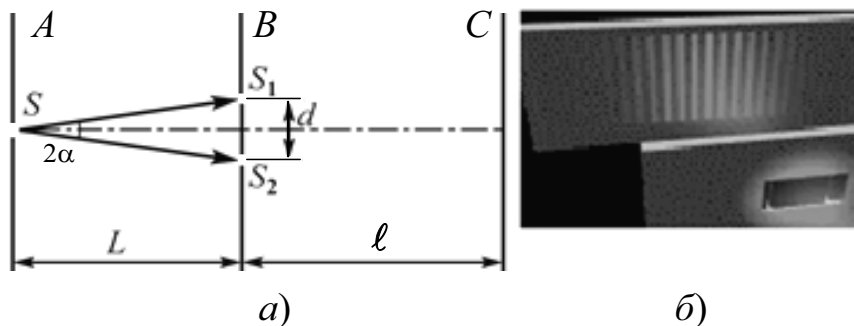


Рис. 3.21. Наблюдение интерференции света в опыте Юнга по методу деления волнового фронта (а). Фотография интерференционной картины на экране С от двух узких щелей, расположенных вертикально (б)

Прошедший через отверстие  $S$  свет вследствие дифракции образует расходящийся пучок, который падает на второй экран  $B$  с двумя малыми отверстиями  $S_1$  и  $S_2$ , расположенными близко друг к другу на равных расстояниях от  $S$ . Эти отверстия действуют как вторичные точечные синфазные источники, и исходящие от них волны, перекрываясь, создают интерференционную картину, наблюдаемую на удаленном

экране  $C$ . Положение светлых и темных полос в ней можно находить, пользуясь монохроматической идеализацией. Расстояние между соседними полосами равно:

$$\Delta x = \lambda \ell / d.$$

Трудности наблюдения интерференции света в таком опыте связаны с тем, что длина волны видимого света очень мала. При  $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$  м и расстоянии  $d$  между отверстиями  $S_1$  и  $S_2$ , равном всего 0,5 мм, ширина интерференционных полос составляет только 1 мм при удалении экрана  $C$  на 1 м от отверстий. Измеряя ширину интерференционных полос, Юнг в 1802 г. впервые определил длины световых волн для разных цветов, хотя эти измерения и не были точными.

Введение дополнительного отверстия  $S$  (оно необходимо для когерентного возбуждения источников  $S_1$  и  $S_2$ ) резко уменьшает световой поток, что также затрудняет осуществление этого опыта. Интенсивность наблюдаемой в опыте Юнга интерференционной картины можно заметно увеличить, если вместо точечных отверстий  $S$ ,  $S_1$  и  $S_2$  в экранах применить узкие длинные параллельные между собой щели. Вид полос вблизи центра интерференционного поля будет при этом таким же, как при использовании точечных отверстий.

Увеличение размера первого отверстия или щели  $S$  в плоскости чертежа (т. е. увеличение ширины) неизбежно приводит к уменьшению контрастности (видности) интерференционных полос. В современной демонстрационной модификации опыта Юнга в качестве источника света используют лазер. При этом для когерентного возбуждения вторичных источников  $S_1$  и  $S_2$  необходимость во вспомогательном отверстии  $S$  отпадает, так как в лазерном излучении световые колебания когерентны по всему поперечному сечению пучка (высокая пространственная когерентность лазерного излучения), и щели вводят непосредственно в пучок лазерного излучения.

Конечная ширина  $\Delta\lambda$  спектра излучения источника также является причиной снижения контраста интерференционной картины, снижения тем большего, чем выше порядок интерференции  $m^*$ , равный целой части отношения  $\Delta/\lambda$ , где  $\Delta$  — разность хода интерферирующих лучей. При освещении белым светом на экране видна белая централь-

---

\* Порядок интерференции — величина, равная разности хода интерферирующих лучей, выраженной в длинах световых волн. В реальных устройствах порядок интерференции  $m$  меняется от единиц (зеркала Френеля, кольца Ньютона и др.) до  $10^6$  и более (интерферометр Фабри–Перо). Чем выше порядок интерференции, тем более монохроматичным должен быть свет для наблюдения интерференционной картины.

ная полоса нулевого порядка с примыкающими к ней быстро исчезающими радужными полосами. Окраска полос связана с тем, что положение максимумов интенсивности, имеющих порядок  $m \neq 0$ , зависит от длины волны. При квазимонохроматическом освещении ( $\Delta\lambda \ll \lambda_{cp}$ , где  $\Delta\lambda$  – ширина спектральной линии) наблюдается множество четких полос, отвечающих порядку интерференции вплоть до  $m \approx \lambda_{cp} / \Delta\lambda$ .

### 3.6.3. Зеркала Френеля

Другой интерференционный опыт, аналогичный опыту Юнга, но в меньшей степени осложненный явлениями дифракции и более светосильный, был осуществлен Френелем в 1816 г. Две когерентные световые волны получались в результате отражения от двух зеркал  $M_1$  и  $M_2$ , плоскости которых наклонены под небольшим углом  $\gamma$  друг к другу (рис. 3.22).

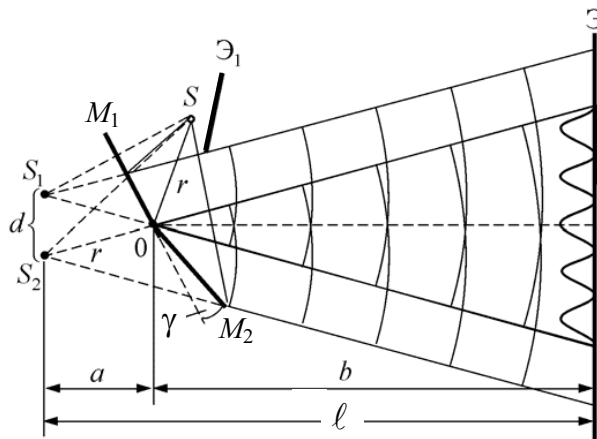


Рис. 3.22. Зеркала Френеля

Источником служит узкая ярко освещенная щель  $S$ , параллельная ребру между зеркалами. Отраженные от зеркал пучки падают на экран  $\mathcal{E}$ , и в той области, где они перекрываются, возникает интерференционная картина. От прямого попадания лучей от источника  $S$  экран  $\mathcal{E}$  защищен ширмой  $\mathcal{E}_1$ . Для расчета освещенности  $I(x)$  экрана можно считать, что интерферирующие волны испускаются вторичными источниками  $S_1$  и  $S_2$ , представляющими собой мнимые изображения щели  $S$  в зеркалах. Поэтому  $I(x)$  будет определяться формулой двухлучевой интерференции, в которой расстояние  $\ell$  от источников до экрана следует заменить на  $a + b$ , где  $a \approx r$  – расстояние от  $S$  до ребра зеркал,  $b$  – расстояние от ребра до экрана (см. рис. 3.22). Расстояние  $d$  между вторичными источниками равно  $d \approx 2a\gamma$ . Поэтому ширина интерференционной полосы на экране

$$\Delta x \approx \frac{\lambda \ell}{d} = \frac{\lambda(a+b)}{2a\gamma}.$$

### 3.6.4. Бипризма Френеля

В данном интерференционном опыте, также предложенном Френелем, для разделения исходной световой волны на две используют призму с углом при вершине, близким к  $180^\circ$ .

Источником света служит ярко освещенная узкая щель  $S$ , параллельная преломляющему ребру бипризмы (рис. 3.23).

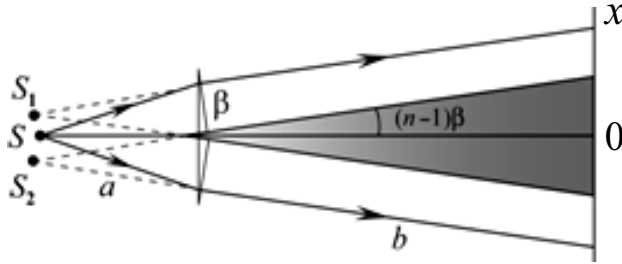


Рис. 3.23. Бипризма Френеля

Можно считать, что здесь образуются два близких мнимых изображения  $S_1$  и  $S_2$  источника  $S$ , так как каждая половина бипризмы отклоняет лучи на небольшой угол  $(n-1)\beta$ .

### 3.6.5. Билинза Бийе

Аналогичное бипризме Френеля устройство, в котором роль когерентных источников играют действительные изображения ярко освещенной щели, получается, если собирающую линзу разрезать по диаметру и половинки немного раздвинуть (рис. 3.24).

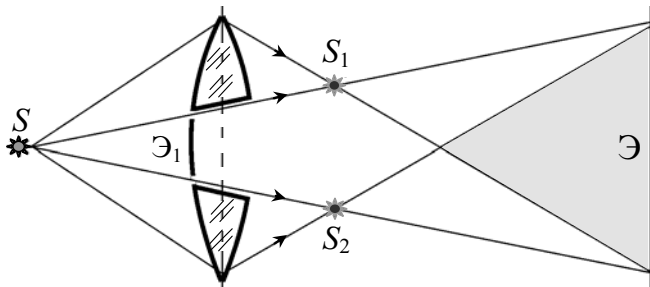


Рис. 3.24. Билинза Бийе

Прорезь закрывается непрозрачным экраном  $\mathcal{E}_1$ , а падающие на линзу лучи проходят через действительные изображения щели  $S_1$  и  $S_2$  и дальше перекрываются, образуя интерференционное поле, а падающие на экран  $\mathcal{E}$  лучи создают интерференционную картину.

### 3.7. Деление амплитуды. Локализация интерференционных полос

При наблюдении интерференции по методу деления амплитуды исходный пучок делится на одной или нескольких частично отражающих, частично пропускающих поверхностях. Метод деления амплитуды может применяться и при протяженных источниках. Он обеспечивает большую интенсивность и лежит в основе действия разнообразных интерферометров. В зависимости от числа интерферирующих пучков различают двухлучевые и многолучевые интерферометры. Они имеют важные практические применения в технике, метрологии и спектроскопии.

Интерференцию света по методу деления амплитуды во многих отношениях наблюдать проще, чем в опытах с делением волнового фронта. Метод деления амплитуды широко применяется в различных схемах интерферометров, в которых для разделения волновых полей используются специальные полупрозрачные зеркала. Для метода деления амплитуды характерно снижение ограничений на угловые размеры источника света.

Требования к монохроматичности света не зависят от способа деления волнового поля, определяясь только порядком интерференции. Как отмечалось выше, интерференция света в низких порядках наблюдается даже в белом свете. В свете изолированных спектральных линий газоразрядных источников света можно наблюдать интерференцию в очень высоких порядках  $\eta \approx 10^5 \div 10^6$ , т. е. при разностях хода в десятки сантиметров. Это еще недавно имело большое практическое значение для создания и контроля вторичных эталонов длины, опирающихся на длину волны определенной атомной линии в качестве первичного эталона. В 80-е гг. для этой цели используется излучение одночастотных лазеров, позволяющих наблюдать интерференцию при практически неограниченной разности хода.

Особенно важен частный случай интерференции света, отраженного двумя поверхностями плоскопараллельной пластинки, когда точка наблюдения  $P$  находится в бесконечности, т. е. наблюдение ведется либо глазом, аккомодированным на бесконечность, либо на экране, расположенном в фокальной плоскости собирающей линзы. Возникающие при этом интерференционные полосы называются полосами равного наклона (п. 3.7.1).

Для наблюдения полос равного наклона вместо плоскопараллельной пластинки удобно использовать интерферометр Майкельсона (п. 3.7.4).



Мы рассмотрели интерференционные опыты, в которых деление амплитуды световой волны от источника происходило в результате частичного отражения на поверхностях плоскопараллельной пластинки. В случае точечного источника полосы можно наблюдать всюду, т. е. они не локализованы. Но на бесконечности или в фокальной плоскости собирающей линзы полосы наблюдаются и при протяженном источнике. Локализованные полосы при протяженном источнике можно наблюдать и в других условиях. Оказывается, что для достаточно тонкой пластинки или пленки (поверхности которой не обязательно должны быть параллельными и вообще плоскими) можно наблюдать интерференционную картину, локализованную вблизи отражающей поверхности. Возникающие при этих условиях полосы называют полосами равной толщины (п. 3.7.2). В белом свете интерференционные полосы окрашены. Поэтому такое явление носит название цвета тонких пленок. Его легко наблюдать на мыльных пузырях, на тонких пленках масла или бензина, плавающих на поверхности воды, на пленках окислов, возникающих на поверхности металлов при закале, и т. п.

Кольцевые полосы равной толщины, наблюдаемые в воздушном зазоре между соприкасающимися выпуклой сферической поверхностью линзы малой кривизны и плоской поверхностью стекла, называют кольцами Ньютона (п. 3.7.5).

### **3.7.1. Интерференционные полосы равного наклона в тонких пленках**

В схемах интерференции света с амплитудным делением волнового поля излучение первичного источника делится полупрозрачными границами раздела оптических сред. Так, например, возникает широко распространенная в естественных условиях интерференция света в тонких пленках, ответственная за радужное окрашивание масляных пятен на воде, мыльных пузырей, крыльев насекомых, окисных пленок на металлах и др. Во всех этих случаях имеет место интерференция света, отраженного двумя поверхностями пленок. В тонких пленках переменной толщины при освещении протяженным источником света картина интерференции полос воспринимается локализованной на поверхности пленки, причем данная интерференционная полоса соответствует фиксированной толщине пленки (полосы равной толщины, рис. 3.25).

Яркое интерференционное окрашивание возникает только для весьма тонких пленок толщиной порядка длины волны, т. е. в низких

порядках интерференции. Для более толстых пленок интерференционная картина видна при освещении монохроматизированным светом, например в свете натриевой лампы низкого давления. В тонких пленках строго постоянной толщины (с точностью до малых долей длины волны) одинаковую разность хода приобретают лучи, падающие на пленку под фиксированным углом. Эти лучи в фокальной плоскости линзы образуют интерференционную картину полос равного наклона.

Рассмотрим интерференцию света, отраженного двумя поверхностями плоскопараллельной прозрачной пластинки, когда точка наблюдения  $P$  находится в бесконечности, т. е. наблюдение ведется либо глазом, аккомодированным на бесконечность, либо на экране, расположенном в фокальной плоскости собирающей линзы. В этом случае оба луча, идущие от  $S$  к  $P$ , порождены одним падающим лучом, и после отражения от передней (луч 1) и задней (луч 2) поверхностей пластинки параллельны друг другу (см. рис. 3.25).

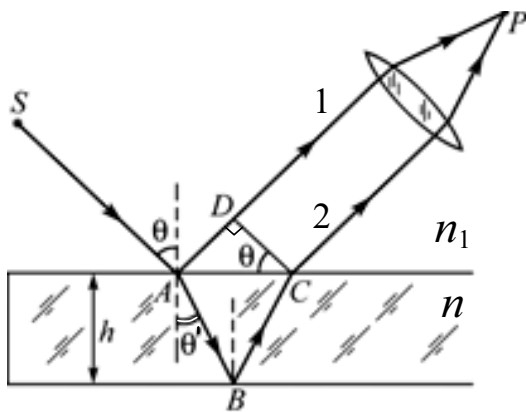


Рис. 3.25. Возникновение интерференционных полос в тонких пленках, локализованных в бесконечности

Оптическая разность хода  $\Delta$  между ними в точке  $P$  такая же, как на линии  $DC$ :

$$\Delta = n(|AB| + |BC|) - n_1|AD| - \lambda/2.$$

Здесь  $n$  — показатель преломления материала пластинки. Предполагается, что над пластинкой находится воздух, т. е.  $n_1 \approx 1$ . Учитывая, что длина волны в вакууме  $\lambda_0 = n_1\lambda$ , получим:

$$\Delta = n(|AB| + |BC|) - |AD| + \lambda_0/2.$$

Помимо непосредственной геометрической разности хода интерферирующих волн учтен, в соответствии с формулами Френеля, скачок фазы на  $\pi$ , испытываемый волной, характеризуемой лучом 1, при отражении от верхней поверхности пластинки с показателем преломления  $n$ , бóльшим показателя преломления  $n_1$  окружающего пластинку воздуха, т. е. учтено дополнительное увеличение разности хода на  $\lambda_0/2$ .

Так как  $|AB| + |BC| = 2h/\cos\theta'$ ,  $|AD| = 2htg\theta'\sin\theta$  ( $h$  – толщина пластинки  $\theta$  и  $\theta'$  – углы падения и преломления на верхней грани;  $\sin\theta = n\sin\theta'$ ), то для разности хода получаем:

$$\Delta = 2nh\cos\theta' + \lambda_0/2.$$

Светлые полосы расположены в местах, для которых

$$2nh\cos\theta' + \lambda_0/2 = m\lambda_0,$$

где  $m$  – целое число, называемое порядком интерференции.

Светлая полоса, соответствующая данному порядку интерференции, обусловлена светом, падающим на пластинку под вполне определенным углом  $\theta$ . Поэтому такие полосы называют интерференционными полосами равного наклона.

Разность фаз  $\delta$  складываемых волн в точке  $P$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta = \frac{4\pi nh\cos\theta'}{\lambda_0} + \pi = \frac{4\pi h}{\lambda_0} \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2\theta} + \pi.$$

При постоянстве  $h$  и  $\lambda_0$  разность фаз  $\delta$  определяется углом  $\theta$ , который однозначно связан с положением точки  $P$  в фокальной плоскости линзы (см. рис. 3.25).

Разность фаз не зависит от положения источника  $S$ : если источник переместить, разность фаз двух волн в точке  $P$  останется прежней. Отсюда вытекает, что при использовании протяженного источника интерференционные полосы будут столь же отчетливыми, как и с точечным источником: каждый элемент протяженного источника создает в фокальной плоскости линзы свою интерференционную картину, причем положение полос во всех этих картинах совершенно одинаково. Так как это справедливо для одной вполне определенной плоскости наблюдения, то про такие полосы говорят, что они локализованы. В данном случае они локализованы в бесконечности (или в фокальной плоскости линзы).

### **3.7.2. Интерференционные полосы равной толщины в тонких пленках**

Локализованные вблизи поверхности пленки или тонкой пластинки интерференционные полосы можно наблюдать невооруженным взглядом либо с помощью лупы или сфокусированного на поверхность микроскопа. Используя собирающую линзу, интерференционную картину с поверхности пленки можно отобразить на экран.

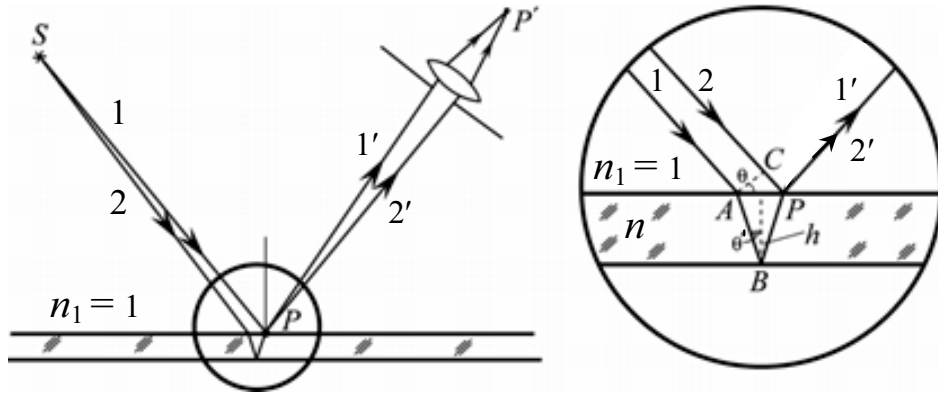


Рис. 3.26. Наблюдение полос, локализованных на пленке. Справа показан ход лучей в пластинке в увеличенном масштабе

В самом деле, лучи, выходящие из точки  $P$  (рис. 3.26), вновь соберутся в сопряженной точке  $P'$  ( $P'$  – изображение точки  $P$ , создаваемое линзой). Так как оптические длины всех лучей между сопряженными точками одинаковы, интерферирующие лучи придут в точку  $P'$  с той же разностью фаз, какой они обладали в  $P$ . Поэтому линза создает на экране не только изображение поверхности пленки, но и системы интерференционных полос.

Чтобы понять причину возникновения этих полос, вычислим разность хода  $\Delta$  двух лучей, приходящих в точку  $P$  от источника  $S$ . Из рис. 3.26 видно, что  $\Delta = n(|AB| + |BP|) - |CP|$  при  $n_1 = 1$ . Когда пленка мало отличается от плоскопараллельной, треугольники можно считать прямоугольными и тогда  $|AB| \approx |BP| \approx h/\cos\theta'$ ,  $|CP| \approx 2htg\theta'\sin\theta$ . Подставляя эти величины в выражение для  $\Delta$ , получаем  $\Delta \approx 2nh\cos\theta'$ .

Учитывая изменение фазы на  $\pi$  для луча, отраженного передней поверхностью пленки (потеря полуволны при отражении света от оптически более плотной среды), находим следующее выражение для разности фаз  $\delta$  двух рассматриваемых лучей в точке  $P$ :

$$\delta = \frac{4\pi nh \cos\theta'}{\lambda_0} \pm \pi = \frac{4\pi h}{\lambda_0} \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2\theta} \pm \pi.$$

Разность фаз  $\delta$  зависит от толщины пленки  $h$  и от угла  $\theta'$ . Для данной точки  $P$  толщина  $h$  имеет определенное значение, и если использовать протяженный источник света, то различие величин  $\delta$  для лучей, приходящих от разных точек источника, связано с различием для них значений  $\cos\theta'$  (или  $\sin\theta$ ). Когда интервал возможного изменения  $\cos\theta'$  достаточно мал (источник  $S$  далеко, лучи 1 и 2 практически параллельны), то разброс значений  $\delta$  для пар лучей в точке  $P$  от разных точек источника много меньше  $2\pi$  и полосы отчетливо видны. Практически

условие малости интервала изменений  $\cos\theta'$  легко выполнить при наблюдении в направлении, близком к нормальному. При наблюдении под углом для выполнения этого условия требуется ограничить входной зрачок объектива. Если полосы рассматривают невооруженным глазом, его зрачок пропускает лучи из  $P$  в пределах небольшого телесного угла, что сильно ограничивает интервал значений  $\cos\theta'$  (или  $\sin\theta$ ). Тогда значение  $\delta$  для точки  $P$  будет практически одинаковым у всех пар интерферирующих лучей, попадающих в глаз.

Заметим, что в случае точечного источника интерференционные полосы при отражении от двух поверхностей пленки (не обязательно плоскопараллельной) можно наблюдать всюду, а не только на ее поверхности. Локализация полос на поверхности пленки возникает как следствие использования протяженного источника света.

В точке  $P$  (и, следовательно, в  $P'$ ) будет находиться максимум интенсивности, если разность фаз в предыдущей формуле кратна  $2\pi$ . Условие максимума  $\delta = 2m\pi$ , т. е.

$$(4\pi h/\lambda_0) \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} = (2m+1)\pi,$$

где  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ , или, что эквивалентно,

$$2nh \cdot \langle \cos \theta' \rangle \pm \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0,$$

где  $\langle \cos \theta' \rangle$  означает усреднение по тем точкам источника, свет от которых попадает в  $P'$ . Отметим, что данное соотношение остается в силе и при неплоских поверхностях пленки при условии, что угол между ними остается малым, поэтому интерференционные полосы соответствуют совокупности мест пленки, где ее оптическая толщина  $nh$  имеет одно и то же значение (при условии, конечно, что  $\cos\theta'$  в достаточной степени одинаков для всей области наблюдения). По этой причине такие полосы называют обычно полосами равной толщины.

Полосы равной толщины можно наблюдать в тонкой прослойке воздуха ( $n \approx 1$ ) между поверхностями двух прозрачных пластинок. Когда направление наблюдения близко к нормальному,  $\cos\theta' \approx 1$  и темные полосы проходят в местах, толщина которых удовлетворяет в отраженном свете условию  $h = m\lambda_0/2$ , где  $m = 1, 2, 3, \dots$ . Переход от одной полосы к другой соответствует изменению толщины на  $\lambda_0/2$ . При постоянной толщине слоя интенсивность одинакова по всей его поверхности. Этим пользуются для испытания качества оптических поверхностей при их шлифовке путем наблюдения прослойки между исследуемой поверхностью и поверхностью эталона (контрольной пластинки).

При клиновидной воздушной прослойке между плоскими поверхностями полосы будут проходить параллельно ребру клина на одинаковом расстоянии друг от друга, равном в отраженном свете  $\lambda_0/(2\alpha)$ , где  $\alpha$  — угол между плоскостями. Таким способом легко измерять углы порядка  $0,1'$  и меньше, а также обнаруживать дефект поверхности с точностью, недоступной другим методам ( $0,1\lambda_0$  и менее).

### 3.7.3. Опыт Поля

В любую точку  $P$  (рис. 3.27), находящуюся с той же стороны от пластинки, что и источник, приходят два луча (при малом коэффициенте отражения повторные отражения от внутренних поверхностей пластинки можно не принимать во внимание ввиду ничтожной энергии пучков, испытавших два отражения и более).

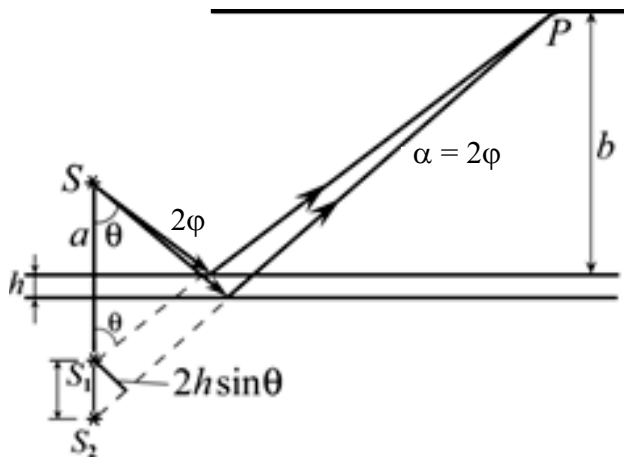


Рис. 3.27. Интерференция при отражении света двумя поверхностями тонкой пластинки

Эти лучи образуют интерференционную картину. Для определения вида полос можно представить себе, что лучи выходят из мнимых изображений  $S_1$  и  $S_2$  источника  $S$ , создаваемых поверхностями пластинки. На удаленном экране, расположенном параллельно пластинке, интерференционные полосы имеют вид концентрических колец с центрами, расположенными на перпендикуляре к пластинке, проходящем через источник  $S$ .

Этот опыт предъявляет менее жесткие требования к размерам источника  $S$ , чем рассмотренные выше опыты. Поэтому можно в качестве  $S$  применить ртутную лампу без вспомогательного экрана с малым отверстием, что обеспечивает значительный световой поток. С помощью листочка слюды (толщиной  $0,03 \dots 0,05$  мм) можно получить яркую интерференционную картину прямо на потолке и на стенах аудитории. Чем тоньше пластинка, тем крупнее масштаб интерференционной картины, т. е. больше расстояние между полосами.

### 3.7.4. Интерферометр Майкельсона

Упрощенная схема интерферометра Майкельсона приведена на рис. 3.28. Свет от источника  $S$  падает на пластинку  $P_1$ , задняя сторона которой покрыта тонким полупрозрачным слоем серебра или алюминия. Здесь пучок разделяется на два взаимно перпендикулярных пучка. Отраженный пластинкой  $P_1$  пучок (луч 1) падает на зеркало  $M_1$ , отражается назад, вновь попадает на пластинку  $P_1$ , где снова разделяется на две части. Одна из них идет к источнику  $S$  и не представляет интереса, а другая часть (луч  $1'$ ) попадает в зрительную трубу, установленную на бесконечность, или на линзу  $L$ , в фокальной плоскости  $F$  которой расположен экран для наблюдения интерференции. Прошедший сквозь пластинку  $P_1$  пучок (луч 2) от источника падает на зеркало  $M_2$ , возвращается к  $P_1$  и частично отражается в сторону линзы  $L$  (луч  $2'$ ).

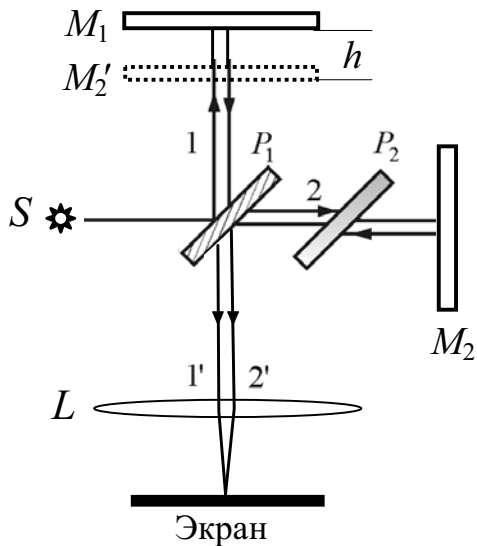


Рис. 3.28. Схема интерферометра Майкельсона:  $M_1$  и  $M_2$  — зеркала;  $P_1$  — разделительная (полупрозрачная) пластинка;  $P_2$  — компенсационная (идентичная  $P_1$ ) прозрачная пластинка;  $L$  — линза, фокусирующая изображение на экран

Таким образом, от одного источника  $S$  получаются два пучка примерно одинаковой интенсивности, которые распространяются после разделения пластинкой  $P_1$  в разных «плечах» интерферометра, затем снова встречаются и создают интерференционную картину на экране в фокальной плоскости линзы  $L$ . Пластинка  $P_2$ , такая же, как и  $P_1$ , только без отражающего покрытия, ставится на пути второго пучка для компенсации разности хода, возникающей из-за того, что первый пучок проходит через  $P_1$  три раза, а второй — только один раз. Зеркало  $M_2$  неподвижно, а зеркало  $M_1$  можно передвигать микрометрическим винтом так, что его плоскость остается перпендикулярной зеркалу  $M_2$ .

Построим изображение зеркала  $M_2$ , создаваемое отражающей поверхностью разделительной пластинки ( $M_2'$  на рис. 3.28). Оптическая длина пути от источника до точки наблюдения для луча, отразившего-

ся от зеркала  $M_2$ , будет такой же, как и для воображаемого луча, отразившегося от  $M_2'$ . Поэтому можно считать, что интерференционная картина, наблюдаемая в фокальной плоскости линзы  $L$ , возникает из-за воздушного слоя между отражающей поверхностью  $M_1$  и мнимой отражающей поверхностью  $M_2'$ . При параллельных поверхностях  $M_1$  и  $M_2'$  полосы имеют вид concentрических окружностей с центром в фокусе линзы.

Если после разделительной пластинки  $P_1$  пучки имеют одинаковую интенсивность, то распределение интенсивности в фокальной плоскости описывается формулой  $I \sim \cos^2(k\Delta/2)$ , где разность хода  $\Delta$ , как и в случае плоскопараллельного воздушного слоя, равна  $2h\cos\theta$ . Разность хода при заданном расстоянии  $h$  между  $M_1$  и  $M_2'$ , т. е. при фиксированном положении подвижного зеркала, зависит только от угла  $\theta$  наклона луча по отношению к оптической оси. Данному значению  $\theta$  соответствует кольцо радиусом  $Ftg\theta$  в фокальной плоскости линзы. Поэтому положение и размер светлых и темных колец не зависят от положения источника  $S$ , т. е. можно использовать протяженный источник. При этом получают интерференционные полосы, локализованные в фокальной плоскости линзы  $L$ .

Центру интерференционной картины ( $\theta = 0$ ) соответствует максимальная разность хода  $\Delta_{\max} = 2h$ , равная удвоенному расстоянию между  $M_1$  и  $M_2'$ . Когда  $M_1$  приближается к  $M_2'$ , кольца стягиваются по направлению к центру. Перемещение зеркала на расстояние  $\Delta m\lambda_0/2$  вызывает смещение картины на  $\Delta m$  порядков. Визуально смещение можно оценить с точностью до  $1/20$  порядка, но существуют методы, позволяющие обнаружить смещения до  $10^{-3}$  порядка. По мере приближения  $M_1$  к  $M_2'$  угловой масштаб картины возрастает до тех пор, пока  $M_1$  не совпадет с  $M_2'$ . При этом освещенность экрана (или поля зрения при визуальном наблюдении) становится равномерной.

Главная особенность интерферометра Майкельсона по сравнению с интерферометрами других типов заключается в том, что с его помощью можно непрерывно изменять разность хода между пучками в широких пределах путем перемещения одного из зеркал и наблюдать при этом интерференционные полосы высоких порядков. Это необходимо как для измерения длины когерентности излучения узких спектральных линий, так и для выполнения метрологических работ по прямому сравнению длины световой волны (т. е. первичного эталона длины) с концевой мерой, представляющей собой металлический стержень с параллельными зеркально отполированными торцовыми плоскостями.



Первые опыты по сравнению стержневого эталона метра с длиной световой волны были выполнены Майкельсоном и Бенуа в 1892 г. Использовался свет красной линии кадмия с  $\lambda \approx 644$  нм, характеризующийся наибольшей известной тогда длиной когерентности. При этом пришлось использовать ряд промежуточных эталонов, длина которых определялась расстоянием между двумя зеркалами, укрепленными строго параллельно на массивном металлическом основании.

В результате поисков более подходящих источников света был создан современный эталон длины, основанный на цезиевом стандарте частоты. По определению, 1 с — интервал времени, в течение которого совершается 9192631770 периодов излучения между уровнями сверхтонкой структуры основного состояния атома цезия-133 в отсутствие возмущения полями. На основе этого стандарта в 1983 году принято новое определение метра — это длина пути, проходимого светом в вакууме за  $1/299792458$  секунды. Скорость света в вакууме (для целей метрологии) возведена в ранг абсолютной точности:  $c = 299792458$  м/с. Это определение удобно для измерения больших и сверхбольших расстояний, когда фигурируют достаточно длительные интервалы времени.

### 3.7.5. Кольца Ньютона

Если на систему (рис. 3.29) приблизительно нормально к плоской поверхности пластинки падает пучок монохроматического света, то световые волны, отраженные от верхней и нижней границ воздушной прослойки, будут интерферировать между собой. Кольцевые полосы равной толщины, наблюдаемые в воздушном зазоре между соприкасающимися выпуклой сферической поверхностью линзы малой кривизны и плоской поверхностью стекла, называют кольцами Ньютона.

Их общий центр расположен в точке касания. В отраженном свете центр темный, так как при толщине воздушной прослойки, много меньшей длины волны  $\lambda_0$ , разность фаз интерферирующих волн обусловлена различием в условиях отражения на двух поверхностях и близка к  $\pi$ .

Толщина воздушного зазора  $h_m$ , соответствующая  $m$ -му кольцу (рис. 3.29), связана с радиусом этого кольца  $r_m$  и радиусом кривизны линзы  $R$  соотношением

$$h_m = R - \sqrt{R^2 - r_m^2} = R(1 - \sqrt{1 - r_m^2/R^2}) \approx r_m^2/(2R).$$

Здесь использовано условие  $(r_m/R)^2 \ll 1$ .

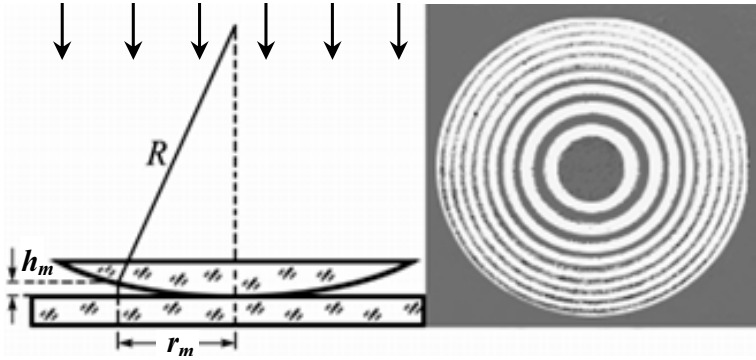


Рис. 3.29. Кольца Ньютона в отраженном свете

Принимая во внимание различие в условиях отражения света от верхней и нижней поверхностей воздушной прослойки (потеря полволны при отражении от плоской поверхности), найдем условие образования  $m$ -го темного кольца в отраженном свете

$$2h_m + \lambda_0/2 = (2m + 1) \cdot \lambda_0/2 \text{ или } h_m = m\lambda_0/2.$$

Поэтому для радиуса  $r_m$   $m$ -го темного кольца получаем:

$$r_m = \sqrt{mR\lambda_0}$$

— радиусы темных колец пропорциональны квадратному корню из натуральных чисел ( $m$  — целое число). В частности, значение  $m = 0$  и  $r_m = 0$  соответствуют темноте (объяснение центрального темного пятна).

Если линзу постепенно отодвигать от поверхности стекла, то интерференционные кольца будут стягиваться к центру. При увеличении расстояния на  $\lambda_0/2$  картина принимает прежний вид, так как место каждого кольца будет занято кольцом следующего порядка. С помощью колец Ньютона, как и в опыте Юнга, можно сравнительно простыми средствами приближенно определить длину волны света.

### 3.8. Двухлучевые интерферометры. Общие сведения

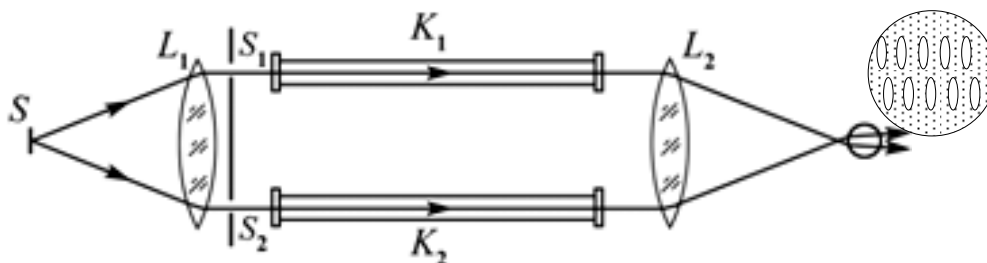
Интерферометрами называют оптические приборы, действие которых основано на явлении интерференции света. Они предназначены для точных измерений длин, углов, характеристик оптических поверхностей, показателей преломления сред или их изменений, спектрального состава исследуемого излучения и т. п. Наблюдение интерференционных полос при этом становится не целью исследования, а средством проведения измерений. В зависимости от характера решаемой задачи к оптической схеме интерферометра и его конструкции предъявляются различные требования.

Рассмотренные примеры использования двухлучевых интерферометров дают представление о широких возможностях интерференционных методов исследования, хотя многие их приложения остались, конечно, вне нашего поля зрения.

### 3.8.1. Интерферометр Рэлея

В интерферометре Рэлея, предназначенном для измерения показателей преломления газов и жидкостей, использован, как и в опыте Юнга, метод деления волнового фронта. Источник в виде узкой щели  $S$  расположен в фокальной плоскости линзы  $L_1$  (рис. 3.30).

Выходящий из нее параллельный пучок идет через диафрагму с двумя щелями  $S_1$  и  $S_2$ , параллельными щели  $S$ . Пучки света от  $S_1$  и  $S_2$  проходят через кюветы  $K_1$  и  $K_2$  и образуют интерференционные полосы в фокальной плоскости линзы  $L_2$ . Введение кювет, содержащих исследуемые газы или жидкости, требует значительного расстояния между  $S_1$  и  $S_2$ , вследствие чего интерференционные полосы располагаются тесно и для их наблюдения требуется большое увеличение. Для этой цели удобен цилиндрический окуляр в виде тонкой стеклянной палочки, ось которой параллельна полосам. Кюветы занимают только верхнюю половину пространства между линзами  $L_1$  и  $L_2$ , а внизу свет идет вне кювет.



*Рис. 3.30. Схема интерферометра Рэлея (вид сверху). Справа схематически показанные две системы интерференционных полос. Верхняя система полос образуется лучами, проходящими через трубки  $K_1$  и  $K_2$ , а нижняя — лучами, идущими мимо них*

Благодаря этому возникает вторая система интерференционных полос с таким же расстоянием между полосами, которая может служить шкалой для отсчета. Верхняя система полос сдвинута относительно нижней, так как при прохождении света через кюветы появляется добавочная разность хода  $\Delta = (n_2 - n_1)\ell$ , где  $n_1$  и  $n_2$  — коэффициенты преломления веществ, заполняющих кюветы длиной  $\ell$ . По этому смещению определяют  $n_2 - n_1$ . В один из пучков ставится компенсатор, с помощью которого можно добиваться, чтобы плавно изменялась оптическая раз-

ность хода, противоположная по знаку той, которая обусловлена прохождением света через кюветы. Совпадение двух систем полос используется для установления полной компенсации разности хода. Визуально можно установить совпадение с точностью до  $1/40$  порядка, что при  $\ell = 0,1$  м,  $\lambda = 550$  нм позволяет обнаружить изменение  $n_2 - n_1$  около  $10^{-7}$ .

### 3.8.2. Интерферометр Жамена

Интерферометр Жамена состоит из двух одинаковых толстых пластин  $P_1$  и  $P_2$  (см. рис. 3.31), изготовленных из весьма однородного стекла (или кварца для работы в ультрафиолетовой области спектра). Задние поверхности пластин посеребрены. Пучок света от протяженного источника падает под углом  $\theta$ , близким к  $45^\circ$ , на одну из пластин. В результате отражения от передней и задней поверхностей пластины  $P_1$  возникают два параллельных пучка, разделенных тем больше, чем толще пластина.

Каждый из них в свою очередь раздваивается при отражении от двух поверхностей пластины  $P_2$ . Пучки 1 и 4 перекрываются диафрагмой и не попадают в зрительную трубу, а средние пучки 2 и 3 налагаются друг на друга и образуют интерференционную картину в фокальной плоскости зрительной трубы  $T$ .

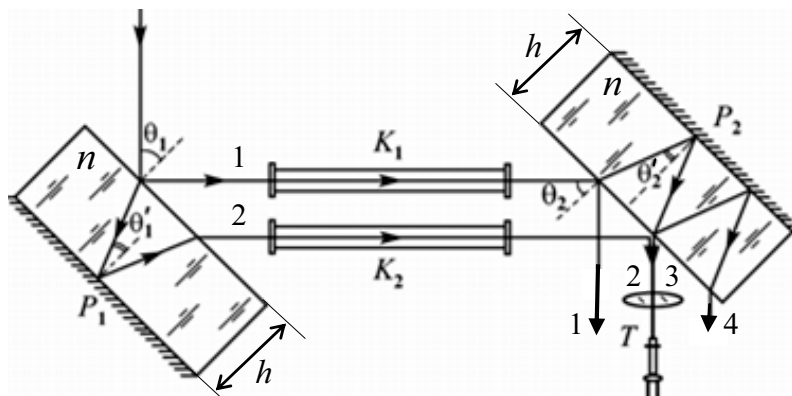


Рис. 3.31. Схема интерферометра Жамена (вид сверху)

Так как  $\theta_1'$  мало отличается от  $\theta_2'$ , то, обозначая  $\theta_1' \approx \theta_2'$  через  $\theta'$  и  $(\theta_2' - \theta_1')$  через  $\delta\theta'$ , получим:

$$\Delta = 2nh(\cos \theta_2' - \cos \theta_1') \approx 2nh \sin \theta' \cdot \delta\theta'.$$

Здесь  $h$  — толщина пластин;  $n$  — показатель преломления их материала;  $\theta_1$  и  $\theta_2$  — углы падения на поверхности пластин  $P_1$  и  $P_2$ ;  $\theta_1'$  и  $\theta_2'$  — соответствующие углы преломления. Если пластины строго параллельны, то  $\theta_1' = \theta_2'$  и  $\Delta = 0$ . Поле зрения будет равномерно освещенным.

Вводя вместо угла преломления  $\theta'$  и разности  $\delta\theta' = (\theta_2' - \theta_1')$  соответствующие величины, выраженные через угол падения  $\theta$  и разность

$\delta\theta = (\theta_2 - \theta_1) = \gamma$ , найдем на основании закона преломления ( $\sin\theta = n\sin\theta'$ ),  $\delta\theta' = \delta\theta \cdot \cos\theta / (n\cos\theta')$ . При обычных условиях, когда  $\theta \approx 45^\circ$ ,  $n \approx 1,5$ ,  $\delta\theta' \approx \delta\theta/2 = \gamma/2$ .

Таким образом, для световых пучков, падающих в плоскости, перпендикулярной обеим пластинам, разность хода

$$\Delta = 2nh\sin\theta' \cdot \delta\theta' \approx h\gamma \cdot \sin\theta,$$

где  $\gamma$  – угол между пластинами  $P_1$  и  $P_2$ .

При юстировке одну из пластин слегка наклоняют, поворачивая вокруг горизонтальной оси. При этом интерференционные полосы, наблюдаемые в установленную на бесконечность зрительную трубу, горизонтальны и эквидистантны. Они соответствуют низким порядкам интерференции и потому могут наблюдаться в белом свете. Значительное разведение пучков между пластинами позволяет поместить на их пути кюветы  $K_1$  и  $K_2$  длиной  $\ell$  с исследуемыми веществами. При этом оптическая разность хода изменится на  $(n_2 - n_1)\ell$ , что вызовет смещение интерференционной картины. По такому же принципу устроен интерферометр Рождественского.

### 3.8.3. Интерферометр Рождественского

Роль делителей пучков – внутренних граней пластин в интерферометре Рождественского – играют полуотражающие плоскопараллельные пластины  $A_1$  и  $B_1$ , а посеребренных наружных граней пластин – зеркала  $A_2$  и  $B_2$  (см. рис. 3.32).

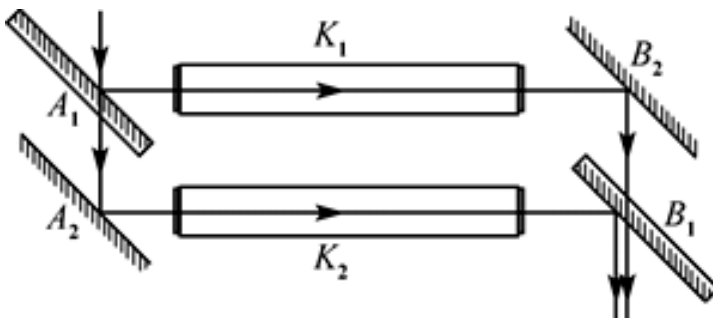


Рис. 3.32. Схема интерферометра Рождественского

Это позволяет без использования толстых пластин значительно раздвинуть пучки света и ввести кюветы  $K_1$  и  $K_2$ , одна из которых окружена печью (для исследования паров металлов). Пластины  $A_1$ ,  $A_2$  и  $B_1$ ,  $B_2$  установлены попарно на общих основаниях строго параллельно. Блоки из  $A_1$ ,  $A_2$  и  $B_1$ ,  $B_2$  могут быть разнесены на значительное расстояние ( $\approx 1$  м). Один из них наклоняется на небольшой угол поворотом вокруг горизонтальной оси. Поэтому, как и в интерферометре Жамена, наблю-

даются горизонтальные полосы равного наклона, соответствующие (при отсутствии кювет) низким порядкам интерференции.

На основе такого прибора Д.С. Рождественским в 1912 г. были выполнены классические исследования зависимости показателя преломления от длины волны вблизи линий поглощения — т. е. аномальной дисперсии в парах металлов на основе метода, предложенного Пуччианти.

Дисперсия называется аномальной, если  $dn/d\nu < 0$  (или  $dn/d\lambda > 0$ ), т. е. с ростом частоты  $\nu$  (уменьшением длины волны  $\lambda$ ) показатель преломления  $n$  уменьшается. Аномальная дисперсия наблюдается в областях частот, соответствующих полосам интенсивного поглощения света в данной среде (рис. 3.33, *д*). Например, у обычного стекла в инфракрасной и ультрафиолетовой частях спектра наблюдается аномальная дисперсия.

Описанный метод измерения  $n(\lambda)$ , предложенный Пуччианти в 1901 г., нагляден, но мало пригоден для количественного исследования дисперсии, так как изменение положения точек на круто изменяющей свое направление кривой сопряжено с большими погрешностями. Рождественский разработал новый метод исследования дисперсии вблизи линии поглощения, позволяющий проводить измерения с большой точностью — метод «крюков».

В методе Пуччианти горизонтальные интерференционные полосы в белом свете проецируются на вертикально расположенную входную щель спектрографа. Положение светлой полосы нулевого порядка не зависит от длины волны, и поэтому в сплошном спектре, даваемом спектрографом, ей соответствует горизонтальная светлая полоса, тянущаяся вдоль всего спектра. Максимумы, соответствующие порядкам интерференции  $m = \pm 1, \pm 2, \dots$ , находятся для разных длин волн падающего света на разных высотах щели спектрографа. Им отвечают в сплошном спектре светлые полосы, лежащие выше и ниже нулевой полосы и расходящиеся веером от синей к красной области спектра, так как расстояние между максимумами растет с увеличением длины волны (рис. 3.33, *а*).

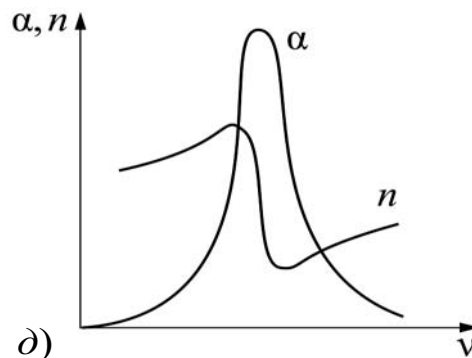
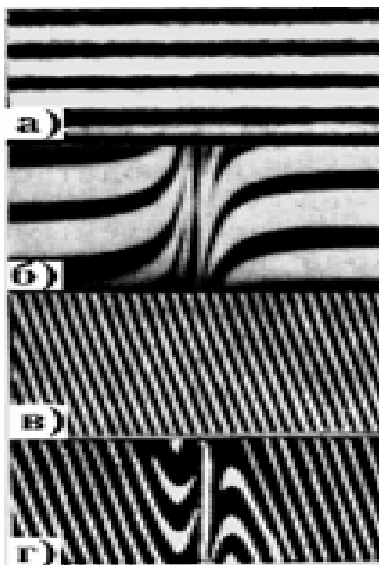


Рис. 3.33. Интерференционные полосы, развернутые в спектр (а, б, в, г) в плоскости щели спектрографа. Зависимость коэффициента поглощения  $\alpha$  и показателя преломления  $n$  от частоты (д) в области аномальной дисперсии

Направим ось  $x$  вдоль нулевой полосы в спектре. Точки этой оси соответствуют разным значениям длины волны  $\lambda$ . Ось  $y$  направим параллельно щели спектрографа. Расстояние между интерференционными максимумами пропорционально длине волны, поэтому для ординаты полосы  $m$ -го порядка можно написать  $y_{0m} = \alpha m \lambda$ , где  $\alpha$  — постоянная, определяемая геометрией установки. Наклон полос  $dy_m/d\lambda = \alpha m$  возрастает с увеличением порядка интерференции  $m$ . Если кювету длиной  $\ell$  на пути одного из пучков заполнить веществом с показателем преломления  $n = n(\lambda)$ , а вторую кювету откачать, то оптическая разность хода изменится на  $(n - 1)\ell$  и полосы сместятся вверх или вниз на расстояние  $\Delta y = \alpha(n - 1)\ell$ . Тогда ордината полосы  $m$ -го порядка определяется выражением

$$y_m = y_{0m} \pm \Delta y = \alpha[m\lambda \pm (n - 1)\ell],$$

причем знак зависит от того, в какое из плеч интерферометра введена кювета с исследуемым веществом.

Полоса нулевого порядка ( $m = 0$ ), ранее удовлетворявшая условию  $y = 0$ , т. е. совпадавшая с осью абсцисс, теперь будет описываться уравнением  $y = \pm \alpha(n - 1)\ell$ . Это значит, что нулевая полоса в определенном масштабе, зависящем от настройки интерферометра, вычерчивает зависимость  $(n - 1)$  от  $\lambda$ , т. е. дает непосредственно картину дисперсии. Полосы с  $m \neq 0$  прочертят почти подобные кривые, так как слагаемое  $\alpha m \lambda$  в последней формуле обычно невелико и изменяется с длиной волны очень медленно. На рис. 3.33, б показаны полосы, производящие ход дисперсии с ее характерными особенностями вблизи линии поглощения.

Сущность метода «крюков» состоит в том, что в одно из плеч интерферометра вводится тонкая плоскопараллельная стеклянная пластинка толщиной  $\ell'$ . Это ведет к большой добавочной разности хода  $(n' - 1)\ell'$ , где  $n'$  — показатель преломления пластинки. Пока в кювете, расположенной в другом плече, исследуемого вещества нет, будут наблюдаться наклонные интерференционные полосы высоких порядков  $m \gg 1$  (рис. 3.33, в). При одновременном действии исследуемого вещества (паров металла) и стеклянной пластинки вызываемые ими противоположные смещения полос суммируются для каждого значения  $\lambda$ . Вдали от линии поглощения показатель преломления разреженных паров близок к единице, поэтому наклон полос обусловлен только стеклянной пластинкой. Вблизи линии поглощения показатель преломления  $n$  паров изменяется очень сильно, и найдется такая длина волны, для которой действия паров и пластинки будут точно скомпенсированы, так что наклон интерференционной кривой пройдет через нуль. В результате полосы вблизи линии поглощения своеобразно изгибаются, образуя крюки, положения вершин которых на шкале длин волн можно точно измерить (см. рис. 3.33, г). В работах Рождественского и его учеников была экспериментально подтверждена теоретическая зависимость показателя преломления от длины волны, описываемая вблизи линии поглощения.

### 3.9. Многолучевая интерференция. Общие сведения

При наложении двух когерентных световых пучков образуются интерференционные полосы, в которых распределение интенсивности описывается функцией  $I \sim \cos^2(k\Delta/2)$ , где  $\Delta$  — разность хода пучков. Максимумы и минимумы интенсивности, т. е. светлые и темные полосы в двухлучевой интерференционной картине, имеют одинаковую ширину. При наложении большого числа пучков распределение интенсивности в интерференционной картине существенно иное. Изменение характера интерференционных полос при увеличении числа  $N$  пучков качественно можно предсказать на основе закона сохранения энергии. Амплитуда световых колебаний в максимумах интенсивности, где сложение колебаний происходит в одинаковой фазе, в  $N$  раз больше, а интенсивность в  $N^2$  раз больше, чем от одного пучка (при условии, что когерентные пучки имеют одинаковую или почти одинаковую интенсивность). Но полная энергия, приходящаяся на одну интерферен-



ционную полосу, лишь в  $N$  раз больше, чем в одном пучке. Увеличение интенсивности в максимумах в  $N^2$  раз возможно только в случае существенного перераспределения потока энергии в пространстве: при прежнем расстоянии между светлыми полосами их ширина должна быть примерно в  $N$  раз меньше этого расстояния. Благодаря образованию узких максимумов, т. е. резких светлых полос, разделенных широкими темными промежутками, многолучевая интерференция получила важное практическое применение.

Рассмотрим далее интерференцию при многократных отражениях света от двух параллельных поверхностей (метод деления амплитуды). На этом принципе действует интерферометр Фабри–Перо, широко используемый в спектроскопии высокого разрешения и в метрологии.

### 3.9.1. Схема интерферометра Фабри–Перо

Интерферометр Фабри–Перо может быть выполнен в виде плоскопараллельной стеклянной или кварцевой пластины, на обе поверхности которых нанесены отражающие слои, либо в виде двух пластин, у которых покрытые отражающими слоями плоскости установлены строго параллельно друг другу и разделены воздушным промежутком. Плоскости пластин изготовлены с точностью до  $0,01$  длины волны. Отражение света от двух параллельных плоскостей приводит к образованию локализованных в бесконечности (или фокальной плоскости линзы) интерференционных полос равного наклона. В некоторую точку  $P$  фокальной плоскости  $F$  линзы собираются лучи, которые до линзы образуют с ее оптической осью один и тот же угол  $\theta$  (см. рис. 3.34).

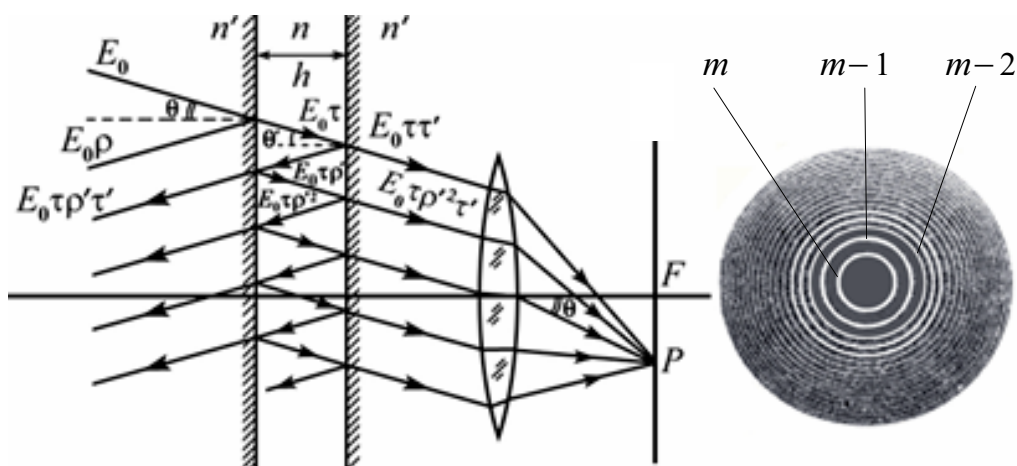


Рис. 3.34. Полосы равного наклона при многолучевой интерференции. Справа показана интерференционная картина (линии равного наклона), наблюдаемые в интерферометре Фабри–Перо в проходящем свете

Разность хода  $\Delta$  двух соседних интерферирующих лучей определяется формулой  $\Delta = 2nh\cos\theta'$ . Максимумы интенсивности в проходящем свете расположатся там, где  $\Delta$  составляет целое число длин волн:

$$2nh\cos\theta' = m\lambda_0.$$

Центральная зона ( $\theta' \approx 0$ ) будет светлой в проходящем свете при толщине плоской пластины  $h_{\max} = m\lambda/2$  и темной (рис. 3.34) — при  $h_{\min} = h_{\max} \pm \lambda/4$ , т. е. отличаться от  $h_{\max}$  на четверть волны. Здесь  $m = 1, 2, \dots$ ,  $\lambda = \lambda_0/n$ .

Линиям равных интенсивностей соответствует одно и то же значение угла  $\theta$ , поэтому интерференционные полосы в фокальной плоскости линзы имеют вид концентрических колец с центром на оси линзы. Центру картины (наименьшему светлomu кольцу) соответствует наибольший порядок интерференции. При этом расположение максимумов интенсивности будет таким же, как в полосах равного наклона при двухлучевой интерференции. Однако для определения структуры максимумов в случае высокого коэффициента отражения светоделительных поверхностей необходимо учесть интерференцию всех приходящих в точку  $P$  волн, образующихся при многократных отражениях.

При каждом пересечении отражающей поверхности падающая световая волна порождает две волны: прошедшую и отраженную. Отношения амплитуд этих волн к амплитуде падающей волны (коэффициенты пропускания  $\tau$  и отражения  $\rho$ ), вообще говоря, зависят от угла падения и состояния поляризации света.

Ограничимся исследованием распределения интенсивности в интерференционных полосах равного наклона, которым соответствуют малые углы  $\theta$ . В этом случае  $\tau$  и  $\rho$  практически не зависят от угла падения и от поляризации падающего света, и для них можно принять значения, соответствующие нормальному падению.

Пусть  $\tau$  и  $\rho$  — амплитудные коэффициенты пропускания и отражения при переходе волны из окружающей среды в плоскопараллельную пластинку (которая, в частности, может быть воздушным промежутком между зеркалами), а  $\tau'$  и  $\rho'$  — при переходе из пластинки в среду.

$$\tau = \frac{2n'}{n+n'}, \quad \tau' = \frac{2n}{n+n'}, \quad \rho = \frac{n'-n}{n+n'}, \quad \rho' = \frac{n-n'}{n+n'},$$

где  $n$  и  $n'$  — показатели преломления пластинки и окружающей среды. На границе прозрачных сред  $\tau$  и  $\rho$  вещественны, а отрицательное значение  $\rho$  при  $n > n'$  учитывает изменение фазы волны на  $\pi$  при отражении от оптически более плотной среды. Из последней формулы легко видеть, что отражательная способность границы, или энергетический

коэффициент отражения  $R$ , не зависит от того, идет свет от окружающей среды в пластинку или наоборот:

$$R = \rho^2 = \rho'^2,$$

и что

$$\tau\tau' = 1 - \rho^2 = 1 - R.$$

В случае светоделительных поверхностей с нанесенными на них многослойными непоглощающими диэлектрическими покрытиями коэффициенты  $\tau$ ,  $\tau'$  и  $\rho$ ,  $\rho'$  будут иными (в частности, отражательная способность  $R = \rho^2$  для определенной длины волны может иметь значения, очень близкие к единице). Но можно показать, что соотношение  $\rho' = -\rho$  остается в силе и связь  $\tau$ ,  $\tau'$ ,  $\rho$ ,  $\rho'$  с отражательной способностью  $R$  по-прежнему выражается двумя последними формулами.

Предположим, что на пластинку падает под углом  $\theta$  плоская монохроматическая волна с амплитудой  $E_0$  (рис. 3.34). При нахождении комплексной амплитуды суммарной волны, прошедшей через пластинку, нужно учесть, что фаза каждой последующей волны больше фазы предыдущей на

$$\delta = k\Delta = 2nkh\cos\theta',$$

где  $k = 2\pi/\lambda_0$  — волновое число,  $\lambda_0$  — длина волны в вакууме. Поэтому комплексная амплитуда последующей волны отличается дополнительным множителем  $\exp(i\delta)$  от амплитуды предыдущей. В результате комплексная амплитуда всей прошедшей волны представится геометрической прогрессией:

$$E_2 = E_0\tau\tau'(1 + \rho'^2 e^{i\delta} + \rho'^4 e^{i2\delta} + \dots) = \frac{E_0\tau\tau'}{1 - \rho'^2 e^{i\delta}}.$$

Мы считаем здесь размеры пластинки и линзы достаточно большими, чтобы можно было не учитывать дифракцию на их краях и виньетирование наклонных пучков (т. е. ограничение их поперечного сечения краями пластинки и линзы). Для нахождения интенсивности прошедшей волны умножим  $E_2$  в формуле на комплексно-сопряженную величину и воспользуемся формулами для энергетического коэффициента отражения:

$$I_{\text{пр}} = I_{\text{пад}} \frac{(1 - R)^2}{1 + R^2 - 2R \cos \delta} = I_{\text{пад}} \frac{1}{1 + [4R/(1 - R^2)] \sin^2(\delta/2)}.$$

Тем же способом, каким мы получили выражение для амплитуды прошедшей волны, легко получить выражение для амплитуды отраженной волны:

$$E_1 = E_0\rho + E_0\tau\tau'\rho'e^{i\delta}(1 + \rho'^2e^{i\delta} + \dots) = E_0\rho \left(1 - \frac{\tau\tau'e^{i\delta}}{1 - \rho'^2e^{i\delta}}\right).$$

Здесь учтено, что  $\rho' = -\rho$ . Для интенсивности отраженной волны находим:

$$I_{\text{отр}} = I_{\text{пад}} \frac{2R(1 - \cos\delta)}{1 + R^2 - 2R\cos\delta} = I_{\text{пад}} \frac{[4R/(1 - R^2)]\sin^2(\delta/2)}{1 + [4R/(1 - R^2)]\sin^2(\delta/2)}.$$

Соотношения для интенсивностей прошедшей ( $I_{\text{пр}}$ ) и отраженной ( $I_{\text{отр}}$ ) волн известны, как формулы Эйри. Из них видно, что

$$I_{\text{пр}} + I_{\text{отр}} = I_{\text{пад}},$$

как и должно быть при отсутствии поглощения. Очевидно, что интенсивность в точке  $P$  фокальной плоскости линзы (см. рис. 3.34) относится к интенсивности в  $P$  при отсутствии пластинки как  $I_{\text{пр}}/I_{\text{пад}}$ . Поэтому формула для интенсивности прошедшей волны дает распределение интенсивности в многолучевой интерференционной картине для тех мест фокальной плоскости линзы, где при отсутствии пластинки была бы равномерная освещенность. Максимумы  $I_{\text{пр}}/I_{\text{пад}} = 1$  получаются при  $\delta/2 = m\pi$  ( $m$  — целое число). Подставляя сюда  $\delta = k\Delta = 2nkh\cos\theta'$ , получаем то же условие, что и при двухлучевой интерференции. При малом коэффициенте отражения  $R \ll 1$  формулы Эйри дают то же самое и для распределения интенсивности. Это распределение, однако, существенно изменяется при увеличении  $R$ , в особенности, когда  $R$  приближается к единице.

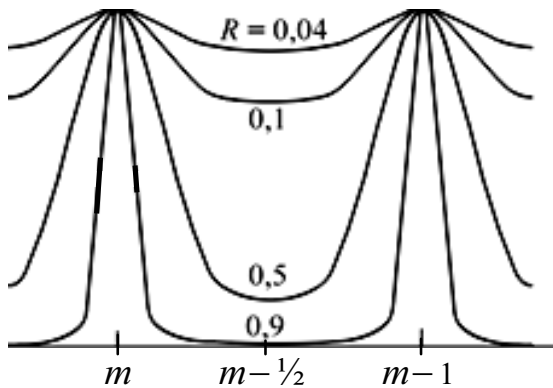


Рис. 3.35. Кривые распределения интенсивности в проходящем свете в зависимости от порядка интерференции  $m$  при различных коэффициентах отражения  $R$ . Коэффициент поглощения  $\alpha$  принят равным нулю

На рис. 3.35 приведены построенные по формуле кривые интенсивности прошедшего света в зависимости от  $m$ . При  $R \ll 1$  они имеют вид, типичный для двух интерферирующих пучков. С увеличением коэффициента отражения  $R$  максимумы сужаются, а в промежутках между ними интенсивность становится очень мала. Отношение интенсив-

ности в максимумах и минимумах, характеризующее контрастность интерференционных полос, как видно из формулы для интенсивности прошедшей волны, определяется только коэффициентом отражения:

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \frac{(1 + R)^2}{(1 - R)^2}.$$

Многолучевая интерференционная картина в прошедшем свете при значениях  $R$ , близких к единице, имеет вид узких светлых полос на почти совершенно темном фоне. В отраженном свете наблюдается дополнительная картина в виде узких темных полос на почти равномерном светлом фоне. То есть интерференционная картина в отраженном свете представляет собой негатив от интерференционной картины, изображенной на рис. 3.34. Подобное пространственное перераспределение потока энергии с концентрацией его в некоторых преимущественных направлениях всегда возникает при интерференции многих пучков.

Если для наблюдения интерференции света от тепловых источников приходится соблюдать ряд ограничений, причем возникающая интерференционная картина обычно имеет малую яркость и размеры, то при использовании в качестве источников света лазеров явления интерференции света настолько ярки и характерны, что нужны особые меры для получения равномерной освещенности.

Чрезвычайно высокая когерентность излучения лазеров приводит к появлению помех интерференционного происхождения при наблюдении объектов, освещенных лазером. При лазерном освещении произвольной шероховатой поверхности аккомодированный на бесконечность глаз воспринимает хаотическую картину световых пятен, мерцающую при смещениях глаза. Это вызвано тем, что шероховатая поверхность, рассеивая лазерное излучение, служит источником нерегулярной интерференционной картины, образованию которой в обычных условиях препятствует низкая пространственно-временная когерентность излучения тепловых источников. Близкую к этому природу имеет эффект мерцания звезд, являющихся источниками света с очень большой площадью пространственной когерентности.

### 3.10. Нестационарная интерференция света

К нестационарной интерференции относятся световые биения, наблюдающиеся при наложении световых полей различных частот. В этом случае возникает бегущая в пространстве интерференционная картина, так что в заданной точке пространства интенсивность света периодически меняется во времени с частотой, равной разности частот интерферирующих волн. Биения возникают в обычных (нелазерных) схемах интерференции света при изменении во времени разности хода интерферирующих лучей.

Примером может служить интерферометр Майкельсона с переменной длиной одного из плеч. При перемещении вдоль луча света одного из зеркал интенсивность света на выходе интерферометра периодически меняется, что может служить средством измерения скорости очень медленных перемещений. Например, при движении зеркала со скоростью  $10^{-6}$  м/с интенсивность света меняется с частотой  $\approx 4$  Гц.

Биения могут наблюдаться и в излучении независимых источников света. Для этого их яркости и спектральные плотности излучения должны быть очень велики. Обе эти характеристики выражаются через параметр  $\rho$ , называемый параметром вырождения фотонов, равный числу фотонов в объеме когерентности. При фотоэлектрической регистрации биений параметр  $\rho$  в произведении с квантовым выходом приемника определяет величину сигнала биений по отношению к фону фотонного шума. Излучение лазеров сильно вырождено  $\rho \gg 1$ , вследствие чего биения в свете двух лазеров и между различными типами колебаний одного лазера легко наблюдаются. Эти биения часто играют вредную роль как источник мощного шума интенсивности лазера.

Для тепловых источников обычно  $\rho < 1$ , поэтому эффекты нестационарной интерференции света в их излучении крайне малы. Тем не менее, эффект нестационарной интерференции света удалось обнаружить в тонких экспериментах по корреляции интенсивностей, получивших широкую известность в связи с их значением для звездной астрономии, поскольку с помощью этого эффекта возможно измерять угловые размеры столь удаленных звезд, что это не удастся сделать даже с помощью звездного интерферометра. Следы нестационарной интерференции были обнаружены также при анализе спектра шумов фотоэлемента, освещенного двумя очень близкими спектральными линиями атомов ртути. На частоте биений был обнаружен пик в спектре шумов, составлявший  $10^{-4}$  от фона дробовых шумов.

Интерференция света широко используется при спектральном анализе света, для точного измерения расстояний, углов, скоростей, в рефрактометрии. Большое значение интерферометрия имеет в оптическом производстве как средство контроля качества поверхностей и линзовых систем. Интерференционные явления используются для создания светофильтров, высококачественных зеркал, просветляющих покрытий для оптических деталей. Интерференция света составляет основу голографии. Важным частным случаем интерференции света является интерференция поляризованных лучей.

### 3.11. «Просветление» оптики

Одной из главных задач, возникающих при построении различных оптических и антенных устройств СВЧ-диапазона, является уменьшение потерь интенсивности света, мощности потока электромагнитной энергии при отражении от поверхностей линз, обтекателей антенн и других приборов, используемых для преобразований световых и радиоволн в разнообразных приборах фотоники, оптоэлектроники и радиоэлектроники.

Рассмотрим решение этой задачи на примере «просветления» оптики. Как показывают расчеты, отражение света от поверхности линзы сопровождается уменьшением его интенсивности примерно на 4 %. Учитывая, что современные оптические устройства, в частности современные оптоэлектронные приборы, содержат достаточно большое количество линз, зеркал, светоделительных устройств, потери интенсивности проходящей световой волны без применения специальных мер могут стать значительными.

Для уменьшения потерь на отражение используется покрытие оптических деталей пленкой со специальным образом подобранными толщиной  $h$  и показателем преломления  $n$ . Идея уменьшения интенсивности отраженного света от поверхности оптических деталей состоит в интерференционном гашении волны, отраженной от внешней поверхности детали, волной, отражённой от внутренней (рис. 3.36). Для осуществления этого амплитуды обеих волн должны быть равны, а фазы отличаться на  $\pi$ .

Можно показать, что уравнивание амплитуд отражённых волн возможно, если показатель преломления плёнки  $n$  выбирается равным

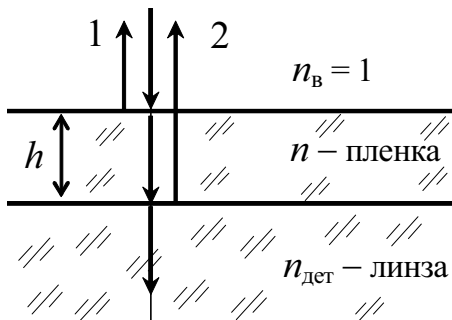
$$n = \sqrt{n_{\text{дет}}},$$

где  $n_{\text{дет}}$  — показатель преломления диэлектрика, из которого изготовлена рассматриваемая оптическая деталь (например, линза).

Необходимое соотношение между фазами  $\Delta\varphi$  отражённых волн обеспечивается выбором толщины плёнки  $h$  из условия интерференционного минимума при нормальном падении света ( $\theta \approx 0$ ). То есть толщина просветляющей пленки будет кратной нечётному числу четвертей длины волны  $\lambda$  света, проходящего через рассматриваемую пленку:

$$h = (2m + 1) \frac{\lambda}{4}.$$

Здесь  $\lambda = \lambda_0/n$ , где  $\lambda_0$  — длина волны в вакууме (воздухе).



*Рис. 3.36. Диэлектрическое покрытие толщиной  $h$  на поверхности оптической детали (линзы) уменьшает интенсивность отраженного света при условии  $h = (2m + 1)\lambda/4$ . Отраженные лучи 1 и 2 гасят друг друга*

В этом случае фазы волн, отражённых от внутренней и внешней поверхностей детали, отличаются на  $\pi$  и обеспечивается гашение отраженной волны.

Из-за явления дисперсии невозможно добиться одновременного гашения для всех длин волн видимого диапазона, поэтому условия интерференционного минимума рассчитывают для  $\lambda_0 = 550$  нм (зеленый диапазон спектра). Вследствие этого объективы с просветленной оптикой кажутся голубыми, т. к. зеленая часть спектра практически не отражается.

### Основные выводы

Интерференция света — пространственное перераспределение энергии светового излучения при наложении двух или нескольких световых волн.

Стационарная интерференция света возникает, если налагающиеся когерентные волны имеют одинаковую частоту и неортогональную поляризацию ( $\mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2 \neq 0$ ).

Чтобы наблюдать интерференционные эффекты, необязательно иметь отдельные источники света. Согласно принципу Гюйгенса—Френеля, каждый элемент волновой поверхности служит источником вторичной сферической волны, и эти источники когерентны.



В результате интерференции бегущей волны с волной, отраженной от конца струны (или зеркала, если речь идет об электромагнитной волне), образуется волна, амплитуда которой записывается в виде  $y = 2y_0 \sin \omega t \sin kx$ . Эта волна имеет узлы в точках  $x_m = m \cdot (\lambda/2)$ . Длина стоячей волны, образующейся в закрепленной на обоих концах струне длиной  $L$ , равна  $\lambda_m = 2L/m$ .

Колеблющиеся в фазе два точечных источника, каждый из которых излучает с интенсивностью  $I_0$ , создают интерференционную картину, интенсивность в которой изменяется по следующему закону:  $I = 2I_0[1 + \cos k(r_2 - r_1)]$ , где  $(r_2 - r_1)$  — разность хода. На очень больших расстояниях от источников  $r_2 - r_1 = d \sin \theta$ , где  $d$  — расстояние между источниками волн. Условие максимума интенсивности записывается в виде  $\sin \theta = m\lambda/d$ .

Если естественная ширина спектральной линии равна  $\Delta f$ , то время когерентности составляет  $\Delta t_0 \approx 1/(2\pi\Delta\nu)$ , а длина когерентности  $\Delta L_0 = c\Delta t_0 \approx c/(2\pi\Delta\nu)$ .

Измеряя произведение интенсивностей излучения от двух некогерентных источников в течение промежутка времени, не превышающего  $\Delta t_0$ , мы получаем среднее значение этого произведения в следующем виде:  $\langle I_1 I_2 \rangle = 2I_0^2 [2 + \cos(kd \sin \theta)]$ .

### Упражнения

1. Как направлены  $\mathbf{E}'$  и  $\mathbf{B}'$  на рис. 3.6 в непосредственной близости справа от отражающей поверхности?

2. Перепишите условие возникновения одномерной стоячей волны, заменив  $\lambda_n$  на  $k_n$ .

3. Предположим, что на рисунке 3.10  $E_1 = E_0 \cos(kr_1 - \omega t)$  и  $E_2 = 2E_0 \cos(kr_2 - \omega t)$ . Как зависит  $I$  от  $I_0$  и  $\theta$ ?

4. Чему равна на удаленном экране разность фаз между волнами, испущенными из  $S_1$  и  $S_2$  на рис. 3.21? Запишите ответ через  $\lambda$ ,  $d$  и  $\theta$ .

5. Скорость распространения волны по струне с закрепленными концами равна 2 м/с. Расстояние между узлами стоячих волн — 3,0 см.

а) Какова частота колебаний?

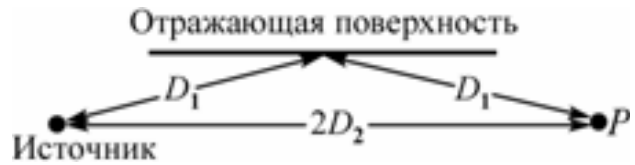
б) Сколько раз в секунду струна вытягивается в прямую линию без каких-либо видимых следов волн?

6. Пусть  $S_1$  и  $S_2$  — источники, испускающие (в фазе) синусоидальные звуковые волны и находящиеся на расстоянии 3 м друг от друга.

а) Перечислите три различные длины волн, для которых в точке  $P$  волны будут погашать друг друга (деструктивная интерференция).

- б) Перечислите три различные длины волн, для которых в точке  $P$  волны будут усиливать друг друга (конструктивная интерференция).
- в) Какова низшая частота, при которой в точке  $P$  волны гасят друг друга? Скорость звука 330 м/с.

7. Каким условиям должна удовлетворять разность  $D_1 - D_2$  (см. рисунок), чтобы в точке  $P$  наблюдался интерференционный максимум или минимум? Предполагается, что фаза волны не меняется при отражении.



8. В предыдущем упражнении фаза волны при отражении меняется на  $\pi$ . Каково теперь условие минимума интенсивности в точке  $P$ ?

### Задачи

1. Предполагая, что на рис. 3.6 падающая волна имеет вид  $E_{\text{пад}} = E_0 \sin(\omega t - kx)$ , найдите выражение для стоячей волны  $E = E_{\text{пад}} + E'_{\text{лев}}$ .

2. Предположим, что диполи на рис. 3.10 сдвинуты по фазе на  $\pi$ . Как зависит  $I$  от  $\theta$ ?

3. В задаче 2 покажите, что в случае, когда  $d \ll \lambda$ ,  $I \approx I_0(kd \sin \theta)^2$ .

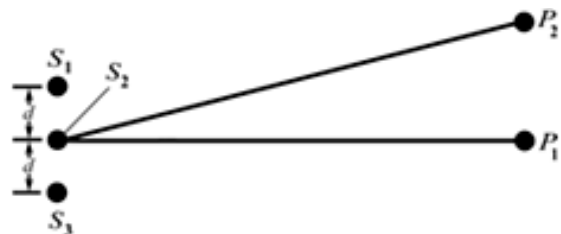
4. Решите задачу 2 для случая двух диполей  $p_0$ , колеблющихся в направлении оси  $y$  с разностью фаз  $\pi$ ;  $d \ll \lambda$ . Обозначая угол между радиусом-вектором  $\mathbf{r}$  и осью  $y$  через  $\theta$ , покажите, что

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{p_0 \omega^3 d}{2c^3 r} \sin(2\theta) \cdot \cos \omega \left( t - \frac{r}{c} \right).$$

5. Предполагая, что на рис. 3.11  $E_1 \neq E_2$ , напишите выражение для  $E'$  через  $E_1$ ,  $E_2$  и  $\theta$ .

6. Покажите, что интерференционная картина от трех щелей дается выражением  $I = I_0(1 + 2 \cos \varphi)^2$ , где  $\varphi = kd \sin \theta$ .

7. На рис. 3.17 добавьте третий некогерентный источник (см. иллюстрацию к задаче). Пусть  $\varphi_1$  — случайная разность фаз между  $S_1$  и  $S_2$ ,  $\varphi_2$  — между  $S_2$  и  $S_3$ , а  $\varphi_0 = kd \sin \theta$ .



а) Покажите, что  $I_1 = I_0[3 + 2 \cos \varphi_1 + 2 \cos \varphi_2 + 2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)]$ .

б) Найдите выражение для  $I_2$ .

в) Покажите, что  $I_1 I_2 = I_0^2 [6 + (1 + 2 \cos \varphi_0)^2]$ , т. е. эта величина соответствует интерференционной картине от трех когерентных источников (щелей) плюс постоянный член.

8. Стерефонический приемник принимает два независимых сигнала. Как можно воспользоваться этими сигналами, чтобы получить квадрафоническую направленность в четырех динамиках?

**Примечание.** Покажем, что некоторой направленности можно добиться, комбинируя при записи из четырех исходных сигналов с различными фазами два сигнала, а затем воспроизводя записанные два сигнала с различными фазами получить квадрафонический эффект от четырех динамиков. Пусть  $L_f$  и  $R_f$  — исходные сигналы соответственно с левого и правого передних микрофонов, а  $L_b$  и  $R_b$  — сигналы с левого и правого задних микрофонов. В квадратной матричной системе эти сигналы комбинируются таким образом, что для амплитуды на левой дорожке записи мы имеем

$$L_t = L_f - \frac{j}{\sqrt{2}} L_b + \frac{R_b}{\sqrt{2}}.$$

Здесь через  $\pm j$  обозначены фазовые сдвиги  $\pm 90^\circ$  любой записанной монохроматической волны. Иными словами, если напряжение сигнала  $L_b$  равно  $V_0 \cos \omega t$ , то в выражении для  $L_t$  оно запишется в виде  $(1/\sqrt{2}) V_0 \cos(\omega t - 90^\circ)$ . Амплитуда на правой дорожке записи равна:

$$R_t = R_f + \frac{j}{\sqrt{2}} R_b - \frac{1}{\sqrt{2}} L_b.$$

Затем в стерефоническом усилителе сигнал  $L_t$  подается на левый передний динамик, а  $R_t$  — на правый передний динамик. Сигнал

$L'_b = \left(\frac{j}{\sqrt{2}}\right) L_t - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) R_t$  подается на левый задний динамик, а

$R'_b = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) L_t - \left(\frac{j}{\sqrt{2}}\right) R_t$  — на правый задний динамик.

Пусть  $L_f$  и  $R_f$  — исходные гармонические сигналы с амплитудой  $V_0$  и частотой  $\omega$ , соответственно с левого и правого передних микрофонов, а  $L_b$  и  $R_b$  — сигналы с левого и правого задних микрофонов. В квадратной матричной системе эти сигналы комбинируются таким образом, что для амплитуды на левой дорожке записи мы имели

$$L_t = L_f + L_{bd} e^{-j90^\circ} + R_{bd}.$$

Здесь  $j$  — мнимая единица,  $L_{bd} = L_b/\sqrt{2}$  и  $R_{bd} = R_b/\sqrt{2}$  — действующие значения сигналов с левого и правого задних микрофонов. Амплитуда на правой дорожке записи равна  $R_t = R_f + R_{bd} e^{j90^\circ} - L_{bd}$ .

Затем в стереофоническом усилителе сигнал  $L_l$  подается на левый передний динамик, а  $R_l$  — на правый передний динамик. Сигнал  $L_b' = L_{ld}e^{j90^\circ} - R_{ld}$  подается на левый задний динамик, а  $R_b' = L_{ld} + R_{ld}e^{-j90^\circ}$  — на правый задний динамик, где  $L_{ld} = L_l/\sqrt{2}$  и  $R_{ld} = R_l/\sqrt{2}$  — действующие значения сигналов с левого и правого передних микрофонов.

Если имеется единственный источник монохроматической волны  $L_f = V_0 \cos \omega t$ , то каким будет отношение интенсивностей сигналов от четырех динамиков? Чему равны  $(L_f')^2$ ,  $(R_f')^2$ ,  $(L_b')^2$  и  $(R_b')^2$ , если  $R_f = L_b = R_b = 0$ ?

**9.** Повторите решение задачи 8, если единственным источником сигнала является: а) микрофон  $R_f$ ; б) микрофон  $L_b$ ; в) микрофон  $R_b$ .

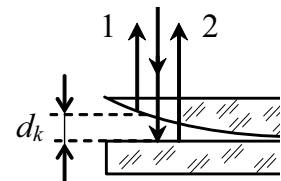
**10.** При атомном переходе испускается свет с длиной когерентности  $\Delta L_0$ . Найдите выражение для естественной ширины линии  $\Delta \lambda$  через  $\lambda$  и  $\Delta L_0$ .

**11.** Определить радиус светлых и темных колец Ньютона в проходящем свете.

**12.** Определить положение темных и светлых полос в опытах с зеркалами (рис. 3.22) и бипризмой (рис. 3.23) Френеля.

**13.** Определить точность измерения значения абсолютного показателя преломления веществ в интерферометре Жамена.

**14.** На установке для наблюдения колец Ньютона был измерен в отраженном свете радиус темного кольца ( $m = 4$ ). Когда пространство между плоскопараллельной пластинкой и линзой заполнили жидкостью, то тот же радиус стал иметь кольцо с номером на единицу большим. Определить показатель преломления  $n$  жидкости. Ответ:  $n = (m + 1)/m = 1,2$ .



**15.** Определить перемещение зеркала в интерферометре Майкельсона, если интерференционная картина сместилась на  $k = 100$  полос. Опыт проводился со светом с длиной волны  $\lambda = 500$  нм. Ответ:  $\Delta = k \cdot \lambda_0 / 2 = 25$  мкм.

## 4. ДИФРАКЦИЯ

### 4.1. Введение

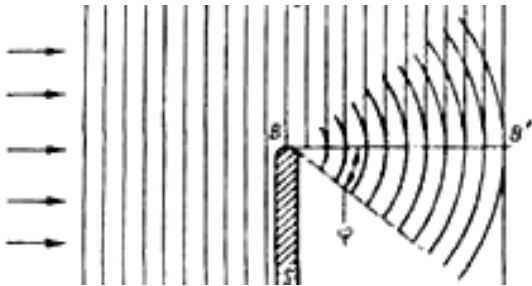
Дифракция света (от лат. *diffractus* — *разломанный, преломлённый*) — в узком, но наиболее употребительном смысле — огибание лучами света границы непрозрачных тел (экранов); проникновение света в область геометрической тени. В широком смысле дифракция света — проявление волновых свойств света в предельных условиях перехода от волновой оптики к геометрической. Примерами дифракции света, понимаемой в широком смысле, являются рассеяние света капельками тумана, формирование изображения оптическими системами (например, микроскопом) и т. п. Наиболее рельефно дифракция света проявляется в областях резкого изменения плотности потока лучей: вблизи каустик, фокуса линзы, границ геометрической тени и др. Дифракция волн тесно переплетается с явлениями распространения и рассеяния волн в неоднородных средах.

Дифракция света как волновое явление, исчезающее в пределе  $\lambda \rightarrow 0$ , зависит от длины волны света  $\lambda$ . Красный свет сильнее дифрагирует (сильнее отклоняется границами тел), чем фиолетовый, т. е. разложение белого света в спектр, вызванное дифракцией, имеет обратную последовательность цветов по сравнению с получающейся при разложении света в призме. Это различие часто является решающим при выяснении природы многих атмосферных оптических явлений.

Проникновение света в область геометрической тени было известно уже в XVI–XVII вв., однако объяснение этому было дано лишь в XIX в. Первая волновая трактовка дифракции волн дана Т. Юнгом (Th. Young, 1800), вторая — О. Френелем (A. Fresnel, 1815).

В картине волнового поля, возникающей за препятствием, Юнг усматривал сочетание собственно дифракции волн и интерференции. Согласно Юнгу, возникновение дифрагированной волны имеет локальный

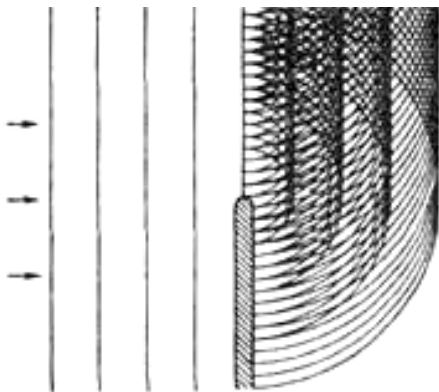
характер и происходит в некоторой окрестности границы тени за краем препятствия (рис. 4.1). Юнг не развил количественных методов расчета дифракции света, и его концепция долго не находила поддержки.



*Рис. 4.1. Схема дифракции волн от края экрана по Юнгу*

Приближенная теория дифракции света создана в 1816 г. О. Френелем. Дифракция света, по Френелю, – результат интерференции вторичных волн. Несмотря на недостатки, эта теория сохранила свое значение и служит основой расчетов дифракционных эффектов в инструментальной оптике.

Френель отказался от локального юнговского подхода и предложил свой метод, опирающийся на сформулированный ранее (1678 г.) принцип Гюйгенса. Согласно Френелю, дифракционное поле может быть представлено как результат интерференции фиктивных источников вторичных волн (рис. 4.2), распределенных по всей не закрытой препятствием части фронта падающей волны и имеющих амплитуду и фазу, пропорциональные таковым у исходной волны.



*Рис. 4.2. Схема дифракции волн от края экрана по Френелю*

Френель ввел разбиение поверхности, занятой вторичными источниками, на полуволновые зоны (так называемые зоны Френеля, рис. 4.3).

Характер дифракции волн зависит от того, сколько зон укладывается в отверстие, или от значения френелевского (волнового) параметра  $p$ , равного отношению размера первой зоны Френеля к радиусу  $a$  отверстия:

$$p = \sqrt{\lambda z} / a,$$

где  $z$  – координата точки наблюдения.

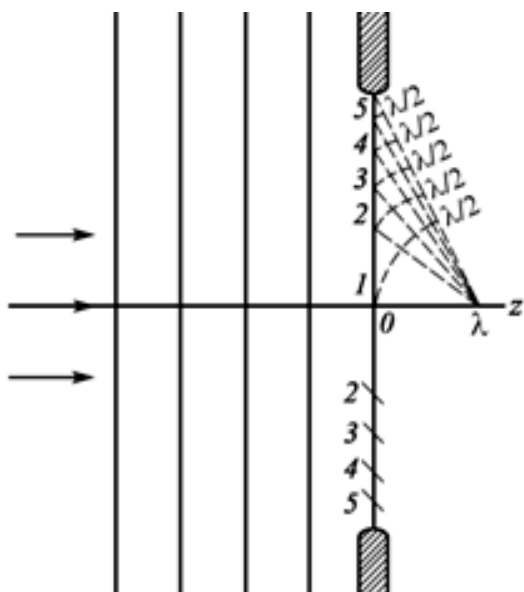
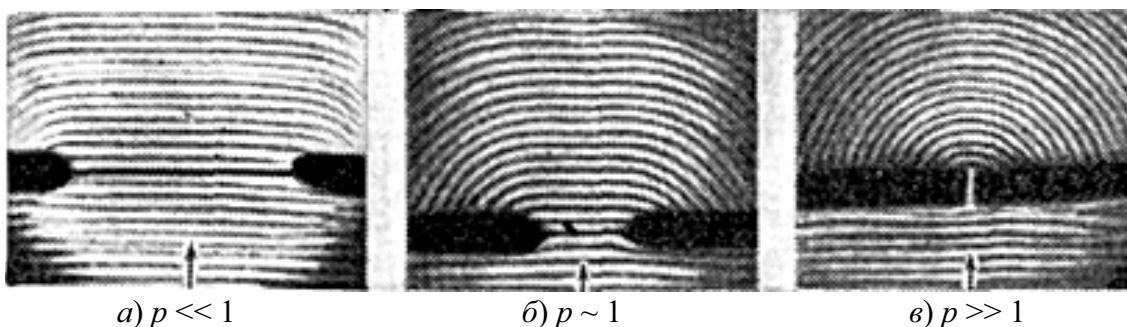


Рис. 4.3. Построение дифракционной картины за отверстием по Френелю (разбиение на зоны Френеля)

Различают следующие характерные области дифракции волн, отвечающие разным значениям  $p$ : геометрооптическую, или прожекторную, область  $p \ll 1$ ; область дифракции Френеля  $p \sim 1$ ; область дифракции Фраунгофера  $p \gg 1$  (рис. 4.4).



а)  $p \ll 1$

б)  $p \sim 1$

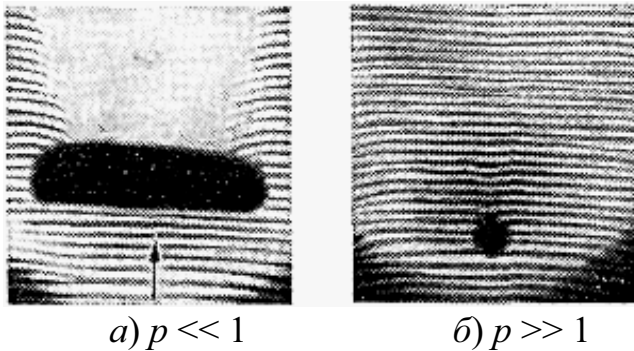
в)  $p \gg 1$

Рис. 4.4. Прохождение плоской волны через отверстие в экране при различных соотношениях между размером отверстия и длиной волны звука. Чем меньше отверстие, тем быстрее волна расходится в стороны после прохождения отверстия

В первой, прилегающей к отверстию «прожекторной области» распределение амплитуды повторяет распределение амплитуды на самом отверстии (отсюда термин) и отвечает приближению геометрической оптики (рис. 4.4, а). Во второй области ( $z \sim a^2/\lambda$ ) поперечное распределение амплитуды существенно искажается. Начиная с этих расстояний волновой пучок, о котором может идти речь, становится относительно быстро расширяющимся из-за дифракции волн (рис. 4.4, б). Наконец, в третьей, удаленной, области пространства ( $z \gg a^2/\lambda$ ) дифракционное поле представляет собой расходящуюся сферическую волну с локально плоской

структурой, но обладающую определенной направленностью (рис. 4.4, в). Таким образом, наиболее отчетливо дифракционные явления начинают проявляться во френелевской области, т. е. с расстояний  $z \sim a^2/\lambda$ .

В прожекторной области, за препятствием большего по сравнению с  $\lambda$  размером, тень практически исчезает ((рис. 4.5, а), область  $p \gg 1$ ). За препятствием с размерами  $\sim \lambda$  и меньше звуковая тень практически не образуется (происходит «огибание» препятствия – рис. 4.5, б).



*Рис. 4.5. Образование звуковой тени позади препятствия, большего по сравнению с длиной звуковой волны (а); огибание волной малого препятствия (б)*

Френелевское представление о дифракции волн, первоначально разработанное математически лучше юнговского, вскоре получило преобладающее значение и привело к окончательной победе волновой теории света над ньютоновской корпускулярной. И только значительно позже было показано, что в равных условиях результаты вычислений методом Френеля приводятся к форме, предсказанной Юнгом. Френелевский подход встречает затруднения, когда не удастся заранее, хотя бы приближенно, угадать распределение вторичных источников на граничных поверхностях. Это относится, например, к дифракции волны в поглощающую поверхность при распространении волн вдоль нее или к огибанию волнами плавно выпуклого препятствия. С классических задач такого рода о распространении электромагнитных волн вдоль поверхности Земли (М. А. Леонтович, В. А. Фок; 1944–1946 гг.) началось, по существу, интенсивное развитие юнговского подхода, что привело к существенному обогащению современных представлений о дифракции волн.

Дифракция при фокусировке звука приводит к тому, что вблизи фокусов и каустических поверхностей, на которых, согласно геометрической акустике, звуковое давление обращалось бы в бесконечность, образуются области давления с повышенными, но конечными значениями. Эти области тем уже, а значения поля в них тем выше, чем меньше  $\lambda$  фокусируемого звука.



Ранее нами показано (гл. 2, п. 3.2), что амплитуда вторичной волны зависит от амплитуды падающей волны  $a_0$ , площади элемента поверхности  $dS$ , угла  $\varphi$  между нормалью  $\mathbf{N}$  к поверхности  $dS$  и направлением  $\mathbf{r}$  в точку наблюдения  $P$ , а также от расстояния между элементом поверхности и любой точкой наблюдения  $r$ .

В теории Френеля амплитуда  $u_p$  светового поля в точке наблюдения  $P$  (рис. 4.6) складывается из парциальных амплитуд сферических волн, испускаемых всеми элементами  $dS$  поверхности  $S$ , не закрытой экраном:

$$u_p = \int_S K(\varphi) \frac{a_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) dS.$$

Здесь  $u_p$  — любая компонента электромагнитной волны ( $E$  или  $H$ );  $\omega$  — циклическая частота света;  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число;  $\alpha_0$  — начальная фаза падающей волны;  $K(\varphi)$  — коэффициент, зависящий от угла  $\varphi$  и определяемый из решения уравнения Максвелла.

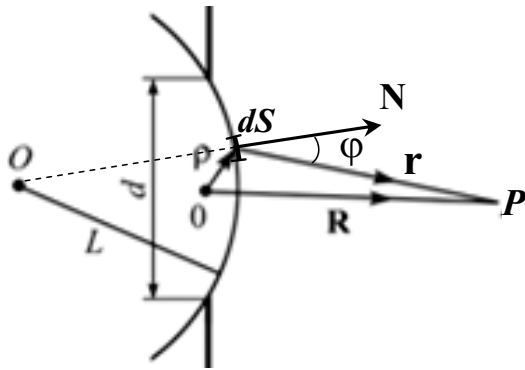


Рис. 4.6. Обрезание волнового фронта краями экрана

Решение полученного уравнения является очень трудоемкой задачей, поэтому Френель предложил приближенный метод вычисления интеграла  $u_p$ , заключающийся в разбиении поверхности  $S$ , совмещенной с фронтом падающей волны, на так называемые Френеля зоны, расстояния от края которых до точки  $P$  отличаются на  $\lambda/2$  (см. рис. 4.3). Поэтому соседние зоны вносят в поле  $u_p$  вклады противоположных знаков, взаимно компенсирующие друг друга. Освещенность в точке  $P$  зависит от местоположения и размера диафрагмы. Эта зависимость определяется количеством зон, доступных видению из  $P$ : если открыто нечетное число зон, то в центре дифракционной картины получается светлое пятно (рис. 4.7, а), при четном числе зон — темное (рис. 4.7, б).

Аналогичная, но более контрастная картина получается от препятствия, состоящего из последовательно чередующихся прозрачных и непрозрачных колец, радиусы которых соответствуют радиусам зон Френеля — зонной пластинки (п. 4.7).

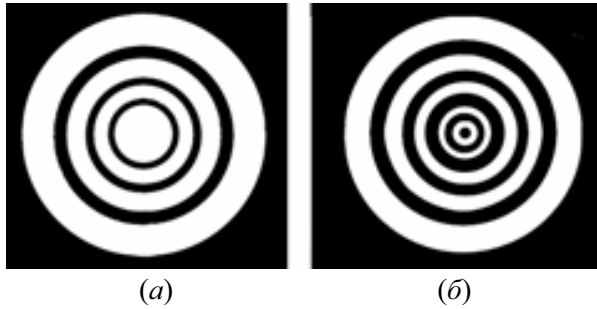


Рис. 4.7. Дифракция на круглом отверстии при открытом нечетном (а) и четном (б) числе зон

Метод Френеля также качественно объясняет причину засвечивания в области геометрической тени от круглого диска: светлое пятнышко (так называемое пятно Пуассона, рис. 4.8, б) создается вторичными волнами первой кольцевой зоны Френеля, окружающей экран (рис. 4.8, а). Для успешного наблюдения пятна Пуассона необходимо, чтобы край диска как можно точнее совмещался с границами зоны. Удобными для этой цели являются, например, стальные шарики от шарикоподшипников.

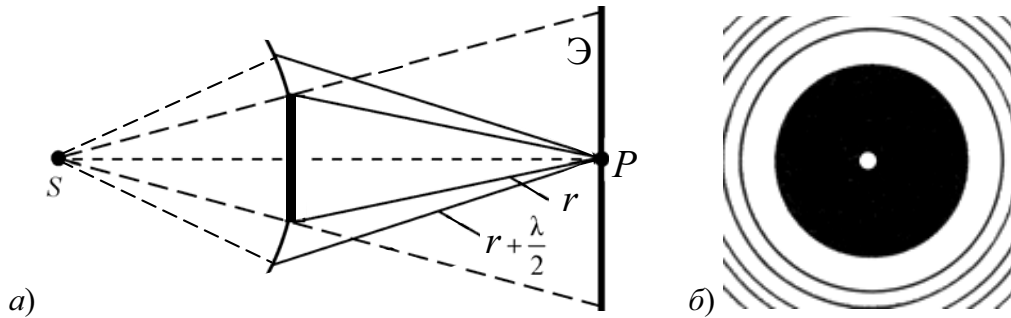


Рис. 4.8. Дифракционная картина от круглого диска; в центре геометрической тени – светлое пятно – пятно Пуассона

Метод расчета освещенности за системой экранов с использованием зон Френеля положен в основу теории зонных пластинок. Метод зон Френеля эффективен, когда картину дифракции определяют лишь несколько зон (так называемая дифракция Френеля, или дифракция в сходящихся лучах). Учет изменения фаз вторичных волн, пришедших в  $P$  от различных точек зоны, уточняет дифракционную картину. Такое уточнение становится решающим, когда поверхность  $S$  составляет малую долю зоны или дифракция наблюдается вдали (в случае так называемой дифракции Фраунгофера).

При очень удаленном от экрана источнике света можно пренебречь кривизной фронта волны, считать ее плоской – дифракция Фраунгофера. Дифракция Фраунгофера наблюдается в случае, если размер отверстия значительно меньше зоны Френеля, т. е. при практически плоском фронте волны. Картина дифракции Фраунгофера не меняется, если экраны превратить в диафрагмы, а последние – в экраны

(теорема Д. Бабиня (J. Babinet), установлена в 1837). Из этого следует, в частности, что маленький экран может служить фокусирующей системой в той же степени, что и отверстие в камере-обскуре.

В случае дифракции плоской волны, нормально падающей на экран-полуплоскость, распределение освещенности на расстоянии  $R$  за экраном имеет вид, представленный на рис. 4.9. При дифракции света на полуплоскости ни при каких условиях не реализуется случай дифракции Фраунгофера.

Дифракция света играет в оптике и физике вообще исключительно важную роль: ею определяются, например, предельные возможности оптических приборов, разрешающая сила микроскопов и телескопов, добротность открытых резонаторов и др. Появление лазеров определило новый круг задач и явлений, связанных с дифракцией света. К ним относятся вопросы дифракции частично когерентных полей или явление самодифракции в нелинейных оптических средах. Явление дифракции объясняет существующий предел разрешающей способности оптических приборов и антенных устройств различных диапазонов электромагнитных волн. Благодаря явлению дифракции становится возможным понимание формирования изображения объектов в оптических системах и вообще «видение» окружающих предметов людьми. Явление дифракции применяется для изучения спектров излучения и поглощения различных веществ, а также для исследования структуры строения веществ в рентгеноструктурном анализе.

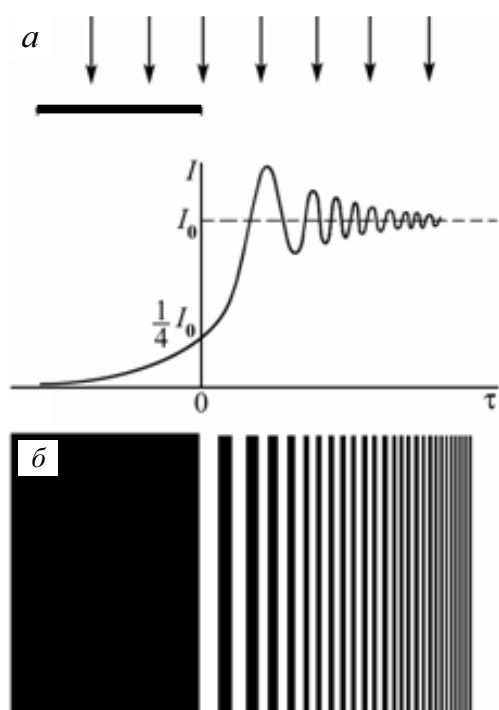


Рис. 4.9. Дифракция плоского волнового фронта на полуплоскости:  
 а – графическое распределение интенсивности  $I$ ; б – дифракционная картина

Наконец, широко известный голографический способ восстановления объёмного изображения объекта также основан на явлении дифракции опорной волны объекта, записанной на фотопластинке (п. 4.11).

## 4.2. Поле $N$ одинаковых осцилляторов

Когда источников когерентных волн два, то результат их совместного действия обычно называют интерференцией, а если источников много, то чаще говорят о дифракции. Рассмотрим случай, когда имеется  $N$  осцилляторов, расположенных на равных расстояниях один от другого и обладающих равными амплитудами, но разными фазами создаваемых ими полей. Разность фаз создается либо из-за выбора определенных фазовых сдвигов колебаний осцилляторов, либо потому, что мы находимся под углом к осцилляторам и возникает разность хода лучей от отдельных осцилляторов до точки наблюдения.

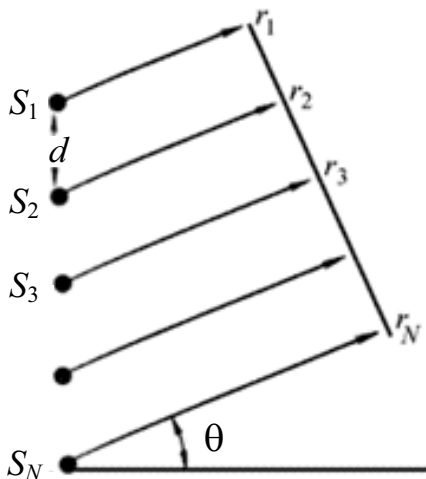


Рис. 4.10.  $N$  синхронизованных источников на расстоянии  $d$  друг от друга

Предположим, что наблюдатель расположен под углом  $\theta$  относительно нормали к линии, соединяющей  $N$  равномерно размещенных источников (рис. 4.10). Для наблюдателя разность фаз между соседними источниками  $\varphi = k(r_2 - r_1) = kd\sin\theta$ , где  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число. На рис. 4.11 приведена фазовая диаграмма для случая  $N$  источников.

Используя прямоугольный треугольник на рис. 4.11, *а*, получаем

$$E'/2 = R\sin(N\varphi/2).$$

Из прямоугольного треугольника на рис.4.11, *б* имеем для одного источника

$$E_1/2 = R\sin(\varphi/2).$$

Разделим первое из этих соотношений на второе:

$$\frac{E'}{E_1} = \frac{\sin(N\varphi/2)}{\sin(\varphi/2)}$$

и возведем результат в квадрат:

$$I = I_0 \frac{\sin^2(N\varphi/2)}{\sin^2(\varphi/2)},$$

где  $I_0$  — интенсивность, обусловленная отдельным источником, а  $\varphi = kdsin\theta$ .

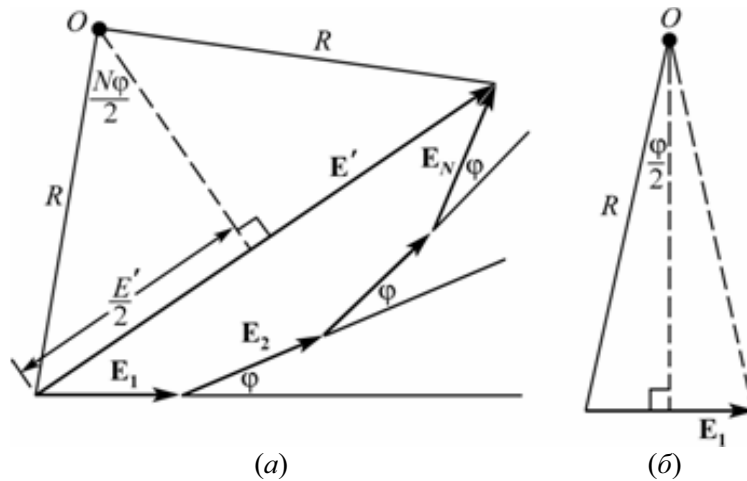


Рис. 4.11. Фазовая диаграмма в случае  $N$  источников, изображенных на рис. 4.10 (а); концы векторов располагаются на окружности радиусом  $R$ ; диаграмма для первого источника (б)

При  $\varphi = 0$  возникает максимум. Осцилляторы, колеблющиеся с одной фазой, дают мощное излучение в направлении  $\theta = 0$ . Первый минимум кривой интенсивности возникает при  $\varphi = 2\pi/N$  и определяется из соотношения  $(2\pi d/\lambda) \cdot \sin\theta = 2\pi/N$ . Сокращая на  $2\pi$ , получаем

$$Ndsin\theta = \lambda.$$

В этом выражении  $Nd$  есть полная длина  $L$  нашей системы осцилляторов. Из рис. 4.10 мы видим, что  $Ndsin\theta = Lsin\theta = \Delta$ . Минимум возникает при  $\Delta$ , равном одной длине волны. Поля от отдельных осцилляторов равномерно распределены по фазе от  $0$  до  $2\pi$ . Если стрелки (рис. 4.11) описывают полную окружность и мы складываем равные векторы, то в этом случае геометрическая сумма вкладов полей от отдельных источников равна нулю. При значениях угла, когда  $\Delta = \lambda$ , возникает первый минимум.

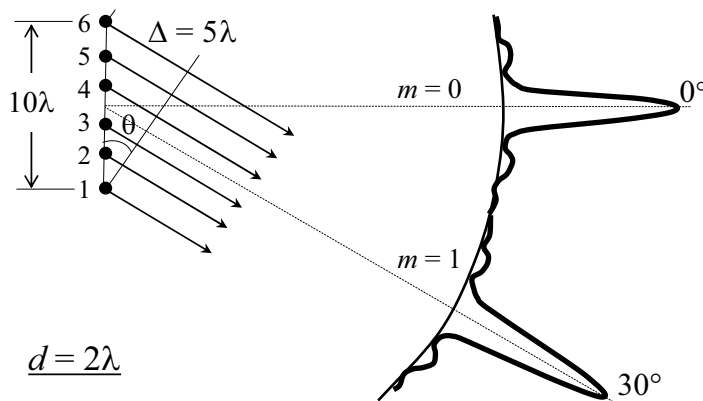
Формула для  $I = I(N\varphi)$  имеет и другую важную особенность: при увеличении угла  $\varphi$  на число, кратное  $2\pi$ , значение интенсивности не меняется. Поэтому для  $\varphi = 2\pi, 4\pi, 6\pi$  и т. д. также возникают резкие и

высокие максимумы. Вблизи этих максимумов интенсивность повторяет свой ход. Условие появления максимума записывается в виде  $\varphi = 2\pi m$ , где  $m$  – любое целое число. Отсюда получаем  $(2\pi d/\lambda) \cdot \sin\theta = 2\pi m$ . Сокращая на  $2\pi$ , находим:

$$d \sin\theta = m\lambda.$$

Это соотношение очень похоже на формулу  $Nd \sin\theta = \lambda$ . Разница в том, что волны, идущие от источников, различаются по фазе на величину, кратную  $2\pi$ , и, следовательно, все находятся в фазе. Поэтому при сложении волн возникает столь же высокий максимум, как и в случае  $m = 0$ . Побочные максимумы и весь ход интенсивности здесь как в случае  $\varphi = 0$ . Таким образом, наша система посылает пучки лучей в разных направлениях, причем каждый пучок имеет высокий центральный максимум и ряд слабых боковых. Главные (центральные) максимумы в зависимости от величины  $m$  называются максимумами нулевого, первого и т. д. порядков;  $m$  называют порядком максимума.

Если  $d$  меньше  $\lambda$ , то формула для  $I = I(N\varphi)$  имеет единственное решение при  $m = 0$ . Для малого расстояния между источниками возникает один пучок, сконцентрированный около  $\theta = 0$ . На рис. 4.12 показано распределение интенсивности  $I = I(N\varphi)$  для шести когерентных источников излучения интенсивности при  $d = 2\lambda$ . В этом случае возможно пять максимумов интенсивности: нулевого ( $m = 0, \theta = 0^\circ$ ), первого ( $m = \pm 1, \theta = \pm 30^\circ$ ) и второго ( $m = \pm 2, \theta = \pm 90^\circ$ ) порядков. На рис. 4.12 показано распределение интенсивности только для  $m = 0$  и  $m = 1$ .



*Рис. 4.12. Дифракционная картина от шести расположенных в ряд когерентных источников излучения,  $d = 2\lambda$*

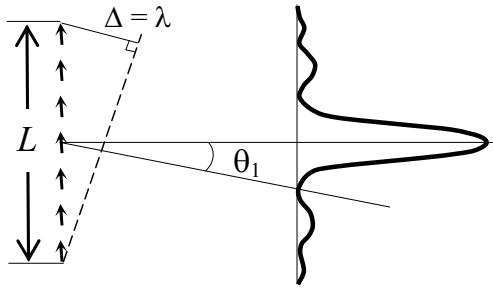
Чтобы получить максимумы других порядков, расстояние  $d$  должно быть больше одной длины волны. Этому случаю соответствует  $\varphi \rightarrow 0$ .

При  $\varphi \rightarrow 0$  имеем  $\sin(N\varphi/2) \rightarrow N\varphi/2$ , а  $\sin(\varphi/2) \rightarrow \varphi/2$  и соотношение  $I = I(N\varphi)$  записывается в виде

$$I \rightarrow I_0 \frac{(N\varphi/2)^2}{(\varphi/2)^2} = N^2 I_0.$$

Таким образом, интенсивность волн, создаваемых  $N$  источниками, оказывается в  $N^2$  раз больше интенсивности, создаваемой отдельным источником.

При сложении полей от многих источников интенсивность в одном направлении получается много больше, чем в соседних. Побочные максимумы интенсивности оказываются гораздо меньше основного. Чтобы понять этот факт, начертим кривую, соответствующую выражению  $I = I(\varphi)$  для  $\varphi$ , близких к нулю. Когда  $\varphi$  точно равно нулю, получаем отношение  $0/0$ . Для бесконечно малых  $\varphi$  отношение синусов равно  $N^2$ , так как синус можно заменить его аргументом. Величина максимум на кривой в  $N^2$  раз больше интенсивности одного осциллятора, поскольку при нулевой разности фаз все  $N$  осцилляторов совершают колебания одинаковым образом и происходит сложение амплитуд их колебаний.



*Рис. 4.13. Зависимость интенсивности  $I$  от фазового угла для большого числа  $N$  когерентных осцилляторов с одинаковыми амплитудами имеет высокий центральный максимум и многочисленные слабые боковые максимумы*

С ростом фазы  $\varphi$  отношение двух синусов падает и обращается в нуль в первый раз при  $N\varphi/2 = \pi$ , поскольку  $\sin\pi = 0$ . Другими словами, значение  $\varphi = 2\pi/N$  отвечает первому минимуму кривой (рис. 4.13) или  $\sin\theta_1 = \lambda/L$ .

Первый минимум возникает в том случае, когда стрелки векторов возвращаются в исходную точку, при этом полная разность фаз равна  $2\pi$ . Следующий максимум много меньше первого. При большом  $N$  функция  $\sin(\varphi/2)$  меняется медленнее  $\sin(N\varphi/2)$  и условие  $\sin(N\varphi/2) = 1$  дает положение максимума с большой точностью. Максимум  $\sin^2(N\varphi/2)$  достигается при  $N\varphi/2 = 3\pi/2$  или  $\varphi = 3\pi/N$  – стрелки векторов описывают полторы окружности.

Подставляя  $\varphi = 3\pi/N$ , для достаточно большого  $N$  можно заменить синус его аргументом:  $\sin(3\pi/2N) = 3\pi/(2N)$ . Отсюда интенсивность во втором максимуме оказывается равной

$$I_2 = I_0 \frac{\sin^2(N\varphi/2)}{\sin^2(\varphi/2)} = I_0 \frac{1}{[3\pi/(2N)]^2} = N^2 I_0 \cdot \frac{4}{9\pi^2}.$$

Но  $N^2 I_0$  – не что иное, как интенсивность в первом максимуме, т. е. интенсивность второго максимума  $I_2$  получается равной  $4/(9\pi^2)$  от максимальной, что составляет 0,045, или меньше 5%. Остальные максимумы будут еще меньше.

### 4.3. Дифракция на отдельной щели

Параллельный пучок монохроматического света, падая на отдельную щель шириной  $d$ , создает на удаленном экране интерференционную картину, как показано на рис. 4.14. Подобная интерференция, возникающая от одной щели или от края экрана, называется дифракцией. При этом лучи света «дифрагируют» (отклоняются) от своего первоначального направления.

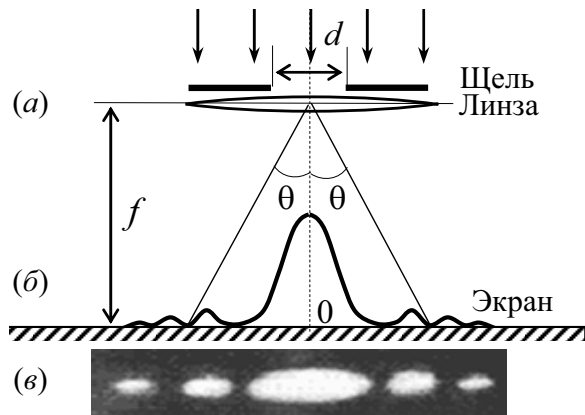


Рис. 4.14. Свет, дифрагирующий на щели шириной  $d$ , фокусируется на экране собирающей линзой с фокусным расстоянием  $f$  (а); распределение интенсивности на удаленном экране при дифракции на отдельной щели (б); изображение на фотопленке, помещенной в плоскости экрана. В качестве источника света использовался гелий-неоновый лазер (в)

С помощью построения на рис. 4.15 определим угол  $\theta$ , под которым наблюдается первый минимум интенсивности. В соответствии с принципом Гюйгенса мы можем рассматривать щель как последовательность новых источников  $S_1, S_2, \dots, S_N$ . Если разность фаз между волнами, испускаемыми из точки  $S_1$  и из центра щели, составляет  $\pi$ , то эти волны погасят друг друга (лучи 1 и 2 на рис. 4.15).

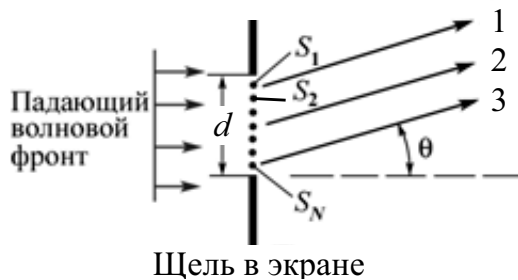


Рис. 4.15. Излучение от отдельной щели. Лучи 1 и 3 идут от краев, а луч 2 исходит из центра щели шириной  $d$

Также погасят друг друга волны, одна из которых создается источником  $S_2$ , а другая – следующим источником, расположенным ниже за лучом 2. Аналогично луч из  $S_3$  и последующие лучи будут попарно гасить друг друга. Разность хода между лучами 1 и 2 равна  $(d/2)\sin\theta$ . Для того чтобы разность фаз между лучами 1 и 2 была равна  $\pi$ , эта разность хода должна составлять  $\lambda/2$ . Угол, соответствующий первому минимуму интенсивности, определяется из равенства

$$\frac{d}{2} \sin \theta_1 = \frac{\lambda}{2} \quad \text{или} \quad d \sin \theta_1 = \lambda.$$



Интенсивность для произвольного угла  $\theta$  получается в результате суммирования вкладов всех бесконечно малых источников (рис. 4.16).

Соответствующие векторы образуют дугу окружности, для которой результирующая разность фаз

$$\Phi = kdsin\theta$$

(разность фаз крайних лучей от источников  $S_1$  и  $S_N$ ).

Результирующую амплитуду  $A$  (для электромагнитной волны  $E$  или  $H$ ) можно найти из прямоугольного треугольника:

$$\sin(\Phi/2) = \frac{A/2}{R},$$

откуда

$$A = 2R\sin(\Phi/2).$$

Длина дуги равна  $A_0$ ; это результирующая амплитуда  $N$  источников для угла  $0^\circ$ . Она равна радиусу  $R$ , умноженному на угол  $\Phi$  в радианах:

$$R\Phi = A_0.$$

Отсюда находим

$$R = A_0/\Phi.$$

Подставим эту величину в соотношение  $A = 2R\sin(\Phi/2)$ :

$$A = A_0 \frac{\sin(\Phi/2)}{\Phi/2}.$$

Возводя это выражение в квадрат, получаем распределение интенсивности:

$$I = I_0 \left[ \frac{\sin(\Phi/2)}{\Phi/2} \right]^2, \text{ где } \Phi = kdsin\theta.$$

Эта функция изображена на рис. 4.14. Последовательные минимумы наблюдаются при  $\Phi/2 = m\pi$ , или при

$$\frac{kd \sin \theta_{\min}}{2} = m\pi \quad \text{или} \quad \sin \theta_{\min} = m \frac{\lambda}{d} \quad (m \geq 1).$$

Это условие совпадает с тем, которое мы получили выше, а именно с условием  $d\sin\theta_1 = \lambda$  при  $m = 1$ . Следует отметить, что центральный максимум в два раза шире вторичных максимумов.

Пусть параллельный пучок света падает на широкую щель шириной  $d$ , как показано на рис. 4.17. При этом на экране возникает полоса света шириной  $y = d$ . Если щель  $d$  постепенно сужается, то полоса света сокращается, пока не начинают преобладать дифракционные эф-

факты и полоса становится шире. Определим, при какой ширине щели  $d_0$  на экране, расположенном на расстоянии  $D$ , наблюдается самая узкая полоса света. Учтем, что  $D \gg d$ , т. е.  $\sin\theta \approx \theta$ .

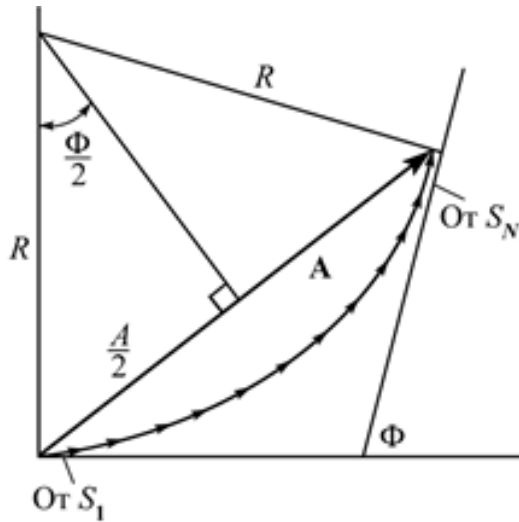


Рис. 4.16. Вектор  $A$  представляет собой векторную сумму сигналов от  $N$  источников, изображенных на рис. 4.10 и 4.15.  $\Phi$  – результирующая разность фаз между первым и последним источниками

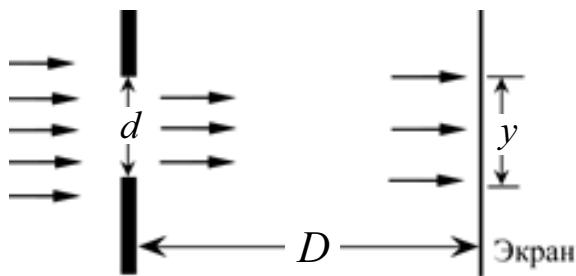


Рис. 4.17. Параллельный пучок света, проходя щель шириной  $d$ , образует на экране полосу шириной  $y$

За счет дифракции полоса света на экране уширяется на величину

$$y_{\text{диф}} \approx \theta_{\text{мин}} D = \frac{\lambda}{d} D.$$

Таким образом, полная ширина полосы света будет

$$y \approx d + \lambda D/d.$$

Минимум величины  $y$  соответствует  $y' = 0$ , т. е.

$$-\lambda D/d_0^2 = 0, \text{ откуда } d_0 = \sqrt{\lambda D}.$$

#### 4.4. Дифракционная решётка

На практике постоянство разности фаз или равенство фаз осцилляторов или антенн достигается с помощью проводов и специальных устройств.

Возьмем большое количество параллельных проводов, отстоящих друг от друга на расстоянии  $d$ , и источник радиоволн, расположенный

практически на бесконечности. Этот источник создает электрическое поле у каждой из проволочек с одной и той же фазой. Внешнее электрическое поле двигает электроны в каждой проволочке, в результате они становятся новыми излучателями. Поэтому достаточно взять ряд проволок на равном расстоянии друг от друга и подействовать на них радиоволнами от удаленного источника. Если лучи падают по нормали к плоскости проводов, фазы колебаний будут одинаковыми и возникнет дифракционная картина, о которой говорилось выше. Так, при расстоянии между проволочками, превышающем длину волны, максимальная интенсивность рассеяния получается в направлении нормали и в других направлениях, определяемых формулой (п. 4.2)

$$d \sin \theta = m\lambda.$$

Подобную систему можно создать и для света. Вместо проволок берут стеклянную пластинку и наносят на нее ряд штрихов. Каждый из них рассеивает свет иначе, чем остальная поверхность пластинки. Если направить на пластинку пучок света, то каждый штрих станет источником излучения, а если расстояние между штрихами будет достаточно мало, но не меньше одной длины волны, то лучи идут через пластинку не только по прямой, но и под конечным углом к нормали, зависящим от длины волны и расстояния между штрихами. Устройства такого типа широко используются, их называют дифракционными решётками.

Дифракционная решётка – оптический прибор, представляющий собой периодическую структуру из большого числа регулярно расположенных элементов, на которых происходит дифракция света (например, параллельных и равноотстоящих штрихов, нанесенных на плоскую или вогнутую оптическую поверхность).

Существуют прозрачные и отражательные дифракционные решётки. На первых штрихи нанесены на прозрачную (стеклянную) поверхность, и интерференционная картина образуется в проходящем свете. На вторых штрихи нанесены на зеркальную (металлическую) поверхность, и результирующая интерференционная картина образуется в отражённом от решётки свете. Если штрихи нанесены на плоскую поверхность, то дифракционная решётка называется *плоской* (рис. 4.18, *б*), если на вогнутую (обычно сферическую) поверхность – *вогнутой* (рис. 4.18, *б*).

Дифракционные решётки, применяемые для работы в различных областях спектра, отличаются числом штрихов на миллиметр (от 6000 штрих/мм для работы в рентгеновской области спектра до 0,25 штрих/мм в ИК-области), а расстояние между штрихами выдерживается с большой точностью.

Действие дифракционной решётки можно наблюдать, посылая сквозь нее узкую вертикальную полосу света (изображение щели) на экран. Помещая решётку на пути света так, чтобы штрихи были расположены вертикально. На экране мы увидим ту же самую полосу света, но по сторонам от нее, кроме того, будут и другие полосы, окрашенные в разные цвета.

Нанеся параллельные штрихи на плоской стеклянной пластинке, можно изготовить систему из  $N$  щелей. Полоски стекла между штрихами будут вести себя подобно отдельным щелям. Если направить на них параллельный пучок монохроматического света от отдельного источника (рис. 4.15), то получим  $N$  источников, колеблющихся в фазе.

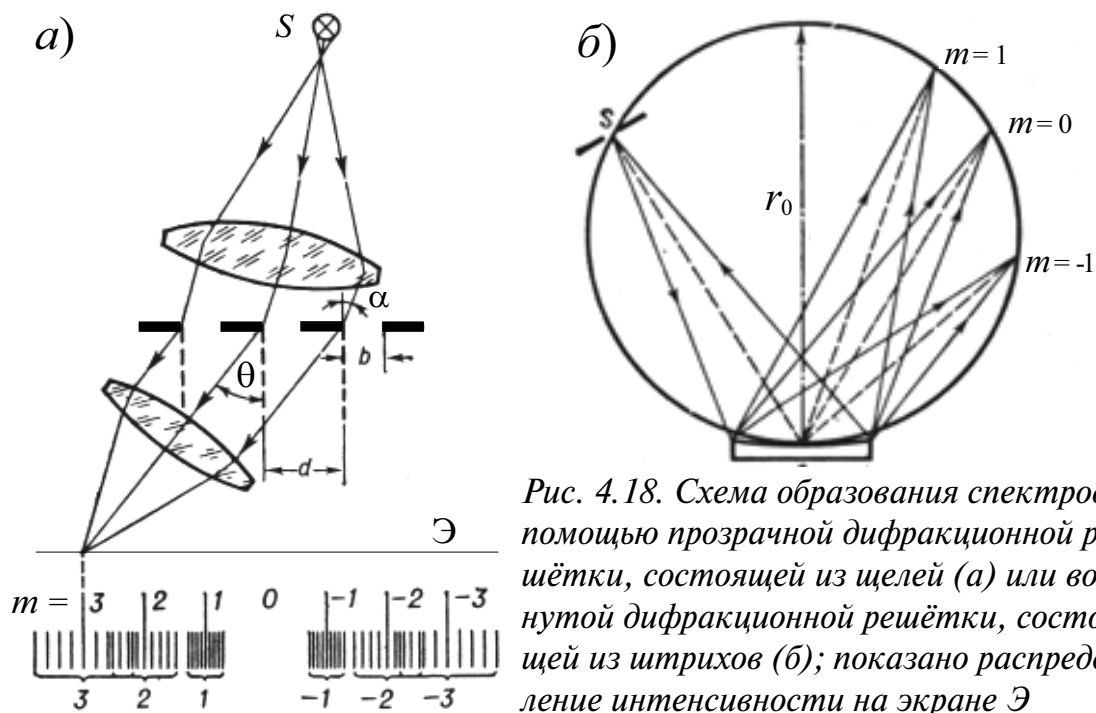


Рис. 4.18. Схема образования спектров с помощью прозрачной дифракционной решётки, состоящей из щелей (а) или вогнутой дифракционной решётки, состоящей из штрихов (б); показано распределение интенсивности на экране Э

Наиболее наглядно описание действия для прозрачной дифракционной решётки. Распределение интенсивности на экране определяется выражением

$$I = I_0 \frac{\sin^2(N\varphi/2)}{\sin^2(\varphi/2)},$$

где  $\varphi = kdsin\theta$ ,  $d$  – период дифракционной решётки.

Уравнение, полученное для распределения интенсивности, позволяет сделать вывод, что по мере возрастания числа  $N$  щелей спектральные линии становятся все более узкими и резкими.

Интенсивность принимает значение  $I = N^2 I_0$  в тех случаях, когда знаменатель обращается в нуль или когда

$$\varphi_m = 2\pi m,$$

или

$$k d \sin \theta_m = 2\pi m,$$

то есть

$$\sin \theta_m = m \frac{\lambda}{d}.$$

При других углах  $\theta$  интенсивность  $I$  приблизительно равна  $I_0$ , т. е. примерно в  $N^2$  раз меньше. В типичных дифракционных решётках величина  $N$  составляет несколько тысяч.

Параллельные световые лучи за решеткой можно сфокусировать с помощью линзы и получить четкое изображение линий на экране Э, как показано на рис. 4.18, *a*. С помощью этого рисунка нетрудно получить условие  $d \sin \theta = m \lambda$ .

Для того чтобы все параллельные лучи находились в фазе, разность хода для каждой пары соседних лучей, падающих на решётку нормально ( $\alpha = 0$ ), должна составлять  $m \lambda$ . Поскольку эта разность хода равна  $d \sin \theta$ , имеем

$$d \sin \theta = m \lambda, \text{ или } \sin \theta = m \frac{\lambda}{d}.$$

Спектральная линия, отвечающая длине волны  $\lambda$ , будет наблюдаться под углом, определяемым соотношением  $\sin \theta = \lambda/d$ . Изображение второго порядка для этой линии будет соответствовать  $\sin \theta = 2\lambda/d$ , третьего порядка —  $\sin \theta = 3\lambda/d$  и т. д.

Если параллельный пучок падает на дифракционную решётку под некоторым углом  $\alpha \neq 0$ , то в проходящем свете (рис. 4.18, *a*) положение максимумов за счет дополнительной разности хода определяется уравнением

$$d \cdot (\sin \alpha + \sin \theta) = m \lambda, \text{ где } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Решётка дает уширенное изображение щели. Угол  $\theta$  зависит от  $\lambda$ , и разная окраска света соответствует разным частотам и разным длинам волн. Самой большой видимой длиной волны обладает красный свет. В первом порядке спектра в силу условия  $d \sin \theta = \lambda$  ему соответствует наибольшее  $\theta$ . И действительно, на экране красная полоса лежит дальше всех от центра изображения. С другой стороны от центра (угол  $-\theta$ ,  $m = -1$ ) на экране видно такую же полосу, а дальше по обе стороны заметен еще целый ряд максимумов более высокого порядка (рис. 4.18).

Определим максимальное число  $m_{\max}$  наблюдаемых порядков дифракции в дифракционной решётке. Из формулы  $d \sin \theta = m_{\max} \lambda$  следует, что неравенство  $|\sin \theta| \leq 1$  возможно при условии, что

$$m_{\max} \leq d/\lambda,$$

т. е.  $m_{\max}$  — это целая часть от числа  $d/\lambda$ .

В практике наиболее широкое применение нашли вогнутые дифракционные решётки, работающие в отраженном свете, позволяющие работать в очень широком спектральном диапазоне и выполняющие одновременно роль собирающей линзы. Если поместить вогнутую дифракционную решётку (радиуса  $r_0$ ) и источник света  $S$  (рис. 4.18, б) на окружности радиуса  $r_0/2$ , то свет сфокусируется на той же окружности (окружность Роуланда) без применения линз. Рассмотрим более подробно дифракционную решётку, работающую в отраженном свете,

Можно направить свет на решётку под некоторым углом, равным  $\theta_{\text{вх}}$  (рис. 4.19). Рассеянный пучок света выходит под некоторым углом  $\theta_{\text{вых}}$  ( $\theta_{\text{вх}}$  нужен для создания разности фаз у источников). Пучок света от бесконечно удаленного источника падает сначала на первый штрих, затем на второй и т. д., сдвиг фазы света, попадающего на два соседних штриха, есть  $\Delta\varphi = -k d \sin\theta_{\text{вх}}$ .

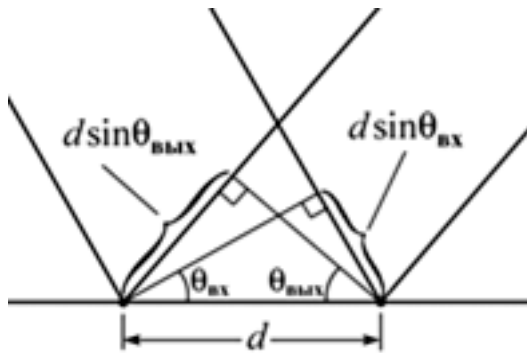


Рис. 4.19. Разность хода двух лучей, отраженных соседними линиями решётки, равна  $d \sin\theta_{\text{вых}} - d \sin\theta_{\text{вх}}$

Отсюда получаем формулу для дифракции света, падающего на решётку под некоторым углом:

$$\varphi = 2\pi d \frac{\sin\theta_{\text{вых}}}{\lambda} - 2\pi d \frac{\sin\theta_{\text{вх}}}{\lambda}.$$

Условие возникновения максимума в этом случае состоит в том, что  $\varphi$  должно быть числом, кратным  $2\pi$ .

Пусть  $m = 0$  и  $d$  меньше  $\lambda$ , тогда  $\varphi = 0$  и других решений нет. Получаем  $\sin\theta_{\text{вх}} = \sin\theta_{\text{вых}}$ , т. е. рассеянный луч выходит в том же направлении, что и первоначальный луч, падающий на дифракционную решётку. Свет не просто проходит сквозь решётку. Свет идет первоначально от источника, а затем рассеивается. Рассеянный пучок света идет в том же направлении, что и первоначальный. Оба пучка могут интерферировать друг с другом.

Имеется и еще одно решение. При заданном  $\theta_{\text{вх}}$  угол  $\theta_{\text{вых}}$  может быть равен дополнительному к  $\theta_{\text{вх}}$  углу ( $\pi - \theta_{\text{вх}}$ ), и, кроме луча в направлении падающего пучка света, возникает еще один луч — отраженный:

падающий свет возбуждает движение атомов отражающего тела, те, в свою очередь, генерируют новую волну. Одно из направлений рассеянной волны таково, что угол падения луча света совпадает с углом, под которым выходит отраженный луч (угол падения равен углу отражения).

Перейдем к особому случаю, когда  $d \rightarrow 0$  — плотное тело конечных размеров. Разность фаз между соседними рассеивателями стремится к нулю, если результирующая разность фаз  $N\varphi$  остается постоянной ( $N\varphi = \Phi$ ), а число  $N$  и фаза  $\varphi$  стремятся, соответственно, к бесконечности и нулю:  $\varphi$  так мало, что  $\sin\varphi = \varphi$ , и  $I_m = N^2 I_0$  есть интенсивность в центре максимума. Тогда распределение интенсивности

$$I = I_m \left[ \frac{\sin(\Phi/2)}{\Phi/2} \right]^2.$$

Дифракционная картина в общих чертах получается такой же, как и для конечного промежутка  $d > \lambda$ ; те же боковые максимумы, нет только максимумов высших порядков. Когда все рассеиватели находятся в фазе, возникает максимум в направлении  $\theta_{\text{вых}} = 0$  и минимумы при  $\Delta = \lambda$ , в точности как для конечных  $d$  и  $N$ . Возможно рассмотреть непрерывное распределение рассеивателей или осцилляторов, используя интегралы вместо сумм.

Можно использовать решётки с длинными и узкими щелями. Каждая из длинных щелей излучает в своем собственном направлении не вверх и не вниз, а только перпендикулярно щели. Поставив их рядом друг с другом в горизонтальной плоскости, мы получим дифракцию.

Можно создать еще более сложные устройства, размещая рассеиватели по линии, в плоскости или в пространстве. Сначала мы располагали рассеиватели на линии, а затем проанализировали случай, когда они заполняют полосу. Для получения ответа каждый раз нужно было просуммировать вклады отдельных рассеивателей. Последний принцип справедлив во всех случаях.

Рассмотрим выпускаемую промышленностью решётку, имеющую 600 штрих/мм. Предположим, что мы смотрим сквозь эту решётку на свечение натрия. Ионизованные атомы натрия испускают свет практически одной длины волны  $\lambda = 5893 \text{ \AA}$  ( $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$ ). Найдем, под каким углом (помимо  $\theta = 0$ ) будет видна за решеткой желтая линия натрия.

Расстояние между штрихами решётки

$$d = 10^{-3}/600 = 1,67 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

Используя формулу  $\sin\theta_m = m\lambda/d$ , находим:

$$\sin\theta_1 = \lambda/d = 5893 \cdot 10^{-10} / 1,67 \cdot 10^{-6} = 0,35, \theta_1 = 20,6^\circ;$$

$$\sin\theta_2 = 2\lambda/d = 0,70, \theta_2 = 44,5^\circ;$$

$$\sin\theta_3 = 3\lambda/d = 1,05 > 1,$$

т. е. максимумы третьего порядка и выше не наблюдаются.

Если источник света линейный, то будут наблюдаться только линии в двух порядках по обе стороны от прямого луча под углами  $\pm 20,6^\circ$  и  $\pm 44,5^\circ$ . У решётки с 300 штрих/мм эти максимумы уже будут наблюдаться в 5-ти порядках под углами:  $\pm 10,1^\circ$ ;  $\pm 20,6^\circ$ ;  $\pm 31,7^\circ$ ;  $\pm 44,5^\circ$ ;  $\pm 61,1^\circ$ .

#### 4.5. Дисперсия дифракционной решётки

Дисперсия дифракционной решётки определяется угловым или линейным расстоянием между дифракционными максимумами, соответствующими спектральным составляющим, длина волны которых отличается на единицу.

Следовательно, математическим выражением для угловой дисперсии  $D_\theta$  дифракционной решётки является следующее уравнение:

$$D_\theta = \frac{\delta\theta}{\delta\lambda}.$$

После дифференцирования по  $\lambda$  выражения  $d\sin\theta = m\lambda$ , определяющего угловые направления максимумов дифракционной решётки, получим:

$$D_\theta = \frac{m}{d \cos\theta} = \frac{\sin\alpha + \sin\theta}{\lambda \cos\theta},$$

где  $m$  – порядок дифракционного максимума,  $\alpha$  – угол падения луча на решётку.

При  $\alpha = 0$   $D_\theta = \text{tg}\theta/\lambda$ . Отсюда следует, что наибольшую дисперсию имеет дифракционная решётка при наблюдении максимумов максимально возможного порядка под углами дифракции, близкими к скользящим ( $\theta \rightarrow \pi/2$ ).

Например, возможно наблюдение окрашенной (радужной) дифракционной картины на такой грубой отражательной дифракционной решётке, которая представляет собой виниловая грампластинка. Для этого необходимо смотреть вдоль её поверхности на источник света.

Линейная дисперсия  $D_\lambda$  в соответствии с определением может быть найдена из выражения



$$D_\lambda = \frac{\delta \ell}{\delta \lambda},$$

При наблюдении дифракционной картины в фокальной плоскости линзы (см. рис. 4.14) очевидно

$$D_\lambda = fD_\theta,$$

где  $f$  – фокусное расстояние линзы.

#### 4.6. Разрешающая способность дифракционной решётки

Решётку можно применить для определения длины волны света. На экране изображение щели развертывается в целый спектр линий, и с помощью дифракционной решётки можно разделить свет по составляющим его длинам волн.

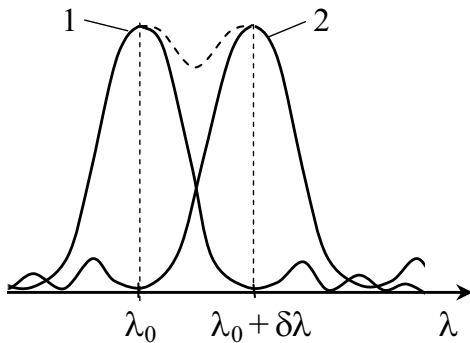
Пусть имеются два источника с разными частотами излучения или разными длинами волн. Красные и синие линии четко различаются, но если один луч с длиной волны  $\lambda + \delta\lambda$  чуть-чуть отличается по длине волны (на  $\delta\lambda$ ) от другого, то их можно и не различить. Количественно  $\delta\lambda$  определяется величиной, которая называется разрешающей способностью решётки.

Разрешающая способность  $R$  измеряется отношением  $\lambda$  к наименьшему интервалу длин волн  $\delta\lambda$ , который еще может разделить дифракционная решётка, т. е.  $R = \lambda/\delta\lambda$ .

Предположим, что удалось найти дифракционный максимум для лучей определенного цвета, расположенный под некоторым углом. Если мы изменим длину волны, то и значение фазы  $(2\pi d \sin\theta)/\lambda$  будет иным, и максимум, разумеется, возникнет при каком-то другом угле. Именно поэтому красные и синие полосы на экране разделяются. Насколько должны отличаться углы, чтобы мы смогли различить два разных максимума? Если вершины максимумов совпадают, то не удастся различить их один от другого. Если же максимумы достаточно далеки друг от друга, то на картине распределения света возникают два максимума.

Чтобы заметить, когда начинает вырисовываться двойной максимум, лучше всего воспользоваться простым правилом, называемым обычно правилом (или критерием) Рэлея (рис. 4.20). По этому правилу первый минимум на дифракционной картине для одной длины волны должен совпадать с максимумом для другой длины волны. Вычислим

разность длин волн, когда один минимум в точности «садится» на максимум другого пучка. Лучше всего для этого воспользоваться геометрическим способом.



*Рис. 4.20. Иллюстрация критерия Рэля. Максимум одного распределения совпадает с минимумом другого. Распределение интенсивности, создаваемое дифракционной решеткой, в случае двух источников, различающихся по длине волны на  $\delta\lambda_0$ ; кривая 1 – источник с длиной волны  $\lambda_0$ ; кривая 2 – источник с длиной волны  $\lambda_0 + \delta\lambda_0$*

Чтобы возник максимум при длине волны  $\lambda'$ , расстояние  $\Delta$  (рис. 4.20) должно быть равно  $N\lambda'$ , а чтобы возник максимум порядка  $m$ , расстояние  $\Delta$  должно быть равно  $mN\lambda'$ . Другими словами,  $(2\pi d/\lambda')\sin\theta = 2\pi m$  и  $Nd\sin\theta$ , равное  $\Delta$ , есть  $\lambda'$ , умноженная на  $mN$ , или, соответственно,  $mN\lambda'$ . Чтобы под тем же углом для другого луча с длиной волны  $\lambda$  появился минимум, расстояние  $\Delta$  должно превышать  $mN\lambda$  ровно на одну длину волны  $\lambda$ , т. е.  $\Delta = mN\lambda + \lambda = mN\lambda'$ .

Отсюда, полагая  $\lambda' = \lambda + \delta\lambda$ , получаем:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN \quad \text{или} \quad R = \frac{Nd \sin\theta}{\lambda}.$$

Разрешающая способность  $R$  равна, как видно из формулы, полному числу линий в решётке  $N$ , умноженному на порядок спектра  $m$  (пропорциональна длине дифракционной решётки  $Nd$ ).

Эта формула эквивалентна следующему утверждению: разность частот должна быть равна обратной величине разности времен прохождения для крайних интерферирующих лучей:

$$\delta\nu = 1/T.$$

В этом случае  $T = \Delta/c = mN\lambda/c$ , где  $c$  – скорость света. Частота  $\nu = c/\lambda$ , так что  $\delta\nu = c\delta\lambda/\lambda^2$ .

Полезно запомнить именно эту общую формулу, потому что она применима не только для решеток, но и для любых устройств, тогда как вывод формулы  $\lambda/\delta\lambda = mN$  связан со свойствами дифракционных решеток.

Известная  $D$  – линия натрия с длиной волны  $\lambda = 5893 \text{ \AA}$  в действительности представляет собой две отдельные линии с длинами волн 5890 и 5896  $\text{\AA}$ . Определим, можно ли с помощью дифракционной ре-

шётки, имеющей 600 штрих/мм и длиной 25 мм разрешить эти линии в спектре первого порядка.

Необходимая (минимальная) разрешающая способность

$$R_{\min} = mN = \lambda/\delta\lambda = 5893/6 \approx 982.$$

Разрешающая способность дифракционной решётки в спектре первого порядка ( $m = 1$ ) равна полному числу штрихов  $N$ . У рассматриваемой решётки длиной 25 мм разрешающая способность составляет  $600 \cdot 25 = 15000$ , что примерно в 15 раз превышает найденное минимально необходимое разрешение.

Дифракционные решётки могут быть использованы для наблюдений как в проходящем свете, так и в отраженном. Для изготовления дифракционных решеток используют специальную технологию нанесения штрихов на поверхность стекла или металла. Количество штрихов может достигать несколько сотен тысяч. Применение металла для изготовления дифракционных решеток имеет определённые преимущества перед использованием стекла для этих целей. Главное из них – возможность более строгого соблюдения периодичности нанесения штрихов на поверхности решётки. Это является следствием меньшей твердости металла по сравнению со стеклом, в результате чего меньше изнашивается резец, наносящий штрихи, и периодичность на поверхности металлической дифракционной решётки выдерживается лучше, чем на поверхности стеклянной.

Большинство современных дифракционных решеток имеют штрихи ступенчатого профиля, позволяющие сконцентрировать основную часть падающей энергии (до 70 %) в направлении какого-либо одного (ненулевого) порядка  $m$ , ослабляя остальные. Такая отражательная фазовая дифракционная решётка с треугольной формой штрихов называется эшелетт (от франц. echelette – *лесенка*).

Изготовленные высококачественные металлические дифракционные решётки используются для изготовления более дешевых копий путем получения их отпечатков на желатине. Развитие технологии изготовления дифракционных решеток сделало возможным получение решеток с несколькими тысячами штрихов на миллиметр.

## 4.7. Дифракция Френеля. Зоны Френеля

Дифракцией Френеля называется дифракция в непараллельных лучах света, т. е. в случае, когда фронт волны является не плоским, а сферическим. Для подсчета интенсивности света от источника  $S$  в точке наблюдения  $P$  Френель предложил разбить фронт волны на ряд кольцевых зон таким образом, чтобы расстояние от сферической волновой поверхности до точки наблюдения для каждой последующей зоны Френеля увеличивалось на  $\lambda/2$  — половину длины волны и волны от двух соседних зон приходили в точку наблюдения  $P$  в противофазе и гасили друг друга (рис. 4.21).

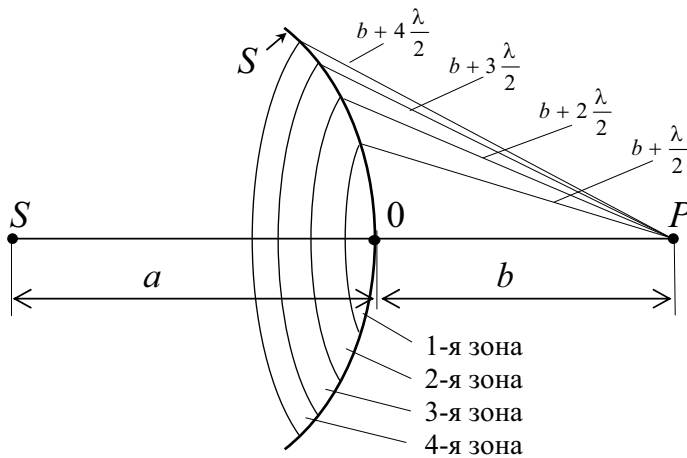


Рис. 4.21. Кольцевые области на волновой поверхности, расстояние от краев которых до точки наблюдения  $P$  отличаются на  $\lambda/2$ , называются зонами Френеля;  $\lambda$  — длина волны в той среде, в которой распространяется свет

Найдём радиус  $m$ -й зоны Френеля. Как следует из геометрических соображений (рис. 4.22),

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = (b + 0,5m\lambda)^2 - (b + h_m)^2,$$

где  $a$  — расстояние вдоль прямой  $OP$  от источника до центра волнового фронта;  $b$  — расстояние вдоль прямой  $OP$  от центра волнового фронта до точки наблюдения. Пренебрегая  $\lambda^2$ , для не очень больших  $m$  ( $m\lambda \ll b$ ) найдём  $h_m$ :

$$h_m = \frac{mb}{a+b} \cdot \frac{\lambda}{2}.$$

Площадь сферического сегмента, представляющего первую, или центральную, зону, есть  $\Delta S_1 = 2\pi ah_1 = \pi ab\lambda/(a+b)$ . Для площади сферического сегмента, представляющего две первые зоны ( $m=2$ ), получим  $\Delta S_{12} = 2\pi ab\lambda/(a+b)$ , т. е. площадь второй зоны равна  $\Delta S_2 = \Delta S_{12} - \Delta S_1 = \pi ab\lambda/(a+b)$ . Практически такую же площадь будет иметь и каждая из последующих зон.

Следовательно, если расстояние  $a$  до источника света  $S$  и расстояние  $b$  до точки наблюдения  $P$  много больше размеров зон Френеля, то радиус  $r_m$  и поверхность  $\Delta S_m$   $m$ -й зоны Френеля определяются по формулам:

$$\Delta S_m = \frac{\pi ab\lambda}{a+b}; \quad r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda}.$$

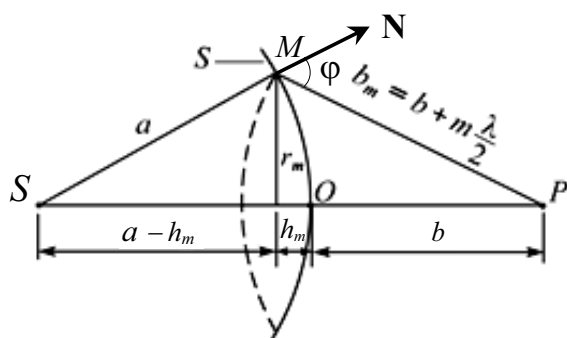


Рис. 4.22. Вычисление радиуса и площади  $m$ -й зоны Френеля

Действие отдельных зон на точку  $P$  тем меньше, чем больше угол  $\varphi$  между нормалью  $\mathbf{N}$  к поверхности зоны и направлением на точку  $P$  (рис. 4.22). Поэтому амплитуды  $A_1, A_2, \dots, A_m$ , полученные от отдельных зон Френеля, в точке наблюдения  $P$  представляют собой убывающую последовательность  $A_1 > A_2 > \dots > A_m$ , и вклад зон постепенно убывает от центральной зоны (вблизи точки  $O$ ) к периферическим (вблизи  $M$ ). Необходимость введения произвольного ослабляющего множителя, учитывающего вклад зон, — один из основных недостатков метода Френеля.

Фазы колебаний, возбуждаемые соседними зонами, отличаются на  $\lambda/2$ . Поэтому амплитуда  $A$  результирующего колебания в точке  $P$  может быть представлена в виде  $A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots$ . Из-за медленного монотонного убывания амплитуд имеет место формула

$$A_m = (A_{m-1} + A_{m+1})/2.$$

Если на пути световых волн поставить пластинку, которая перекрывает все четные зоны (рис. 4.23, а) или нечетные (рис. 4.23, б), то интенсивность света в центре резко возрастает:

$$A_{\text{чч}} = A_1 + A_3 + A_5 + \dots \quad \text{или} \quad A_{\text{нч}} = A_2 + A_4 + A_6 + \dots$$

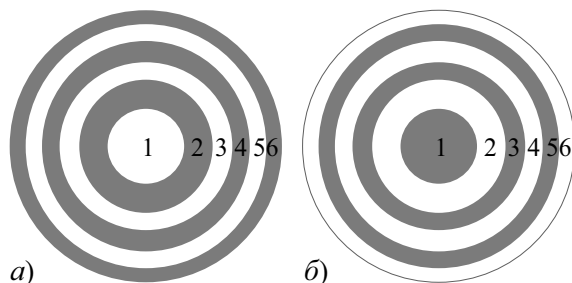


Рис. 4.23. Зонные пластинки: а — перекрыты все четные зоны Френеля на волновой поверхности; б — перекрыты все нечетные зоны

Векторная диаграмма. Волновая поверхность разбивается на очень маленькие по ширине кольцевые зоны (рис. 4.24). Колебание, создаваемое в точке наблюдения  $P$  каждой из зон, изображается вектором  $\mathbf{A}$ , длина которого равна амплитуде колебаний  $A$ , а угол  $\varphi$  дает на-

чальную фазу, т. е.  $\mathbf{A} = Ae^{i\varphi}$ . При сложении таких векторов получается векторная диаграмма (рис. 4.24, а). В пределе, при стремлении ширины зон к нулю, векторная диаграмма принимает вид спирали (рис. 4.24, б).

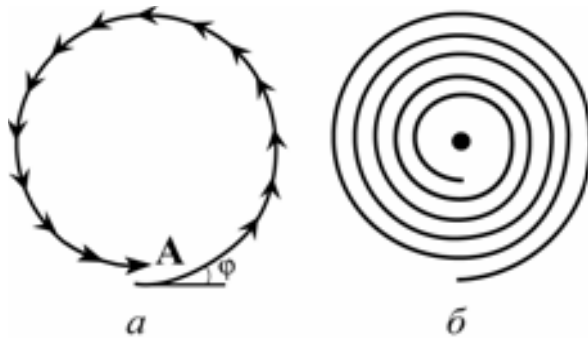


Рис. 4.24. При непрерывном разбиении волновой поверхности на бесконечно малые кольцевые зоны амплитуду колебаний от волновой поверхности  $S$  в точке наблюдения  $P$  можно подсчитать с помощью векторной диаграммы: а – малые зоны конечной ширины; б – бесконечно узкие зоны

Колебания, возбуждаемые в точке  $P$  (рис. 4.25) первой зоны Френеля, изображаются вектором  $\mathbf{OA}$ , второй –  $\mathbf{AB}$ . Вектор  $\mathbf{OB}$  соответствует колебанию, создаваемому первыми двумя зонами Френеля, вектор  $\mathbf{OC}$  соответствует колебанию, создаваемому всей волновой поверхностью,  $\mathbf{OD}$  – половиной первой зоны Френеля. Из этих диаграмм (рис. 4.25) видно, что амплитуда  $A$ , создаваемая всей волновой поверхностью, равна половине амплитуды  $A_1$ , создаваемой одной центральной зоной.

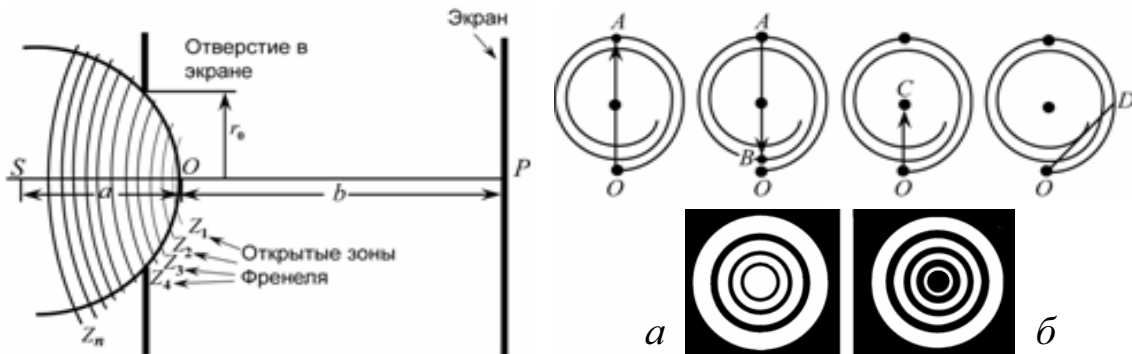


Рис. 4.25. Дифракция на круглом отверстии. В центре экрана будет светлое пятно, если открыто нечетное число зон Френеля (а) и темное – если четное (б)

Если открыто ровно  $m$  первых зон Френеля, то амплитуда в точке  $P$  равна:  $A = A_1 - A_2 + \dots \pm A_m$ .

Если  $m$  – нечетное число, то эта формула преобразуется в следующую:  $A = A_1/2 + A_m/2$ , и в точке  $P$  поле усиливается, интенсивность  $I$  имеет максимум (рис. 4.25, а).

Если  $m$  – четное число, то  $A = A_1/2 - A_m/2$ , и в точке  $P$  получается темное пятно (рис. 4.25, б).

Пусть свет от удаленного источника дифрагирует на круглом отверстии. Расстояние  $b$  от экрана до точки наблюдения примем рав-

ным 1 м; длина волны  $\lambda = 630$  нм (длина волны He-Ne-лазера). В этих условиях радиус первой зоны Френеля оказывается равным  $r_1 = 0,8$  мм. Этот пример показывает, что в обычных условиях угловой размер зон Френеля достаточно мал (в данном примере  $\Delta\varphi \approx 10^{-3}$  рад), а следовательно, малым является и угол  $\varphi$  между нормалью к фронту падающей волны и направлением на точку наблюдения (см. рис. 4.22).

Дифракция на круглом диске. Если закрыть  $m$  первых зон Френеля, то амплитуда в точке P будет равна (рис. 4.26, а):

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + \dots = A_{m+1}/2 + (A_{m+1}/2 - A_{m+2} + A_{m+3}/2) + \dots = A_{m+1}/2.$$

Здесь учтено, что выражения в скобках примерно равны нулю.

Таким образом, в центре геометрической тени в точке P будет светлое пятно. На графике (рис. 4.26, б) изображена зависимость интенсивности света  $I$  от расстояния  $r$ .

Светлое пятно в центре тени (рис. 4.26, в) послужило причиной инцидента, происшедшего между Пуассоном и Френелем.

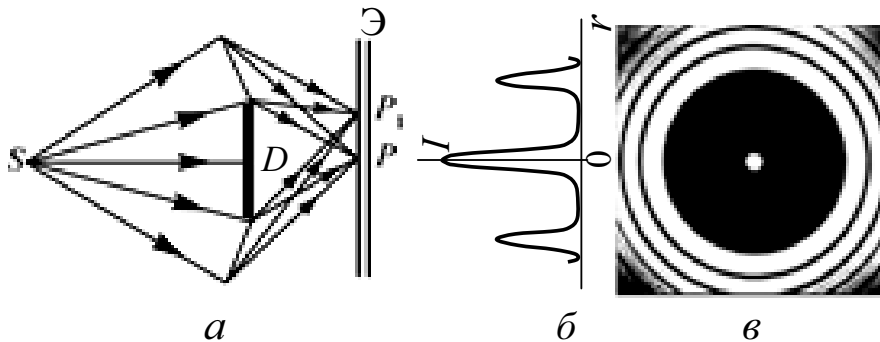


Рис. 4.26. Дифракция на круглом диске  $D$ . В центре геометрической тени диска  $D$  наблюдается светлое пятно – пятно Пуассона:  
 а – ход лучей после дифракции на диске; б – распределение интенсивности света  $I$  от расстояния  $r$  в плоскости экрана Э; в – вид дифракционной картины

Парижская академия наук предложила дифракцию света в качестве темы на премию за 1818 г. Френелем была представлена работа, в которой все известные к тому времени оптические явления объяснялись с волновой точки зрения. Пуассон, бывший членом конкурсной комиссии, обратил внимание на то, что из теории Френеля вытекает нелепый вывод: в центре тени, отбрасываемой небольшим круглым диском, должно находиться светлое пятно. Араго тут же произвел опыт и обнаружил, что такое пятно действительно существует. Это принесло победу и всеобщее признание волновой теории света.

## 4.8. Дифракция Фраунгофера на круглом отверстии (дифракция в параллельных лучах)

Проанализируем теперь дифракцию на круглом отверстии, воспользовавшись теорией Фраунгофера для случая падения волны с плоским волновым фронтом на диафрагму — источник света находится на бесконечности.

Тип дифракции, при котором рассматривается дифракционная картина, образованная параллельными лучами, получил название дифракции Фраунгофера. В расположении Фраунгофера зрительная труба наводилась, например, на освещенное отверстие, удаленное на большое расстояние, и наблюдалось изображение отверстия вблизи фокальной плоскости трубы через её окуляр. Так как в этом случае наблюдение ведется в плоскости, сопряженной с плоскостью источника, то есть в том месте, где свет собирается линзой трубы, то дифракционная картина значительно выигрывает в яркости, и ее легче наблюдать.

Хотя принципиально дифракция Фраунгофера не отличается от рассмотренной выше дифракции Френеля, тем не менее подробное рассмотрение этого случая весьма важно, ибо он находит применение при рассмотрении многих вопросов, касающихся действия оптических приборов (дифракционные решётки, телескопы, микроскопы и т. д.).

Пусть вместо щели шириной  $a$  мы имеем круглое отверстие диаметром  $a$ . Согласно принципу Гюйгенса, чтобы получить результирующую амплитуду, нужно просуммировать волны, испущенные всеми участками этой круговой апертуры. Вклад каждой из волн в приближении Фраунгофера составляет  $\cos(kr)dS$ , где  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор, показанный на рис. 4.27, и  $dS$  — элемент площади внутри апертуры. Амплитуда излучения под углом  $\theta$  дается интегралом

$$\int_{\text{По апертуре}} \cos[kr(\theta)]dS.$$

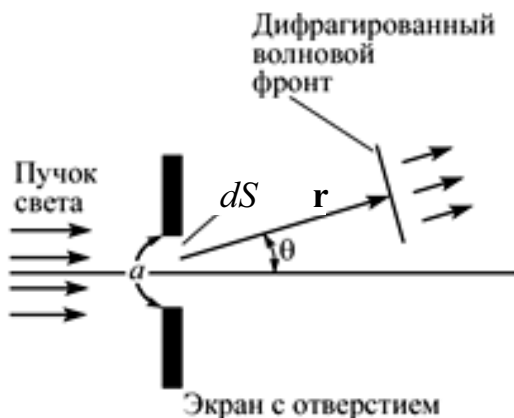


Рис. 4.27. Дифракция Фраунгофера на круглом отверстии диаметром  $a$ . Каждый элемент площади  $dS$  вносит вклад в амплитуду волны, испускаемую под углом  $\theta$



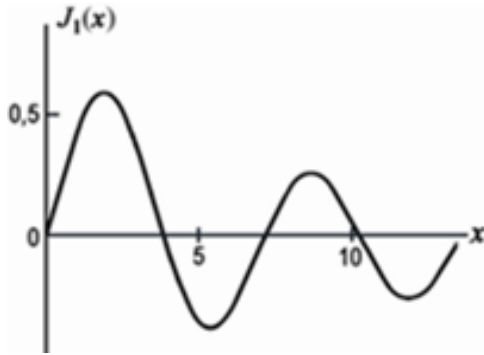


Рис. 4.28. График функции Бесселя первого порядка

Это сложный интеграл. Его вычисление дает функцию Бесселя первого порядка  $J_1(x)$ . Эта функция, график которой приведен на рис. 4.28, записывается в виде

$$J_1(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right).$$

Интенсивность излучения в направлении под углом  $\theta$  мы получим, если проинтегрируем эту функцию по апертуре и результат возведем в квадрат:

$$I = I_0 \left[ \frac{J_1(\Phi/2)}{\Phi/4} \right]^2, \text{ где } \Phi = k a \sin \theta.$$

Следует заметить, что это распределение аналогично тому, которое мы получили для случая щели (см. п. 4.3):

$$I = I_0 \left[ \frac{\sin(\Phi/2)}{\Phi/2} \right]^2.$$

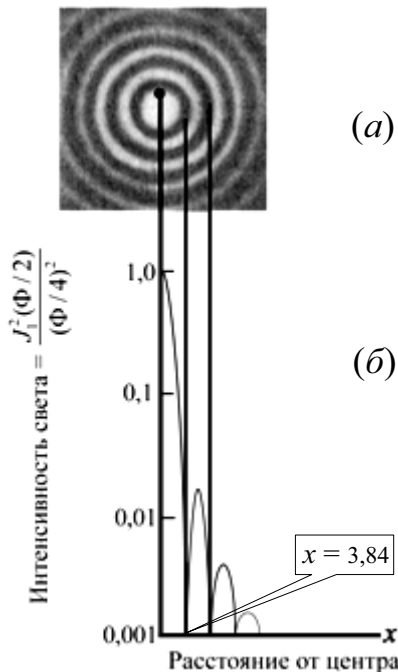


Рис. 4.29. Фотография дифракционной картины, создаваемой монохроматическим светом на круглом отверстии (а); распределение интенсивности, описываемое

формулой  $I = I_0 \left[ \frac{J_1(\Phi/2)}{\Phi/4} \right]^2$  (б)

В случае одной щели первый минимум имеет место под углом  $\theta_{\min}$ , удовлетворяющим условию  $\sin\theta_{\min} = \lambda/a$ . В случае круговой апертуры первый минимум соответствует  $J_1(x) = 0$ . Как видно из рис. 4.29, б, первый нуль этой функции Бесселя расположен при  $x = 3,84$ . Таким образом,

$$\Phi_{\min}/2 = 3,84$$

или

$$(1/2)ka\sin\theta_{\min} = 3,84,$$

$$\sin\theta_{\min} = 1,22\lambda/a.$$

Вычисленное по формуле  $\sin\theta_{\min} = 1,22\lambda/a$  значение  $\theta_{\min}$  отличается от случая одной щели всего на 22 %. На рис. 4.29, а приведена фотография дифракционной картины на круглом отверстии, а на рис. 4.29, б показано соответствующее распределение интенсивности  $I = I(\Phi)$ . Картина дифракции представляет собой светлый центральный диск, окруженный слабыми кольцами.

Используя результаты данного параграфа, можно вычислить разрешающую способность телескопа и микроскопа. Удастся также применить полученные результаты к ускорителям частиц высоких энергий и продемонстрировать использование этих приборов для определения размеров и формы ядерных частиц.

#### 4.9. Оптические приборы и их разрешающая способность

В п. 2.13. мы уже рассматривали разрешающую способность оптических приборов. Она характеризует способность прибора воспроизводить две точки или две спектральные линии с близкими длинами волн все еще как две отдельные точки или линии. Аналогичный смысл имеет разрешающая способность телескопа или микроскопа: насколько близко расположенные друг к другу два точечных источника света можно еще различать как два отдельных источника. Из-за вносимой спектрометром приборной (дифракционной) ширины линии (в случае дифракционной решётки эта ширина равна  $\Delta\lambda = \lambda/(mN)$ , п. 4.6) две спектральные линии, расположенные слишком тесно, могут слиться в одну линию. Аналогично в телескопе или микроскопе два чересчур близких точечных источника сольются в один, поскольку оптический прибор делает точечный источник похожим на крошечный диск или световое пятно с круговыми дифракционными кольцами. Действительно, мы имеем здесь дело с дифракционной картиной, которая аналогична изображенной на рис. 4.29.

Телескоп (от *теле...* и греч. *skoreo* – *смотрю*) – астрономический инструмент для изучения небесных светил по их электромагнитному излучению. Существуют 3 типа оптических телескопов: рефракторы (линзовые), рефлекторы (зеркальные) и комбинированные зеркально-линзовые системы.

В телескоп, схематически изображенный на рис. 4.30, рассматривают находящиеся на очень большом расстоянии от него два точечных источника *A* и *B*. Телескоп содержит объектив-линзу (или вогнутое зеркало) с фокусным расстоянием *F* и с круговой апертурой *a*.\*) Линза (или вогнутое зеркало) фокусирует параллельные лучи в точку, расположенную на расстоянии *F* от линзы. Это расстояние называется фокусным. Если угол между лучами *A* и *B* очень мал и равен  $\alpha$  (см. рис. 4.30), то расстояние между их изображениями  $y_0 = F\alpha$ . В астрономических телескопах эти изображения непосредственно регистрируются на пленке, расположенной в фокальной плоскости.

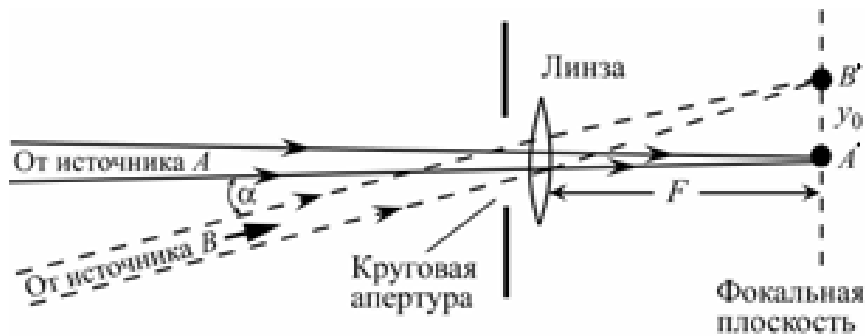


Рис. 4.30. Изображения *A'* и *B'* двух точечных источников *A* и *B* в телескопе расположены в фокальной плоскости

Изображения можно также наблюдать в окуляр. Это линза с фокусным расстоянием *f*, расположенная на расстоянии *f* справа от фокальной плоскости. В этом случае кажущийся угол между *A* и *B*

$$\alpha' = \frac{y_0}{f} = \frac{F\alpha}{f}.$$

Увеличение *M* определяется как

$$\alpha' = \frac{y_0}{f} = \frac{F\alpha}{f} \quad (\text{увеличение телескопа}).$$

\*) Апертура (апертурная диафрагма) (от лат. *apertura* – *отверстие*) – действующее отверстие оптической системы, определяемое размерами линз, зеркал или оправ оптических деталей. Угловая апертура – угол между крайними лучами конического светового пучка, входящего в систему.

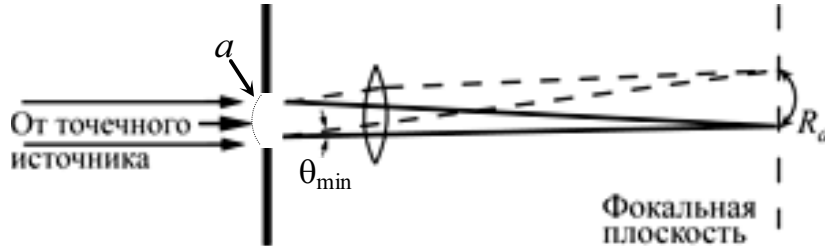


Рис. 4.31. Круговая апертура перед линзой создает в фокальной плоскости дифракционную картину

Хотя подходящим выбором фокусных расстояний увеличение можно сделать сколь угодно большим, в действительности оно ограничивается разрешающей способностью. Разрешающая способность определяется как минимальный угол  $\alpha_{\min}$  между лучами от двух точечных источников, при котором их изображения удастся различить как два световых пятна.

Значение радиуса  $R_d$  центрального светового пятна от отдельного точечного источника можно определить с помощью рис. 4.31. Первый минимум в дифракционной картине от круговой апертуры дается соотношением

$$\sin\theta_{\min} \approx \theta_{\min} \approx 1,22\lambda/a.$$

Радиус соответствующего дифракционного диска

$$R_d = F\theta_{\min} = 1,22F\lambda/a.$$

Если изображения двух точечных источников отстоят друг от друга не меньше чем на  $R_d$ , их можно различить как два диска. Таким образом, величина  $y_0$  (или  $F\alpha$ ) должна быть больше, чем  $R_d$ , т. е.

$$F\alpha > 1,22F\lambda/a, \alpha > 1,22\lambda/a.$$

Разрешающая способность дается выражением

$$\alpha_{\min} = 1,22\lambda/a.$$

Пусть угол между двумя звездами  $\alpha$  составляет  $10^{-6}$  рад. Определим:

1. Можно ли разрешить эти звезды с помощью оптического телескопа с диаметром апертуры  $a_1 = 2,54$  м?
2. Предположим, что эти звезды излучают также радиосигналы на частоте  $\nu = 400$  МГц. Можно ли их разрешить с помощью радиотелескопа, имеющего апертуру  $a_2 = 305$  м?

Для света с  $\lambda_1 = 5 \cdot 10^{-7}$  м апертура телескопа обеспечивает угол дифракции

$$\theta_{\min} = 1,22 \cdot \lambda_1 / a_1 = 1,22 \cdot 5 \cdot 10^{-7} / 2,54 = 2,4 \cdot 10^{-7} \text{ рад.}$$

Угловое расстояние между звездами  $\alpha = 10^{-6}$  рад в 4 раза превышает это значение, так что телескоп должен хорошо разрешить свет от этих звезд (при условии, что в атмосфере отсутствует турбулентность).

В случае радиотелескопа  $\lambda_2 = c/\nu$ , где  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с, следовательно, при  $\nu = 4 \cdot 10^8$  с<sup>-1</sup>  $\lambda_2 = 3 \cdot 10^8 / 4 \cdot 10^8 = 0,75$  м и мы имеем

$$\theta_{2\min} = 1,22 \cdot \lambda_2 / a_2 = 1,22 \cdot 0,75 / 305 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ рад.}$$

Чтобы разделить эти звезды, потребуется в  $\theta_{2\min} / \alpha = 3000$  раз более высокое разрешение. Это достигается использованием сигналов от синхронизованных радиотелескопов, отстоящих друг от друга на расстоянии свыше

$$a_{\min} \geq 1,22 \cdot \lambda_2 / \alpha = 1,22 \cdot 0,75 / 10^{-6} = 915 \text{ км.}$$

Микроскоп (от *микро...* и греч. *σκοπεο* – *смотрю*) – инструмент, позволяющий получать увеличенное изображение мелких объектов, не видимых невооруженным глазом. Увеличение микроскопа, достигающее 1500...2000, ограничено дифракционными явлениями. Оптический микроскоп дает возможность рассмотреть структуры с расстоянием между элементами до 0,25 мкм, электронный микроскоп – порядка 0,01...0,1 нм.

В оптическом микроскопе с большим увеличением в качестве объектива используется линза с коротким фокусным расстоянием  $F$ . Предмет располагается от линзы на расстоянии, примерно равном  $F$  (рис. 4.32, *а*). Плоскость изображения находится от линзы на значительно большем расстоянии  $D$ . Поскольку лучи, проходящие через центр линзы, ею не отклоняются, увеличение  $M = A'B'/AB$  (рис. 4.32, *б*). Таким образом,  $M = D/F$ . В плоскости изображения можно поместить фотопластинку или другое регистрирующее устройство либо наблюдать изображение через окуляр.

Свет от источника  $A$ , выходящий из круглой апертуры под углом  $\theta_{\min} \approx 1,22\lambda/a$ , фокусируется в плоскости изображения и образует первый минимум интенсивности. Радиус светового диска равен величине этого угла, умноженной на расстояние  $D$ :

$$R_d \approx \theta_{\min} D \approx 1,22 \frac{\lambda}{a} D.$$

Если  $\alpha$  – угол, под которым из объектива микроскопа видны два точечных источника света, то расстояние между их изображениями равно  $y = D\alpha$ , и условие, определяющее разрешающую способность, т. е. минимальный угол  $\alpha_{\min}$ , под которым эти два источника еще видны раздельно, запишется в виде  $y_{\min} = R_d$ ,

$$D\alpha_{\min} = 1,22 \frac{\lambda}{a} D, \quad \alpha_{\min} = 1,22 \frac{\lambda}{a}.$$

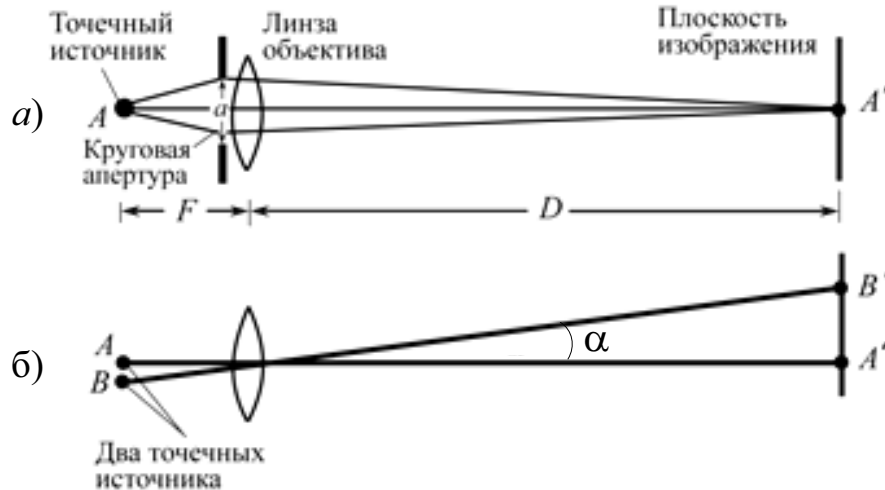


Рис. 4.32. В микроскопе короткофокусная линза фокусирует изображение в плоскости, расположенной на расстоянии  $D$  от линзы

Последнее выражение в точности совпадает с формулой  $\alpha_{\min}$  для телескопа. В случае микроскопа больший интерес представляет оценка минимального расстояния, на котором удастся разрешить два точечных источника. Обозначим его через  $d_{\min}$ . Поскольку  $d_{\min} = \alpha_{\min} F$ , мы имеем

$$d_{\min} = 1,22\lambda F/a.$$

Отношение  $a/F$  называется числовой апертурой. Иммерсионные объективы высокого качества имеют, как правило,  $a/F \approx 1,2$ . В этом случае

$$d_{\min} \approx \lambda.$$

Мы приходим к выводу, что с помощью микроскопа нельзя разрешить малые предметы, если они расположены друг от друга на расстоянии меньшем, чем длина световой волны. Использование в микроскопе голубого света позволяет несколько повысить его разрешающую способность. Еще лучшего разрешения можно добиться, используя ультрафиолетовое или рентгеновское излучение. На ускорителях частиц высоких энергий удастся получить предельное разрешение. До сих пор удалось достичь наилучшего разрешения порядка  $1/1000$  радиуса протона, или  $10^{-18}$  м.

Если параллельный световой пучок фокусируется на экране линзой с фокусным расстоянием  $F$  и апертурой  $a$ , то образуется дифракционный диск радиусом  $R_d = 1,22\lambda F/a$ . Поскольку практически максимальный размер апертуры достигает значения  $a \approx F$ , мы имеем  $R_d \approx \lambda$ . Это означает, что даже при наличии идеально параллельного светового пучка свет можно сфокусировать лишь до пятна размером порядка длины световой волны. Поскольку лазер дает практически параллельный

световой пучок, всю энергию излучения лазера можно сконцентрировать в области радиусом  $6 \cdot 10^{-7}$  м, имеющей площадь примерно  $1 \cdot 10^{-12}$  м<sup>2</sup>. Тем самым достигается исключительно высокая плотность энергии, которая способна обеспечить получение чрезвычайно высоких температур. В этом состоит важное преимущество лазеров по сравнению с другими источниками света. До изобретения лазеров все источники света представляли собой протяженные источники типа дуги или нити накаливания диаметром один миллиметр или около этого. Если линза располагается вблизи такого источника, то чтобы собрать значительную долю излучаемой им энергии, она должна давать изображение, соизмеримое с размером источника. Таким образом, до тех пор, пока не появились лазеры, не существовало способов получения плотностей энергии, которые превышали бы плотность энергии источника света.

Пусть испускаемый гелий-неоновым лазером свет представляет собой параллельный пучок кругового сечения диаметром  $a = 0,05$  м. Длина волны света равна:  $\lambda = 6328 \text{ \AA} = 6,328 \cdot 10^{-7}$  м. Определим, каким будет размер светового пятна, если этот пучок направить на теневую сторону поверхности Луны. Расстояние до Луны  $D = 3,84 \cdot 10^8$  м.

$$R_d = 1,22 \cdot \lambda D / a = 1,22 \cdot 6,328 \cdot 10^{-7} \cdot 3,84 \cdot 10^8 / 0,05 \approx 5,9 \cdot 10^3 \text{ м.}$$

После изобретения лазеров такое пятно лазерного светового пучка наблюдалось на Луне с помощью телескопов.

#### 4.10. Дифракционное рассеяние

Соотношение  $\theta_{\min} \approx 1,22\lambda/a$  можно использовать для определения неизвестных размеров малого отверстия  $a$  (узкой диафрагмы). Если за отверстием поместить экран, то мы увидим на экране дифракционную картину (см. рис. 4.29). Пусть  $R_d$  — расстояние от центра картины до первого минимума, а  $D$  — расстояние от отверстия до экрана. Тогда

$$\theta_{\min} = \frac{R_d}{D} = 1,22 \frac{\lambda}{a}.$$

Отсюда находим выражение для  $a$ :

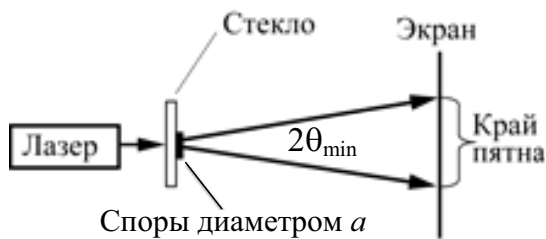
$$a = 1,22\lambda D / R_d.$$

Измерение  $R_d$  позволяет оценить поперечные размеры узкой диафрагмы.

Дифракционный метод можно также использовать для измерения размеров крошечной сферы или непрозрачного диска. Дифракционная

картина от непрозрачного диска будет совпадать с картиной от круглого отверстия. Для круглого отверстия использовался принцип Гюйгенса, и вычисления проведены в предположении, что отверстие является протяженным источником света. Для непрозрачного диска, благодаря индуцированным в нем токам, мы также имеем протяженный источник. Дифракционная картина будет совпадать с изображенной на рис. 4.29. В центре наблюдается яркое пятно, соответствующее пучку, падающему под углом  $0^\circ$ .

Пусть пучок света от гелий-неонового лазера с длиной волны  $\lambda = 6328 \text{ \AA} = 6,328 \cdot 10^{-7} \text{ м}$  освещает стеклянную пластинку (рис. 4.33), покрытую порошком ликоподия (споры сферической формы).



*Рис. 4.33. Споры ликоподия на стеклянной пластинке создают на экране дифракционную картину*

На экране, на расстоянии  $D = 5 \text{ м}$  от лазера виден красный диск с первым темным кольцом, расположенным на расстоянии  $R_d = 0,19 \text{ м}$  от центра диска. Определим диаметр  $a$  споры ликоподия:

$$a = 1,22 \cdot \lambda D / R_d = 1,22 \cdot 6,328 \cdot 10^{-7} \cdot 5 / 0,19 = 2,03 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

Чтобы измерить поперечник сферы, если он значительно меньше длины световой волны, можно использовать более коротковолновое излучение, например рентгеновское или гамма-излучение, либо любой другой вид плоских волн, при условии, что  $\lambda < a$ , а диск (или сфера) сильно поглощает их. Плоская волна, из которой вследствие поглощения удален круговой участок волнового фронта, должна воспроизвести дифракционную картину с распределением интенсивности, описываемым функцией  $I = I_0 [J_1(\Phi/2) / (\Phi/4)]^2$ , где  $\Phi = k a \sin \theta$ .

В 1924 г. французский физик Луи де Бройль выдвинул смелую гипотезу, согласно которой корпускулярно-волновой дуализм имеет универсальный характер. Согласно гипотезе де Бройля каждая материальная частица обладает волновыми свойствами, причем соотношения, связывающие волновые и корпускулярные характеристики частицы, остаются такими же, как и в случае электромагнитного излучения. Установлено, что любую движущуюся частицу можно представить в виде плоской волны с длиной  $\lambda = h/p$ , где  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$ , а  $p$  — импульс частицы. Эта идея в 1927 г. была впервые подтверждена экспериментально.



В соответствии с этой гипотезой пучок протонов с энергией 19 ГэВ ( $19 \cdot 10^9$  эВ) можно представить в виде плоской волны длиной  $\lambda = 0,65 \cdot 10^{-16}$  м. Эта величина значительно меньше поперечника ( $\sim 10^{-14}$  м) атомных ядер. Если соотношение  $\lambda = h/p$  справедливо, то, «освещающая» свинцовую фольгу пучком протонов с энергией 19 ГэВ, мы должны наблюдать дифракционную картину. Такой эксперимент удастся выполнить с помощью пучка протонов от ускорителя частиц высоких энергий. На рис. 4.34 приведены результаты такого эксперимента, которые можно было бы рассматривать как еще одно доказательство волновой природы вещества.

С другой стороны, принимая справедливость представлений о волновой природе вещества, их можно использовать для определения размеров и толщины поверхностного слоя ядра свинца.

Независимо от того, из каких частиц состоит пучок – фотонов (т. е. частиц света) или протонов, – решение волнового уравнения оказывается тем же самым, что и в классической задаче о дифракции световой волны на непрозрачном диске радиусом  $R$ . Это означает, что к протонам высоких энергий применима формула

$$\sin \theta_{\min} = 1,22 \lambda / a$$

и необходимо лишь заменить  $\lambda$  на  $h/p$ . Это дает

$$\sin \theta_{\min} = 1,22 \frac{h}{pa}$$

Поскольку  $a = 2R$ , мы имеем

$$\sin \theta_{\min} = 0,61 \frac{h}{pR}$$

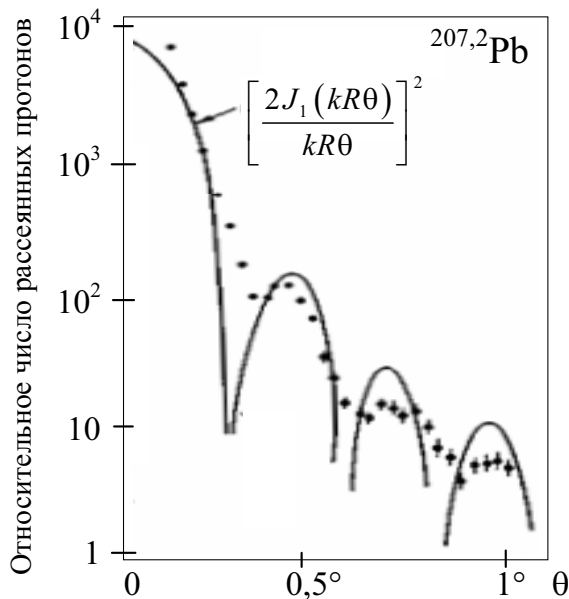


Рис. 4.34. Результаты изучения рассеяния протонов с энергией 19 ГэВ на ядрах  $^{207,2}\text{Pb}$ . Показана зависимость числа рассеянных протонов от угла рассеяния. Сплошная кривая описывает классическую дифракционную картину с распределением интенсивности  $[2J_1(kR\theta)/(kR\theta)]^2$  для случая плоских световых волн с такой же длиной волны, рассеиваемых на диске радиусом  $R = 7,5 \cdot 10^{-15}$  м

Картина дифракции протонов наблюдается при измерении числа упруго рассеянных протонов в зависимости от угла  $\theta$ . На рис. 4.34 точками отмечены результаты измерений, выполненных для 30 различных значений углов в интервале от  $0,11$  до  $1,03^\circ$ . Сплошная кривая – стандартное распределение интенсивности, характерное для дифракции света на непрозрачном диске в случае, когда длина волны света совпадает с длиной волны протонов. Отклонения экспериментальных точек от плавной кривой не связаны с какими-либо нарушениями представлений о волновой природе вещества. Дело в том, что ядро свинца не во всем схоже с непрозрачным (черным) диском, имеющим резкие края. Черный диск с частично прозрачным краем приводит к более гладкому распределению, которое согласуется со всеми экспериментальными точками. Приведенные на рис. 4.34 экспериментальные данные можно использовать для определения как радиуса ядра свинца, так и толщины поверхностного слоя. Радиус  $R$  находим из формулы

$$R = 0,61 \frac{h}{p \sin \theta_{\min}}$$

Учитывая, что релятивистская энергия  $E$  частицы массой  $m$  связана с импульсом частицы соотношением  $E^2 = p^2 c^2 + (mc^2)^2$ , для радиуса рассеивающего центра получим:

$$R = \frac{0,61 \cdot ch}{\sqrt{E^2 - m^2 c^4} \cdot \sin \theta_{\min}}$$

Из рис. 4.34 следует, что  $\theta_{\min}$  соответствует  $0,3^\circ$ . Подстановка этого значения дает величину радиуса ядра свинца  $R = 7,5 \cdot 10^{-15}$  м.

Дифракционная картина возникает и при рассеянии протонов на протонах. В этом случае она еще сильнее отличается от случая черного диска с резким краем, поскольку у протона прозрачность возрастает, начиная от самого центра. Эффективный радиус протона можно получить, измеряя ширину центрального максимума. «Оптический» радиус, определяемый из дифракции протонов на протонах, равен  $1,1 \cdot 10^{-15}$  м.

Естественно возник вопрос относительно внутренней структуры протона. Нет ли у протона, подобно атому, жесткой «непрозрачной» сердцевины? Полученные экспериментальные данные по структуре протона свидетельствуют о том, что протон имеет сложную внутреннюю структуру. По современным представлениям, он состоит из кварков, взаимодействующих посредством обмена квантами сильного взаимодействия – глюонами.

По-видимому, наивысшая разрешающая способность получена в экспериментах на встречных пучках протонов, где происходит рассеяние частиц, движущихся навстречу друг другу. При этом достигаются энергии, эквивалентные примерно 2000 ГэВ, что в 70 раз выше использованных в примере.

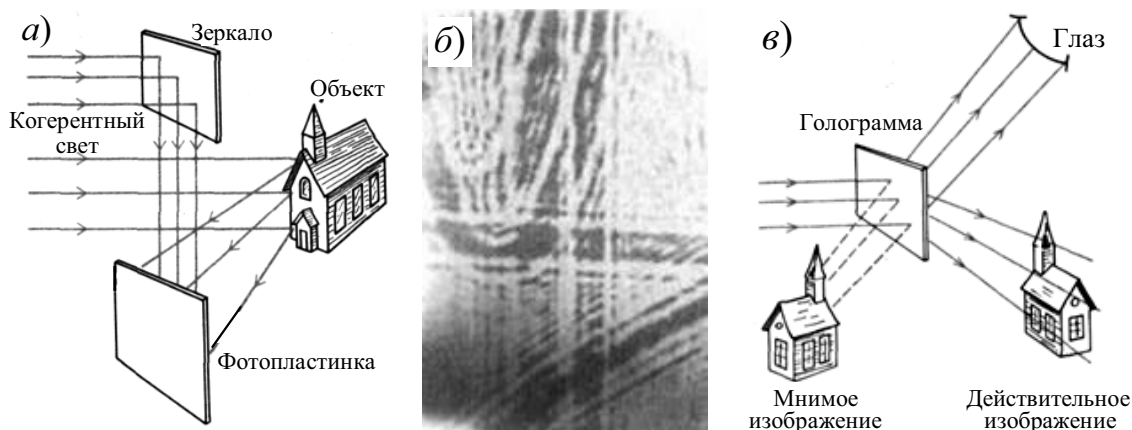
### 4.11. Голография

Голография (от греч. *holos* — *весь, полный* и *grapho* — *пишу, рисую*) — метод записи, воспроизведения и преобразования волновых полей, основанный на интерференции волн. Предложен Д. Габором (D. Gabor) в 1948 г. Голография, которая стала развиваться в шестидесятые годы, представляет собой одно из многочисленных применений лазера. На рис. 4.35, *а* схематично показана геометрия эксперимента для получения голограммы.

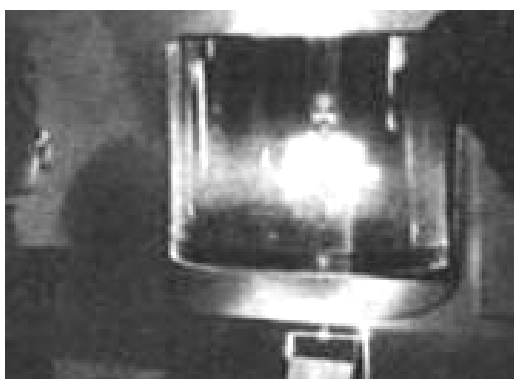
В своем обычном виде голограмма выглядит наподобие фотографического негатива. Однако негатив этот обладает одним замечательным свойством. Хотя он сам по себе является плоским, но если его рассматривать в монохроматическом свете, то мы увидим парящее в пространстве перед или за негативом полное трехмерное изображение реального предмета.

По сравнению со стереоскопическим голографическое изображение имеет то преимущество, что в какую бы сторону мы ни перемещались, разглядывая голограмму, в наше поле зрения будет попадать соответствующая часть изображения, как если бы мы разглядывали реальный предмет (рис. 4.35, *в*). Еще одна замечательная особенность голограммы состоит в том, что изображение на негативе совершенно не похоже на предмет, который виден парящим в пространстве. Негатив скорее похож на множество перекрывающихся друг с другом отпечатков пальцев, как на рис. 4.35, *б*.

Несмотря на то, что ни одна из частей негатива не повторяется где-либо в другом месте, любой из его участков, помещенный в пучок монохроматического света, воспроизведет трехмерное изображение, но уже с худшим оптическим разрешением. Ни при экспозиции негатива, ни при воспроизведении трехмерного изображения не используются линзы (рис. 4.35, *в* и 4.36).



*Рис. 4.35. Геометрия эксперимента для получения голограммы (а); участок голографического негатива (очень сильное увеличение) (б); геометрия восстановления изображения на сетчатке глаза (в)*



*Рис. 4.36. Голографический негатив, освещенный монохроматическим светом, дает полное трехмерное изображение, парящее в пространстве*

Принцип голографии представляет собой наглядную иллюстрацию волновой природы света и того, в чем состоит отличие когерентного света от некогерентного. Чтобы получить голографический негатив (голограмму), предмет освещается пучком от когерентного источника света — обычно от лазера. При этом на пленку попадает отраженный предметом свет, а также с помощью зеркала направляется часть первоначального светового пучка, как это показано на рис. 4.37. Если падающий на фотографическую пленку свет когерентен, то на ней возникает определенная интерференционная картина. Если же свет некогерентен, то пленка засвечивается равномерно. Необходимая длина когерентности составляет  $2L$ , где  $L$  — расстояние от предмета до зеркала на рис. 4.37.

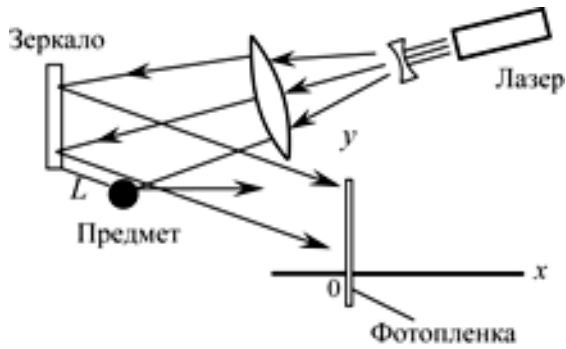


Рис. 4.37. Способ получения голограммы. На фотопленку попадают как отраженный от предмета лазерный свет, так и опорный пучок от зеркала

Если пленку проявить и осветить аналогичным световым пучком, то восстановится и первоначальный волновой фронт в месте расположения пленки в момент ее экспозиции. Вследствие принципа Гюйгенса восстановленный фронт волны будет перемещаться в направлении глаза наблюдателя точно так же, как это происходило бы с фронтом исходной волны. Но каким образом с помощью изображения на пленке удастся восстановить волновой фронт с правильными значениями амплитуд и фаз вдоль всей его поверхности, если пленка чувствительна лишь к интенсивности света? На этот вопрос можно ответить, используя следующее упрощенное математическое описание принципа голографии.

Предположим, что пленка расположена в плоскости  $yz$ . Тогда в этой плоскости амплитуду отраженной предметом световой волны можно записать в виде

$$E = a(y, z) \cdot \cos[\omega t + \varphi(y, z)].$$

Если, проявив пленку, мы сможем воспроизвести это поведение амплитуды, то у глаза возникнет ощущение, что он видит исходный предмет. Допустим теперь, что, имея такое распределение амплитуды волны на пленке, мы освещаем ее плоской волной от того же лазера. Тогда распределение электрического поля по плоскости пленки примет вид

$$E_{\text{рез}} = E_0 \cos \omega t + a \cos(\omega t + \varphi), \text{ где } a = a(y, z) \text{ и } \varphi = \varphi(y, z).$$

Поскольку интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды поля, мы имеем:

$$I = I_0 \cos^2 \omega t + 2E_0 a \cos \omega t \cdot \cos(\omega t + \varphi) + a^2 \cos^2(\omega t + \varphi).$$

Усреднение по времени квадрата косинуса дает  $1/2$  и для среднего значения интенсивности мы получим выражение

$$\langle I \rangle = \frac{I_0}{2} + E_0 a \cdot \langle \cos \varphi + \cos(2\omega t + \varphi) \rangle + \frac{a^2}{2},$$

в котором использовано тригонометрическое тождество

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} [\cos(B - A) + \cos(B + A)].$$

Среднее значение  $\cos(2\omega t + \varphi)$  равно нулю, поэтому

$$\langle I \rangle = K_1 + E_0 a(y, z) \cos[\varphi(y, z)], \quad \text{где} \quad K_1 \equiv \frac{I_0}{2} + \frac{a^2}{2}.$$

Следует отметить, что в случае использования источника света с длиной когерентности, превышающей  $2L$ , удается сохранить информацию о распределении фазы  $\varphi(y, z)$  по пленке. Почернение пленки пропорционально  $\langle I \rangle$ . Если направить на негатив такой же лазерный пучок интенсивностью  $I' \cos^2 \omega t$ , то сразу же за негативом мы получим:

$$I = I' \cos^2 \omega t \cdot [1 - K_2(K_1 + E_0 a \cos \varphi)],$$

Соответствующее электрическое поле пропорционально квадратному корню из этого выражения:

$$E = E' \cos \omega t \sqrt{1 - (K_1 K_2 + K_2 E_0 a \cos \varphi)} \approx K_3 \cos \omega t + 2K_4 a \cos \omega t \cos \varphi,$$

где  $K_3 \equiv 1 - K_1 K_2 / 2$  и  $K_4 \equiv -K_2 E_0 / 4$ .

Воспользуемся снова соотношением

$$2 \cos A \cos B = \cos(B - A) + \cos(A + B),$$

тогда

$$\begin{aligned} E &\approx K_3 \cos \omega t + K_4 a(y, z) \cos[\omega t + \varphi(y, z)] + K_4 a(y, z) \cos[\omega t - \varphi(y, z)] = \\ &= [\text{прямой свет от лазера}] + K_4 [\text{свет, отраженный предметом}] + \\ &\quad + K_4 [\text{свет от предмета с обращенной фазой}]. \end{aligned}$$

Вклад первого члена регистрируется глазом как прямой лазерный свет, второго — в виде света, отраженного предметом, как если бы предмет действительно находился в своем первоначальном положении (мнимое изображение); третий член проявляется в виде еще одного реального (действительного) изображения.

Рассмотрим в качестве примера голограмму очень маленького шарика, находящегося на расстоянии  $x_0 = 50$  см от фотопленки (рис. 4.38).

Амплитуда света, отраженного точечным предметом, записывается в виде  $E = E_1 \cos(\omega t - kr)$ , а амплитуда опорного пучка — в виде  $E_0 \cos(\omega t - kx_0)$ . Определим распределение интенсивности на пленке, если  $\lambda = 6400 \text{ \AA}$ .

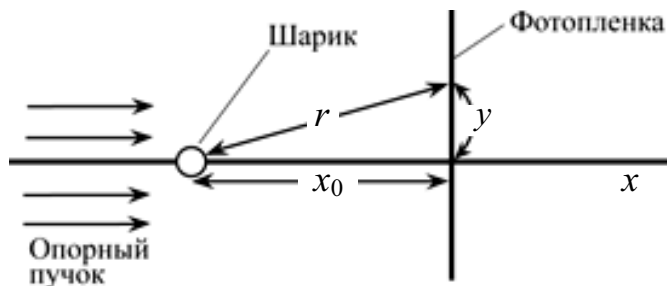


Рис. 4.38. Свет от лазера, отраженный маленьким шариком, и опорный пучок попадают на фотопленку

Максимумы интенсивности имеют место, когда разности фаз отраженного и опорного пучков кратны  $2\pi$ , т. е.

$$kr - kx_0 = 2\pi m.$$

Отсюда находим:

$$\begin{aligned} r - x_0 &= m\lambda, \\ \sqrt{y_m^2 + x_0^2} &= m\lambda + x_0, \\ y_m &= \sqrt{2m\lambda x_0 + m^2\lambda^2} \approx 0,8\sqrt{m} \text{ (мм)}. \end{aligned}$$

Распределение интенсивности представляет собой концентрические окружности радиусами 0,8, 1,13, 1,39, 1,6 мм и т. д.

Хотя голографию изобрели в 1948 г., она оставалась вещью в себе до начала шестидесятых годов и получила широкое распространение лишь с изобретением лазера. В настоящее время голография представляет собой одно из главных направлений в оптических исследованиях. В шестидесятые годы были развиты различные аспекты теории и разработаны новые методы. Для нас голография по-прежнему остается новым полем деятельности, и трудно предвидеть ее окончательные практические применения.

В настоящее время ведутся исследования и разработки по применению голографии в медицине. Например, для получения оптических голограмм глаза, обеспечивающих единое трехмерное изображение хрусталика и сетчатки, или акустических голограмм тела, которые могут иметь важное преимущество по сравнению с двумерными рентгенограммами. К другим применениям голограммы относятся исследования и разработки по созданию кассетной видеозаписи, запоминающих электронно-вычислительных устройств, а также таких способов испытания материалов, которые не вызывают их разрушения.

## 4.12. Дифракция рентгеновских лучей

В природе в роли дифракционных решеток выступают вещества, имеющие кристаллическую структуру с упорядоченным расположением атомов или молекул в пространстве. При облучении кристаллов электромагнитными волнами рентгеновского диапазона наблюдается дифракция. Вид дифракционной картины определяется порядком расположения атомов и молекул в решётке. Дифракция электромагнитных

волн используется для исследования структуры строения вещества, а при известной структуре кристалла – для изучения спектрального состава излучения.

Для увеличения разрешающей способности и дисперсии расстояние между щелями  $d$  в дифракционной решётке должно быть больше длины волны ( $d > \lambda$ ), по крайней мере, в несколько раз.

Кристалл является естественной трехмерной дифракционной решеткой для рентгеновского излучения, т. к. расстояние между рассеивающими центрами (атомами) в нём одного порядка с  $\lambda$  рентгеновского излучения ( $\sim 1 \text{ \AA}$ ), т. е. в кристаллах роль щелей выполняют атомы или молекулы, а период решётки определяется межатомным расстоянием  $d$  (рис. 4.39).

Изучение структуры кристаллических и поликристаллических веществ с помощью явления дифракции электромагнитных волн рентгеновского диапазона составляет сущность рентгеноструктурного анализа.

Структура расположения атомов в кристалле в общем случае имеет сложный трёхмерный порядок, определяемый группами симметрии кристалла. Рассмотрим самый простой случай регулярного расположения атомов в кристаллических плоскостях вдоль прямых линий, параллельных оси  $Ox$ , с межатомным расстоянием  $d_x$  (рис. 4.39). Распределение интенсивности в дифракционной картине будет одинаковым в любой плоскости, проходящей через линии расположения атомов и перпендикулярной кристаллическим плоскостям.

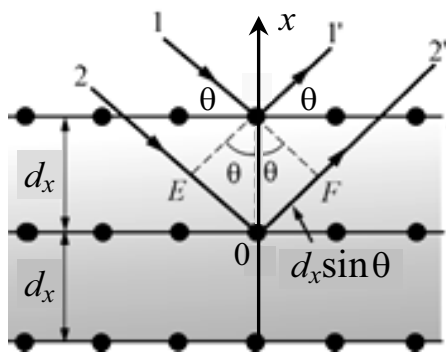


Рис. 4.39. Дифракция рентгеновских лучей от межатомных плоскостей в кристаллах;  $\theta$  – угол между падающей волной и кристаллической плоскостью (угол скольжения)

Ограничимся анализом дифракции плоской рентгеновской волны длиной  $\lambda$ , падающей под углом  $\theta$  к линии расположения атомов (рис. 4.39). При когерентном рассеянии волн атомами вещества в двух соседних кристаллических плоскостях в направлениях под углами  $2\theta_m$  к направлению первичного пучка 1 (или 2) будут формироваться максимумы интенсивности дифракционной картины, если разность хода  $\Delta\ell_x = 2d_x \sin\theta_m$  рассеянных волн в этих направлениях кратна длине волны:



$$2d_x \sin \theta_m = m_x \lambda,$$

где  $m_x = 1, 2, \dots$  – целые положительные числа.

Выражение  $2d_x \sin \theta_m = m_x \lambda$  известно как формула Вульфа – Брэггов. Из этой формулы следует, что при известной длине волны  $\lambda$  и порядке наблюдаемого дифракционного максимума  $m_x$  расстояние между кристаллическими плоскостями  $d_x$  может быть найдено из формулы

$$d_x = 0,5 m_x \lambda / \sin \theta_m.$$

Распределение интенсивности рентгеновских волн при их дифракции на кристалле фиксируется на фотопленку (рис. 4.40), на которой после проявления можно наблюдать светлые и темные полосы, кольца, соответствующие дифракционным максимумам и минимумам.

Рассмотрим метод рентгеноструктурного анализа, предложенный Лауэ. В методе Лауэ рентгеновское излучение от источника  $S$  направляется на исследуемый монокристалл (рис. 4.40). На помещенной за монокристаллом с кристаллической осью  $MM'$  фотопластинке  $PP'$  после проявления получается совокупность черных точек, соответствующих дифракционным максимумам. Расшифровка записанной таким образом дифракционной картины, называемой лауэграммой, позволяет получить представление о структуре кристалла. На рис. 4.41 приведена лауэграмма кристалла берилла.

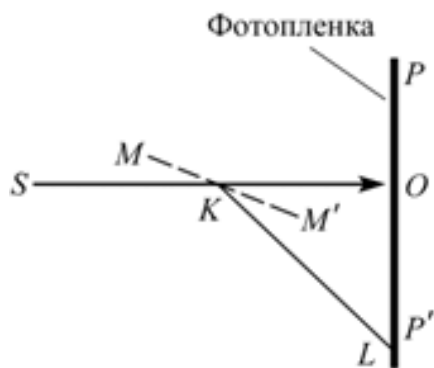


Рис. 4.40. Регистрация дифракции рентгеновских лучей на фотопленку

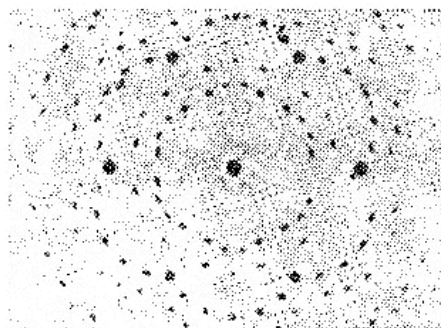


Рис. 4.41. Лауэграмма берилла

Другой метод рентгеноструктурного анализа был предложен Шеррером и Дебаем для исследования поликристаллических образцов. Поликристаллические образцы получают спеканием измельченного кристаллического вещества. Образец в форме проволоочки помещается на оси камеры (рис. 4.42), на боковых стенках которой находится фотопленка  $P$ .

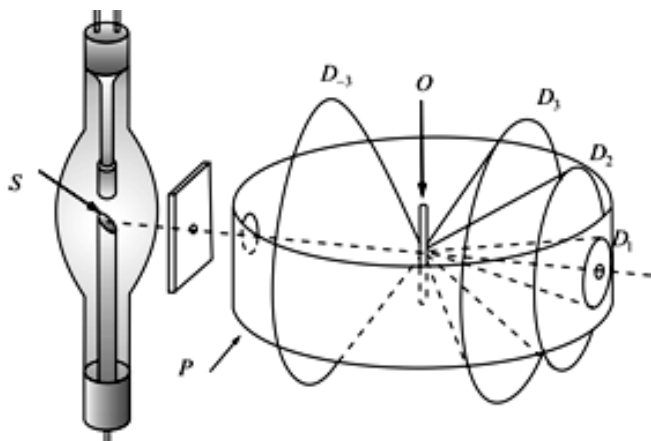


Рис. 4.42. Метод рентгено-структурного анализа Шеррера и Дебая

При облучении монохроматическим рентгеновским излучением от источника  $S$  поликристаллического образца  $O$  с беспорядочной ориентацией кристаллических плоскостей для различных направлений возникают конусы направлений  $D_1, D_2, D_3, \dots$ , в которых выполнено условие Вульфа–Брэггов.



Рис. 4.43. Дебаеграмма соединения  $CuZn_3$ , снятая по методу Шеррера и Дебая

На пленке после проявления дифракционная картина (дебаеграмма) будет иметь вид колец или полос в соответствии с рис. 4.43. Анализ дебаеграммы позволяет определить основные элементы структуры кристалла.

### Основные выводы

Физическое явление взаимодействия электромагнитной волны с неоднородностями пространства называется дифракцией электромагнитной волны, в частности дифракцией света. Благодаря дифракции света возникают волны, отражённые от освещаемых объектов, и становится возможной их визуализация («видение»). Дифракция световых волн определяет качество оптических приборов, в частности их разрешающую способность.

В соответствии с принципом Гюйгенса каждая точка фронта волны сама является источником вторичных волн, а огибающая этих вторичных волн дает фронт волны в новый момент времени — принцип суперпозиции.

Френель дополнил принцип Гюйгенса положением об интерференции волн вторичных источников — поле в произвольный момент времени в точке наблюдения волны является суммой сферических волн, излученных вторичными источниками в предыдущий момент времени с учётом их интерференции.

Если точка наблюдения расположена достаточно далеко от препятствия и в точку наблюдения после взаимодействия с неоднородностью приходит плоская волна, то говорят о дифракции Фраунгофера. В остальных случаях говорят о дифракции Френеля.

Дифракция Фраунгофера обусловлена интерференцией параллельных плоских волн, приходящих в точку наблюдения от неоднородности, с которой взаимодействует электромагнитная волна (свет).

Дифракционная картина от отдельной щели шириной  $a$  описывается выражением

$$I = I_0 \frac{\sin^2[k a \sin \theta / 2]}{[k a \sin \theta / 2]^2}.$$

Это распределение интенсивности имеет минимумы, когда

$$\sin \theta = m\lambda/a, \text{ где } m \text{ — целые числа.}$$

Для расположенных в ряд  $N$  точечных синхронизованных источников

$$I = I_0 \frac{\sin^2(N\varphi/2)}{\sin^2(\varphi/2)}, \text{ где } \varphi = k d \sin \theta.$$

Совокупность большого числа одинаковых штрихов на прозрачной или отражающей пластинке — дифракционная решётка — служит простейшим спектральным прибором, позволяющим разложить луч света на составляющие и получить его спектральную зависимость интенсивности света от длины волны. Положение главных максимумов определяется из условия

$$d \sin \theta = m\lambda.$$

Разрешающая способность дифракционной решётки  $R = \lambda/\delta\lambda$  — минимальная разность длин волн  $\delta\lambda$  в области длин волн  $\lambda$ , воспринимаемая отдельно, равна произведению полного числа штрихов решётки  $N$  на порядок максимума  $m$ :  $R = mN$ .

Монохроматический свет, проходя через круглое отверстие диаметром  $a$ , образует дифракционную картину, первый минимум в которой (или темное кольцо) соответствует углу  $\theta_{\min}$ , удовлетворяющему условию  $\sin \theta_{\min} = 1,22\lambda/a$ .

Увеличение телескопа  $M = F/f$ , т. е. увеличение равно отношению фокусных расстояний объектива и окуляра. Угловая разрешающая способность телескопа (а также микроскопа) определяется как  $\alpha_{\min} = 1,22\lambda/a$ , где  $a$  — диаметр объектива. Минимальное расстояние, которое разрешается микроскопом, равно  $a\alpha_{\min} \approx \lambda$ . В пятно таких размеров можно сфокусировать свет от лазера, однако для других источников света сделать этого не удастся.

Голограмма — это фотографическое изображение интерференционной картины, создаваемой отраженным от предмета светом лазера и опорным пучком. При прохождении через голограмму монохроматического света происходит восстановление первоначального волнового фронта отраженного света.

Можно наблюдать дифракционное рассеяние пучка протонов высоких энергий на ядре радиусом  $R$ . Первый минимум в дифракционной картине соответствует  $\theta_{\min} = 0,61h/(pR)$ , где  $h$  — постоянная Планка, а  $p$  — импульс протона.

### Упражнения

1. Расстояние до ближайшей звезды — 4 световых года. Каким должен быть ее диаметр, чтобы его можно было измерить с помощью 200-дюймового телескопа (1 дюйм = 2,54 см)?

2. Предположим, что по орбите вокруг звезды, удаленной на 10 световых лет, вращается очень большая планета, которую можно увидеть в 200-дюймовый телескоп. На каком расстоянии от звезды должна находиться эта планета, чтобы их можно было разрешить?

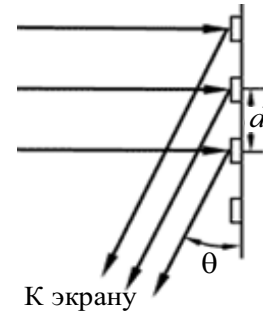
3. Параллельный пучок лазера диаметром 1 см фокусируется линзой с фокусным расстоянием 10 см. Каковы размеры пятна, если  $\lambda = 6400 \text{ \AA}$ ?

4. Повторите упражнение 3 для пучка диаметром 1 мм.

5. Недавно было установлено, что при упругом рассеянии протонов на протонах в области высоких энергий минимум в распределении интенсивности отвечает величине поперечного импульса рассеянного протона 1,1 ГэВ/с, т. е.  $pc\sin\theta = 1,1 \text{ ГэВ}$ . Каким должен быть радиус эквивалентного протону черного диска, дающего минимум в том же месте?

6. На решётке с 2000 штрихов/см происходит дифракция света с длиной волны 5000  $\text{\AA}$ . Экран расположен в 3 м от решётки. На каком расстоянии находятся на экране изображения нулевого и первого порядка?

7. Свет падает по нормали к отражательной дифракционной решётке (в такой решётке штрихи нанесены на зеркало) и дифрагирует под углом  $\theta$  к ней (см. рисунок).



а) Найдите разность хода, ответ запишите через  $\theta$  и  $d$ .

б) Под каким углом  $\theta$  будет наблюдаться максимум интенсивности?

8. Сколько штрихов должна иметь дифракционная решётка, чтобы ширина линии, отвечающей типичному атомному переходу, была бы естественной ( $\Delta\nu/\nu_0 = 2,35 \cdot 10^{-8}$ )?

9. Чему равна максимальная угловая дисперсия  $D_\theta$  для каждой из  $D$ -линий натрия 5890 и 5896 Å у дифракционной решётки, имеющей 600 штрихов на миллиметр? Ответ дайте в градусах.

10. Сколько штрихов  $N$  должна иметь дифракционная решётка, чтобы она могла полностью разрешить  $D$ -линии натрия?

11. Покажите, что  $\frac{\sin^2(N\varphi/2)}{\sin^2(\varphi/2)} = 2(1 + \cos \varphi)$ ,  $N = 2$ .

### Задачи

1. Голограмма освещается светом с  $\lambda = 4800$  Å. На каком кажущемся расстоянии за плоскостью голограммы находится изображение?

2. Повторите расчеты, проведенные в конце данной главы для волнового фронта восстанавливающей волны, но с использованием в качестве голограммы позитива, а не негатива. В этом случае интенсивность света за голограммой имеет вид  $I = I \cos^2 \omega t [1 + (a E_0 / K_1) \cos \varphi]$ .

3. Предположим, что диаметр звезды виден под углом  $10^{-7}$  рад.  
а) Можно ли измерить диаметр этой звезды с помощью оптического телескопа? б) Можно ли измерить диаметр методом интерферометрии интенсивности? Расстояние до звезды предполагается известным (см. п. 3.5).

4. Какое минимальное расстояние можно разрешить с помощью электронного микроскопа, в котором используется пучок электронов с кинетической энергией 1000 эВ?

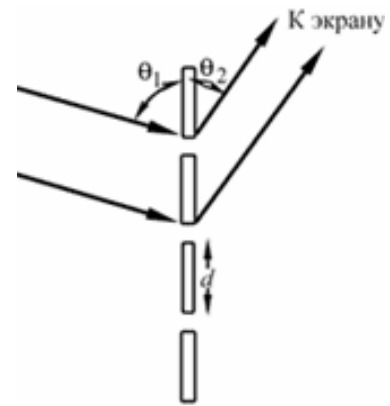
5. Существует еще один метод оценки среднего радиуса элементарной частицы, пригодный даже в тех случаях, когда не удастся наблюдать первый минимум. Он заключается в измерении кривизны или скорости спада центрального максимума. Оказалось, что при малых углах распределение интенсивности рассеяния протонов на протонах умень-

шается по закону  $1 - Ap_{\perp}^2$ , где  $A = 10 \text{ (ГэВ/с)}^{-2}$ ,  $p_{\perp} = p \sin \theta$ ,  $p$  — импульс протона до рассеяния. При малых значениях аргумента функцию Бесселя можно аппроксимировать функцией  $J_1(x) \approx x/2 - x^3/16$ . В этом случае  $J_1(\Phi/2)/(\Phi/4) \approx 1 - \Phi^2/32$ , где  $\Phi/2 = kR \sin \theta$ . Какому значению  $R$  (в метрах) соответствует  $A = 10 \text{ (ГэВ/с)}^{-2}$ ?

6. Допустим, что у протона существует жесткая сердцевина радиусом  $10^{-14}$  см. Пусть протоны с энергией 200 ГэВ взаимодействуют в основном с сердцевиной. а) Под каким углом будет наблюдаться первый дифракционный минимум? б) Если протон не имеет сердцевины и ведет себя как поглощающий диск с  $R = 10^{-13}$  см, то под каким углом будет наблюдаться первый дифракционный минимум в этом случае?

7. Видимые части спектра второго и третьего порядка от дифракционной решетки будут частично перекрываться. Какая длина волны в спектре, полученном в случае  $m = 3$ , совпадает с положением линии  $\lambda = 7000 \text{ \AA}$  в спектре с  $m = 3$ ?

8. На дифракционную решетку свет с длиной волны  $\lambda$  падает не под прямым углом, а под углом  $\theta_1$  к ней (см. рисунок). Запишите условие максимума интенсивности через  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\lambda$  и  $d$ .



9. Некоторый атомный переход имеет время жизни  $\tau = 2 \cdot 10^{-4}$  с. Соответствующая ему длина волны излучения  $\lambda = 4000 \text{ \AA}$ . Какова естественная ширина линии  $\Delta\lambda$  и сколько штрихов  $N$  должна иметь дифракционная решетка, чтобы измерить эту ширину линии?

10. Свет от газоразрядной трубки, диаметр которой  $D = 1$  см, непосредственно падает на дифракционную решетку, расположенную на расстоянии  $L = 100$  см. Оцените, какой будет в этих условиях максимальная разрешающая способность  $R_{\max} = \lambda/\delta\lambda$ .

Ответ:  $R_{\max} \approx \rho_c / \lambda \approx L/D$ .

11. Удаленный протяженный источник испускает две узкие спектральные линии равной интенсивности:  $\lambda_1 = 500$  нм и  $\lambda_2 = 500,2$  нм. Свет от источника непосредственно падает на дифракционную решетку. Оцените угловой размер  $\Psi$  источника, при котором можно разрешить эти две линии.

Ответ:  $\Psi \leq (\lambda_2 - \lambda_1)/\lambda_1 = 4 \cdot 10^{-4}$  рад.

12. Для дифракционной решетки с числом штрихов  $n = 600$  штрих/мм предел разрешения в спектре 1-го порядка равен  $\delta\lambda = 0,1$  нм при средней длине волны  $\lambda = 600$  нм. Изображение спектра получается с помо-

щью линзы на экране. Определите минимальный допустимый диаметр  $D_{\min}$  линзы, при котором изображение спектра может быть разрешено.

Ответ:  $D_{\min} \approx \lambda/(\delta\lambda n) = 1$  см.

**13.** Одним из условий стабильности дифракционной картины, полученной с помощью дифракционной решётки, является постоянство температуры. Оцените максимально допустимое изменение температуры  $\Delta T$  решётки, при котором еще практически полностью используется ее разрешающая способность, если фотографирование спектров ведется в 1-м порядке. Температурный коэффициент линейного расширения материала решётки  $\alpha = 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ , полное число штрихов  $N = 10^5$ .

Ответ:  $\Delta T < (Nm\alpha)^{-1} = 1$  °С.

**14.** В плоскопараллельной стеклянной пластинке с показателем преломления  $n$ , на которую нормально падает плоская волна, вырезано круглое отверстие размером в одну зону Френеля для некоторой точки  $P$ , лежащей на оси системы. Определите, при какой толщине пластинки  $h$  интенсивность  $I$  колебаний в точке  $P$  будет максимальной. Найдите  $I_{\max}$ , если в отсутствие пластинки интенсивность равна  $I_0$ . Длина волны падающего света равна  $\lambda$ .

Ответ:  $h = \lambda(2m + 1)/[2(n - 1)]$ ,  $m = 0, 1, 2$ ;  $I_{\max} = 9I_0$ .

**15.** Источник света и точка наблюдения расположены на одинаковых расстояниях от круглого отверстия в непрозрачном экране. Радиус отверстия равен радиусу 1-й зоны Френеля. Интенсивность колебаний в точке наблюдения равна  $I_0$ . Найдите интенсивность  $I$  колебаний в точке наблюдения, если посередине между источником и экраном расположить собирающую линзу, такую, что источник при этом оказывается в ее фокусе.

Ответ:  $I = 8I_0$ .

**16.** Линза с фокусным расстоянием  $F = 50$  см и диаметром  $D = 5$  см освещается параллельным монохроматическим пучком света с длиной волны  $\lambda = 630$  нм. Найдите, во сколько раз интенсивность волны  $I$  в фокусе линзы превышает интенсивность волны  $I_0$ , падающей на линзу. Оцените размер  $\rho$  пятна в фокальной плоскости.

Ответ:  $I/I_0 \approx D^4/(2\lambda F)^2 \approx 1,6 \cdot 10^7$ ;  $\rho \approx 2\lambda F/D \approx 10^{23}$  см.

**17.** Параболическое зеркало диаметром  $D = 1$  м используется как антенна для волн длиной  $\lambda = 3$  см. Оцените расстояние  $z$ , на котором следует поместить приемник для снятия диаграммы направленности.

Ответ:  $z \gg D^2/\lambda \approx 33$  м.

**18.** При аэрофотосъемке местности используется объектив с фокусным расстоянием  $F = 10$  см и диаметром  $D = 5$  см. Съемка производится на фотопленку, имеющую разрешающую способность  $R = 100$  мм<sup>-1</sup>. Определите, какие детали местности могут быть разрешены на фотографиях, если съемка производилась с высоты  $h = 10$  км.

Ответ:  $\ell_{\min} \approx 1$  м.

**19.** Объектив телескопа имеет фокусное расстояние  $F_1 = 3$  м и диаметр  $D = 15$  см. Определите максимальное фокусное расстояние  $F_2$  окуляра, при котором полностью используется разрешающая способность объектива, если диаметр зрачка глаза  $d_{3p} = 3$  мм. Предполагая, что в системе телескоп—глаз отсутствуют aberrации, оцените, на каком расстоянии  $L$  с помощью такого телескопа можно читать книгу с размером букв  $b \approx 2$  мм при  $\lambda = 500$  нм.

Ответ:  $F_2 = d_{3p}F_1/D = 6$  см;  $L \leq Db/\lambda \approx 600$  м.

**20.** (Задача-шутка) Космонавты прибыли на Луну. Чтобы сообщить об этом на Землю, они растягивают на поверхности Луны черный круглый тент. Каким должен быть радиус  $R$  этого тента, чтобы его можно было заметить с Земли в телескоп с объективом  $D = 5$  м? Влиянием атмосферы Земли пренебречь. Расстояние до Луны  $L \approx 3,8 \cdot 10^8$  м,  $\lambda = 500$  нм.

Ответ:  $R^2 > 0,01(\lambda L/D)^2$ ;  $R > 4$  м.



## 5. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

### 5.1. Введение

Основным свойством электромагнитных волн является поперечность колебаний векторов напряжённости электрического и магнитного полей по отношению к направлению распространения волны. В природе существует обширный класс электромагнитных волн, в которых колебания электрического и магнитного полей совершаются в строго определённых направлениях. Такое свойство определяет состояние поляризации электромагнитной волны.

Поляризация света — упорядоченность в ориентации векторов напряженностей электрических  $\mathbf{E}$  и магнитных  $\mathbf{H}$  полей световой волны в плоскости, перпендикулярной световому лучу. Если вектор  $\mathbf{E}$  напряженности электрического поля электромагнитной волны колеблется вдоль некоторого направления в пространстве, говорят о линейной поляризации рассматриваемой электромагнитной волны, а плоскость, в которой лежат вектор  $\mathbf{E}$  и световой луч называют плоскостью поляризации.

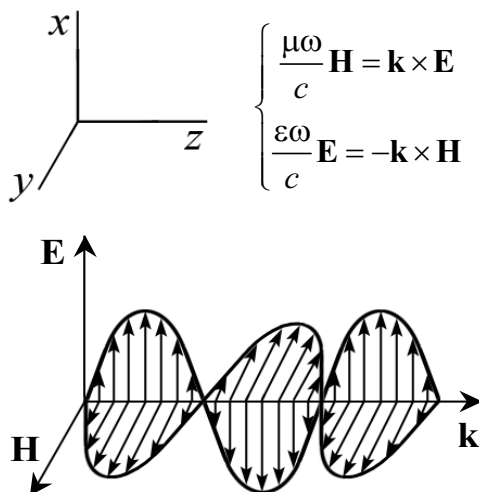
Из уравнений Максвелла следует существование полностью поляризованных электромагнитных волн, у которых по мере распространения волны вектора напряжённости электрического и магнитного полей изменяются таким образом, что траектория движения конца вектора  $\mathbf{E}$  в плоскости, поперечной направлению распространения волны, представляет собой эллипс или окружность. В этом случае говорят соответственно об эллиптической или круговой поляризации электромагнитной волны. Электромагнитная волна является полностью поляризованной в случае линейной, эллиптической и круговой поляризации.

Как правило, излучение естественных источников представляет собой пример электромагнитных волн с неопределённым состоянием поляризации — неполяризованные волны. При распространении элек-

ромагнитной волны в реальных средах возможно превращение неполяризованных волн в полностью поляризованные, и наоборот. Примером такого превращения является поляризация электромагнитной волны при отражении.

Другой практически важный способ поляризации электромагнитных волн, в частности световых волн, представляет рассматриваемое в этой главе распространение электромагнитных волн в оптически анизотропных средах, вследствие которого проходящая через кристалл волна расщепляется на две ортогонально поляризованные волны.

В явлениях поляризации света оказывается важной векторная природа световых волн. Поперечность электромагнитных волн отличает их от продольных (например, акустических) волн и заставляют вводить понятие поляризации света. Из уравнений Максвелла следует, что волновой вектор  $\mathbf{k}$ , векторы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  взаимно ортогональны и составляют правую тройку (рис. 5.1). Это позволяет ограничиться рассмотрением ориентации вектора электрической напряженности. Именно его поведение и определяет состояние поляризации света.



*Рис. 5.1. В световой волне волновой вектор  $\mathbf{k}$ , векторы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  взаимно ортогональны и составляют правую тройку векторов*

Рассмотрим круг явлений, связанных с векторным характером электрического поля световой волны и зависящих от направления колебаний электрического вектора.

## 5.2. Виды поляризации световых волн

В монохроматической световой волне электрическое поле колеблется с определенной частотой. Компоненты  $E_x$ ,  $E_y$  поля могут колебаться независимо с одной и той же частотой  $\omega$ . При этом компоненты

электрического поля в направлениях  $x$  и  $y$  могут быть записаны в виде комплексных чисел. Это удобно для явного выделения разности фаз. Рассмотрим сложение двух взаимно перпендикулярных колебаний.

На рис. 5.2 показано сложение колебаний с разными амплитудами в направлении  $x$  и  $y$ . Если колебания вдоль осей  $x$  и  $y$  совершаются в одной фазе, то вектор  $\mathbf{E}$  колеблется по прямой.

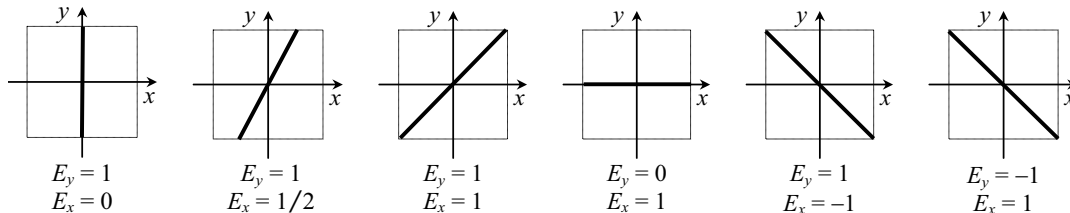


Рис. 5.2. Сложение колебаний в направлениях  $x$  и  $y$ , когда разность фаз между ними равна нулю

На рис. 5.3 показано сложение колебаний по осям  $x$  и  $y$  для разных значений сдвига фаз между ними. Во всех примерах электрический вектор описывает эллипс. Колебание по прямой – это частный случай эллиптического, когда сдвиг фаз равен нулю (или целому кратному  $\pi$ ). При равных амплитудах и сдвиге фаз на  $90^\circ$  (или нечетном числе  $\pi/2$ ) происходит движение по окружности.

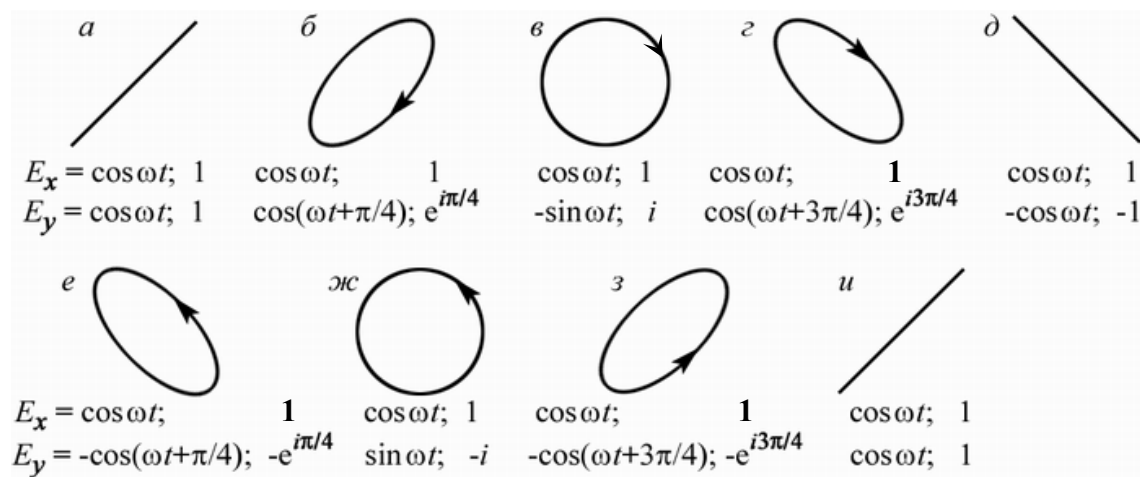


Рис. 5.3. Сложение колебаний в направлениях  $x$  и  $y$  с разными фазами.

Компоненты  $E_x$  и  $E_y$  записаны и в действительных и в комплексных обозначениях. Сложение двух взаимно перпендикулярно поляризованных волн приводит к образованию эллиптически поляризованной волны (вектор  $\mathbf{k}$  направлен от плоскости страницы к читателю)

Свет называется линейно поляризованным (иногда плоско поляризованным), если электрическое поле колеблется по прямой линии

(рис. 5.2). В этом случае вектор напряженности электрического поля и вектор скорости лежат в плоскости, фиксированной в пространстве.

Если электрический вектор описывает окружность, мы имеем круговую поляризацию. Если электрический вектор при своем движении в световой волне крутится как правосторонний винт, говорят о правой круговой поляризации. На рис. 5.3, *ж* приведен пример правой круговой поляризации, а на рис. 5.3, *в* — пример левой круговой поляризации<sup>\*)</sup>. В обоих случаях свет движется от плоскости страницы к читателю. Данное определение левой и правой круговых поляризаций согласуется с подобными определениями для всех других частиц в современной физике, для которых можно ввести понятие поляризации (например, для электронов).

Рассмотрим количественно эффекты, связанные с поляризацией света. Колебания электрического и магнитного полей происходят в направлениях, перпендикулярных направлению распространения волны: так, если волна распространяется вдоль оси  $z$  (рис. 5.4, *а*), то колебания векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$  происходят в плоскости  $xу$ , перпендикулярной оси  $z$ , во взаимно перпендикулярных направлениях.

Простейшую структуру имеет линейно поляризованная (или плоско поляризованная) волна. Ориентация вектора  $\mathbf{E}$  в такой волне сохраняется неизменной, т. е. колебания  $\mathbf{E}$  происходят в одной плоскости (например, в плоскости  $xz$  на рис. 5.4, *а*). Эта плоскость называется плоскостью колебаний (поляризации).

По причинам исторического характера под плоскостью поляризации обычно понимают плоскость, в которой лежат магнитный вектор и направление распространения волны. Чтобы избежать недоразумений, мы будем использовать термины «направление колебаний» и «плоскость колебаний», определяя их относительно электрического вектора  $\mathbf{E}$ .

Существуют, однако, волны и более сложной пространственной структуры. Из уравнений Максвелла вытекает независимость волн с компонентами  $E_x, H_y$  и  $E_y, H_x$ . Это означает, что в общем случае плоская волна может быть представлена в виде суперпозиции двух линейно поляризованных волн с взаимно перпендикулярной ориентацией одно-

---

<sup>\*)</sup> В эллиптически поляризованной волне концы векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  описывают в плоскости, перпендикулярной  $\mathbf{k}$ , эллиптические траектории, ориентированные по правому или по левому винту в направлении  $\mathbf{k}$ , как показано на рис. 5.3, *ж* и *в* (вектор  $\mathbf{k}$  направлен к читателю). Это не совпадает с терминологией, принятой в оптике, где отсчет направления вращения вектора поля ведётся в направлении  $(-\mathbf{k})$ , т. е. в направлении на источник света. В этом случае правое вращение будет левым, и наоборот.

менных полей (т. е.  $E_x \perp E_y$ ,  $H_x \perp H_y$ ). Направления векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  в результирующей волне уже не будут оставаться неизменными<sup>\*)</sup>.

Поскольку векторы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  в электромагнитной волне жестко связаны друг с другом, для описания пространственной структуры волн достаточно рассмотреть поведение только одного вектора  $\mathbf{E}$ . В оптической литературе электрический вектор  $\mathbf{E}$  часто называют световым вектором, чтобы подчеркнуть, что во многих оптических явлениях электрическое поле волны оказывает преимущественное физическое воздействие.

Рассмотрим суперпозицию плоских монохроматических волн одинаковой частоты, у которых плоскости колебаний электрических полей взаимно перпендикулярны (рис. 5.4, б).

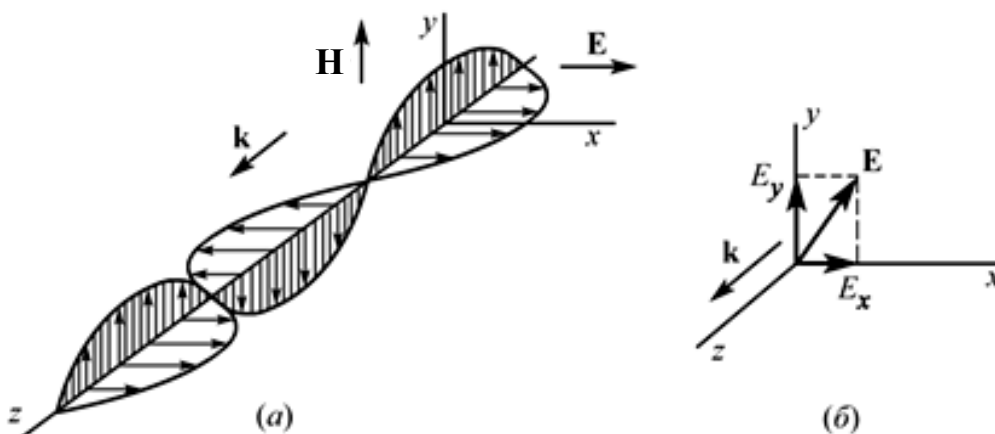


Рис. 5.4. Векторы  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{k}$  в электромагнитной линейно поляризованной волне (а); две линейно поляризованные в перпендикулярных направлениях волны (б)

Такие волны называют поляризованными во взаимно перпендикулярных направлениях. Колебания в некоторой точке пространства можно записать в виде

$$E_x = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1), \quad E_y = a_2 \cos(\omega t + \varphi_2),$$

где  $a_1$  и  $a_2$  — амплитуды колебаний электрического поля,  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  — начальные фазы. Результирующее поле  $\mathbf{E} = \mathbf{i}E_x + \mathbf{j}E_y$ , где  $\mathbf{i}$  и  $\mathbf{j}$  — единичные орты.

Уравнение  $\mathbf{E} = \mathbf{i}E_x + \mathbf{j}E_y$  определяет траекторию, по которой перемещается конец результирующего вектора  $\mathbf{E}$  в плоскости  $xu$  (плоскости волнового фронта) с той же угловой частотой  $\omega$ , с которой совершают-

<sup>\*)</sup> Здесь используется вспомогательный вектор магнитной индукции  $\mathbf{B}$ , зависящий от состояния и свойств среды:  $\mathbf{B} = \mu\mu_0\mathbf{H}$ , где  $\mathbf{H}$  — напряженность магнитного поля,  $\mu_0$  — магнитная постоянная,  $\mu$  — магнитная проницаемость среды, в которой распространяется волна.

ся исходные колебания  $E_x$  и  $E_y$ . Это уравнение является уравнением эллипса, записанным в параметрической форме (параметром служит  $t$ ). Таким образом, в общем случае монохроматическая волна является эллиптически поляризованной.

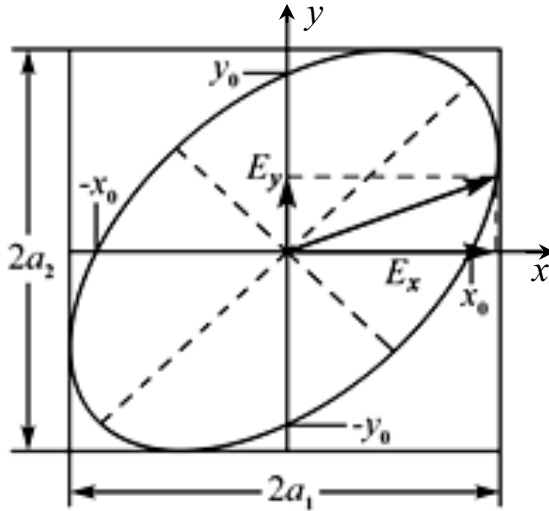


Рис. 5.5. Эллипс поляризации

Вид эллипса поляризации, т. е. его форма и ориентация относительно осей  $x$  и  $y$ , определяется значениями амплитуд  $a_1$  и  $a_2$  и разностью фаз  $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ . Эллипс поляризации вписан в прямоугольник со сторонами  $2a_1$  и  $2a_2$  (рис. 5.5).

Учитывая, что вид эллипса поляризации определяется разностью фаз  $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ , то без потери общности примем  $j\varphi_1 = 0$  и  $\Delta\varphi = \varphi_2$ . Тогда уравнения взаимно перпендикулярных колебаний описываются соотношениями:

$$E_x = a_1 \cos \omega t, \quad E_y = a_2 \cos(\omega t - \Delta\varphi).$$

Чтобы получить траекторию результирующего колебания, надо из этих уравнений исключить время  $t$ . Имеем

$$\frac{E_x}{a_1} = \cos \omega t,$$

$$\frac{E_y}{a_2} = \cos(\omega t - \Delta\varphi) = \cos \omega t \cos \Delta\varphi + \sin \omega t \sin \Delta\varphi$$

или

$$\frac{E_y}{a_2} - \frac{E_x}{a_1} \cos \Delta\varphi = \sin \omega t \sin \Delta\varphi.$$

Возводя это выражение в квадрат:

$$\frac{E_x^2}{a_1^2} \cos^2 \Delta\varphi + \frac{E_y^2}{a_2^2} - 2 \frac{E_x}{a_1} \frac{E_y}{a_2} \cos \Delta\varphi = \sin^2 \omega t \cdot \sin^2 \Delta\varphi$$

и складывая с возведенным в квадрат первым уравнением, домноженным на  $\sin^2 \Delta\varphi$ :

$$\frac{E_x^2}{a_1^2} \sin^2 \Delta\varphi = \cos^2 \omega t \cdot \sin^2 \Delta\varphi,$$

получим уравнение эллипса:

$$\frac{E_x^2}{a_1^2} + \frac{E_y^2}{a_2^2} - 2 \frac{E_x E_y}{a_1 a_2} \cos \Delta\varphi = \sin^2 \Delta\varphi,$$

из которого вытекают следующие соотношения (при  $E_y = 0$  или  $E_x = 0$ ):

$$\sin \Delta\varphi = \pm \frac{x_0}{a_1}; \quad \sin \Delta\varphi = \pm \frac{y_0}{a_2}.$$

Здесь  $x_0$  и  $y_0$  — отрезки, отсекаемые эллипсом на координатных осях  $x$  и  $y$  (см. рис. 5.5).

1. Пусть  $\Delta\varphi = 0$ . Колебания  $E_x$  и  $E_y$  — синфазны. Значения  $E_x$  и  $E_y$  в любой момент времени прямо пропорциональны:

$$\frac{E_x}{E_y} = \frac{a_1}{a_2}.$$

Эллипс поляризации вырождается в отрезок прямой, совпадающей с диагональю прямоугольника, которая проходит по первому и третьему квадрантам. Результирующая волна оказывается линейно поляризованной.

2. Пусть  $\Delta\varphi = \pm\pi$ . В этом случае

$$\frac{E_x}{E_y} = -\frac{a_1}{a_2}.$$

Колебания  $E_x$  и  $E_y$  — противофазны. Результирующая волна линейно поляризована, но теперь направление колебаний совпадает с диагональю, проходящей по второму и четвертому квадрантам. Таким образом, при  $\Delta\varphi = 0, \pm\pi$  уравнение эллипса вырождается в уравнение прямых линий.

3. Пусть  $\Delta\varphi = \pm\pi/2$ . В этом случае главные оси эллипса поляризации совпадают с координатными осями  $x$  и  $y$ . При  $\Delta\varphi = +\pi/2$  конец результирующего вектора движется по эллипсу против часовой стрелки, если смотреть навстречу распространяющейся волне (такую волну называют левополяризованной), а при  $\Delta\varphi = -\pi/2$  — по часовой стрелке (правополяризованная волна). Если амплитуды колебаний  $a_1$  и  $a_2$  одинаковы, эллипс поляризации вырождается в окружность, и мы получим волну, поляризованную по левому или правому кругу. Такие волны

называют также циркулярно поляризованными. Характерные случаи поляризации волн изображены на рис. 5.6.

В случае  $\Delta\varphi = \pm\pi/2$  получим уравнение эллипса в главных осях:

$$\frac{E_x^2}{a_1^2} + \frac{E_y^2}{a_2^2} = 1; \text{ или при } a_1 = a_2 = a.$$

Таким образом, линейная и круговая поляризация являются частными случаями эллиптической поляризации волн.

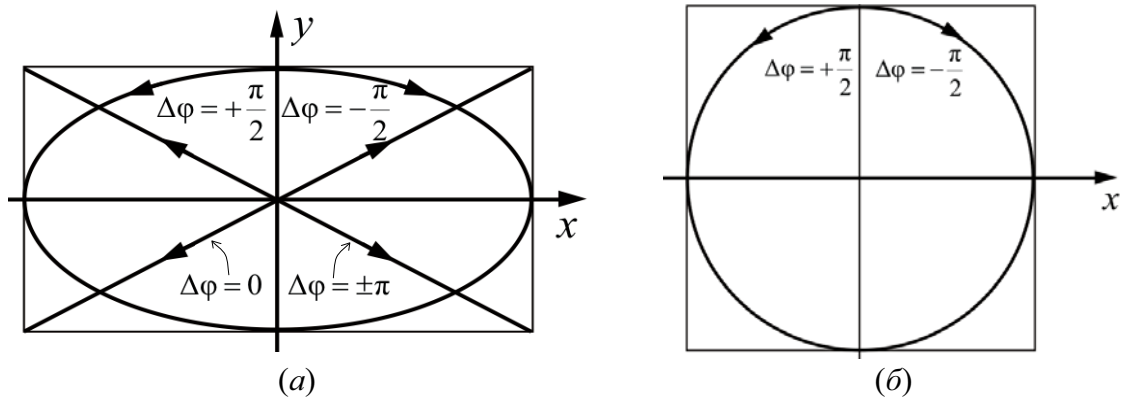


Рис. 5.6. Линейная, эллиптическая (а) и круговая (б) поляризации света

Конец электрического вектора  $\mathbf{E}$  движется по эллипсу поляризации с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Полный оборот вектора  $\mathbf{E}$  происходит за период светового колебания  $T = 2\pi/\omega$ .

Пространственную структуру эллиптически поляризованных волн поясняет рис. 5.7.

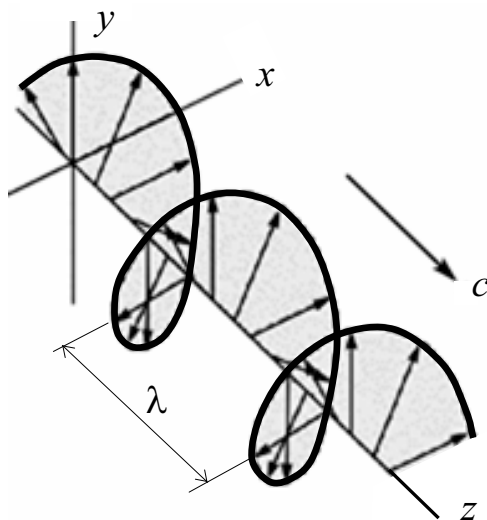


Рис. 5.7. Электрическое поле  $\mathbf{E}$  в эллиптически поляризованной волне

Винтовая линия, изображенная на этом рисунке, есть геометрическое место концов вектора  $\mathbf{E}$ , относящихся к различным значениям  $z$  в один и тот же момент времени  $t$ . Шаг винта равен длине волны  $\lambda$ . С изменением  $t$  эта винтовая линия, недеформируясь, перемещается со ско-



ростью света в направлении распространения волны. При этом при каждом фиксированном значении  $z = z_0$  мы получим поле  $\mathbf{E}$ , вращающееся по часовой стрелке (если смотреть навстречу волне).

Как показывает опыт, реальные световые волны во многих случаях можно описывать с помощью рассмотренных выше моделей эллиптически поляризованных волн. Однако, наряду с этим, свет реальных источников обычно не обнаруживает признаков поляризации. Такой свет называют неполяризованным (или естественным).

В естественном свете вектор  $\mathbf{E}$  испытывает беспорядочные (хаотические) изменения по направлению и величине в плоскости  $xu$ , при этом все направления вектора  $\mathbf{E}$  в среднем оказываются равноправными. Неполяризованную волну можно рассматривать как результат суперпозиции двух линейно поляризованных волн с той лишь разницей, что теперь разность фаз  $\Delta\varphi$  и амплитуды волн  $a_1$  и  $a_2$  хаотически изменяются во времени. Это приводит к тому, что различные эллипсы поляризации беспорядочно сменяют друг друга, что в конечном счете и приводит к осевой симметрии волны. Таким образом, для описания неполяризованного света необходимы статистические представления. В эллиптически поляризованной волне  $E_x(t)$  и  $E_y(t)$  представляют собой строго когерентные колебания, в то время как в неполяризованной волне  $E_x(t)$  и  $E_y(t)$  — некогерентны. Поскольку на интервалах времени порядка (или меньше) времени когерентности  $\tau_0$  колебания можно приближенно рассматривать как гармонические (в оптике обычно  $\tau_0 \gg T = 2\pi/\omega$ ), то на этих интервалах неполяризованный свет очень похож на эллиптически поляризованный. Однако ориентация и масштаб эллипса поляризации испытывают хаотические изменения и при времени наблюдения  $\Delta t \geq \tau_0$  возникает в среднем симметричное по всем направлениям в плоскости  $xu$  распределение для вектора  $\mathbf{E}$ .

Линейная, круговая и эллиптическая поляризации света описывают все возможные случаи состояния света, кроме неполяризованного света. Неполяризованный свет получается в случае не вполне монохроматического излучения, когда сдвиг фаз  $x$ - и  $y$ -колебаний непостоянен, электрический вектор колеблется произвольным образом и поляризация света все время меняется. Один атом излучает свет за  $\sim 10^{-8}$  с. Если атомы излучают свет с разной поляризацией, то поляризация в пучке света меняется через каждые  $10^{-8}$  с. Такое быстрое изменение поляризации света трудно измерить, и в этом случае говорят о неполяризованном свете, поскольку эффекты поляризации усредняются и сводятся к нулю.

Таким образом, можно сказать, что неполяризованный свет является хаотически эллиптически поляризованным.

Отметим в заключение, что поляризация – свойство поперечных волн. Понятие поляризации продольных волн (например, звуковых волн в воздухе) лишено физического содержания. Впервые догадку о поперечности световых волн высказал Т. Юнг (1816). Френель, независимо от Юнга, также выдвинул концепцию поперечности световых волн, обосновал ее многочисленными экспериментами и создал теорию двойного лучепреломления света в кристаллах.

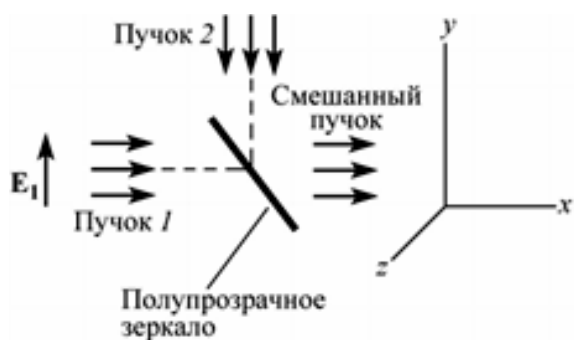


Рис. 5.8. Два пучка поляризованного света смешиваются с помощью полупрозрачного зеркала. Поле  $E_2$  направлено из плоскости чертежа параллельно оси  $z$

Рассмотрим в качестве примера два когерентных пучка, которые совмещаются с помощью полупрозрачного зеркала (рис. 5.8). Пучок 1 поляризован вертикально (вектор  $E_1$  расположен в плоскости  $xy$ ), а пучок 2 – горизонтально (вектор  $E_2$  расположен в плоскости  $xz$ ). Определим поляризацию результирующего пучка, если разность фаз  $\Delta\varphi$  между пучками равна нулю или  $\Delta\varphi = \pi/2$  и  $E_{10} = E_{20}$ .

Запишем волны как  $E_1 = E_{10}\cos(\omega t - kx)$  и  $E_2 = E_{20}\cos(\omega t - kx)$ . Направления полей  $E_{10}$  и  $E_{20}$  образуют прямой угол (рис. 5.9). Так как в этом случае  $\Delta\varphi = 0$ , то вектор результирующего электрического поля  $E$  всегда расположен в плоскости поляризации, которая составляет угол  $\alpha$  с вертикалью, причем  $\text{tg}\alpha = E_{20}/E_{10}$ . Если  $E_{20} = E_{10}$ , то  $\alpha = 45^\circ$ . Следовательно, результирующий пучок света является плоско поляризованным, причем плоскость поляризации составляет угол  $45^\circ$  с вертикалью.

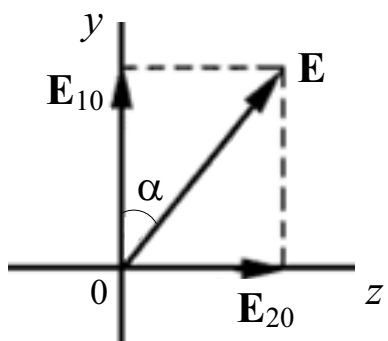


Рис. 5.9. Проекция на плоскость  $yz$  полей, показанных на рис. 5.8

Если два пучка сдвинуты по фазе на  $\Delta\varphi = \pi/2$ , то при  $x = 0$  мы имеем

$$E_y = E_{10} \cos \omega t \text{ и } E_z = E_{20} \cos(\omega t - \pi/2).$$

Результирующий вектор  $\mathbf{E}$  остается постоянным по величине и вращается по часовой стрелке вокруг оси  $x$ , совершая один оборот за период колебаний  $T = 2\pi/\omega$ .

Такая поляризация, как отмечалось выше, называется правой круговой (если смотреть в направлении на источник света). Если вектор  $\mathbf{E}$  вращается против часовой стрелки, то поляризация называется левой круговой.

В некоторых отношениях свет с круговой поляризацией ведет себя как неполяризованный. Однако если смешать пучки одинаковой интенсивности, один из которых имеет левую, а другой — правую круговую поляризацию, то в результате мы получим плоско поляризованный пучок. Ясно, что это не может произойти, если использовать неполяризованный свет. Круговая поляризация встречается и в природе. Оказалось, что отдельные фотоны имеют круговую поляризацию.

### 5.3. Поляризаторы

Большинство источников испускает некогерентный, неполяризованный свет. Пучок неполяризованного света можно поляризовать, если пропустить его через поляризатор.

Поляризатор — устройство для получения полностью или (реже) частично поляризованного оптического излучения и излучения с произвольными поляризационными характеристиками. Действие линейных поляризаторов, дающих плоско поляризованный свет, основывается на одном из трёх физических явлений: линейный дихроизм (п. 5.4), поляризация света при отражении (п. 5.5) и двойное лучепреломление (п. 5.7).

Экран, изготовленный из тонких параллельных проволочек, является прекрасным поляризатором для микроволн, как это видно из рис. 5.10. Если пучок микроволнового излучения поляризован вертикально и проволочки также натянуты вертикально, как на рис. 5.10, *a*, то в каждой проволочке индуцируется ток  $\mathbf{j}$ . Индуцированный ток излучает поле  $\Delta\mathbf{E} = -\mathbf{E}_{\text{пад}}$ . Поэтому справа от поляризатора результирующее поле  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\text{пад}} + \Delta\mathbf{E} = 0$ . Следовательно, при такой ориентации поляризатор ведет себя аналогично идеальному отражателю, который не пропускает пучок. Если же проволочки перпендикулярны  $\mathbf{E}_{\text{пад}}$ , то вер-

тикальным токам «негде» индуцироваться. Поэтому не возникает дополнительного излучения и падающая волна проходит без искажений.

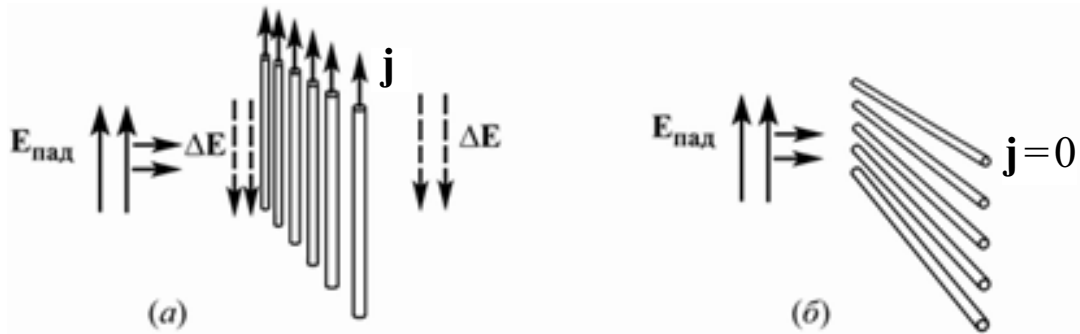


Рис. 5.10. Электромагнитная волна с вертикальной поляризацией, падающая на экран из параллельных проволочек: экран с вертикальными проволочками отражает волну (а); экран с горизонтальными проволочками не отражает волну, и она проходит через экран без ослабления (б)

Примем за ось поляризатора на рис. 5.10 перпендикуляр к линии, в направлении которой расположены проволочки. Из рис. 5.11 видно, что если ось поляризатора составляет угол  $\alpha$  с направлением  $\mathbf{E}_{\text{пад}}$ , то поляризатор будет излучать поле  $\Delta\mathbf{E}$  под прямым углом к оси. Поскольку  $\Delta\mathbf{E}$  компенсирует составляющую  $\mathbf{E}_{\text{пад}}$  в этом направлении, то результирующее поле  $\mathbf{E}'$  будет представлять собой составляющую поля  $\mathbf{E}_{\text{пад}}$ , параллельную оси, и, следовательно,

$$E' = E_{\text{пад}} \cos \alpha$$

или

$$I' = I_{\text{пад}} \cos^2 \alpha.$$

В случае идеального поляризатора интенсивность пропорциональна  $\cos^2 \alpha$ , где  $\alpha$  – угол между плоскостью поляризации света и осью поляризатора. Поляризатор пропускает максимум интенсивности в том случае, когда его ось направлена вдоль плоскости поляризации. Любое излучение после прохождения поляризатора оказывается плоско поляризованным в направлении оси поляризатора.

На этом же принципе основано действие светового поляроидного фильтра. Поляроид изготавливают в виде тонкой прозрачной пленки из пластмассы, которая состоит из длинных параллельных цепочек линейных полимерных молекул, вдоль которых может течь электрический ток. В качестве естественных поляризаторов в электромагнитных волн, и, в частности, света на практике широко используются кристаллы из тонкого слоя маленьких кристаллов герпатита (соль йода и хинина), выстроенных своими осями параллельно друг к другу.

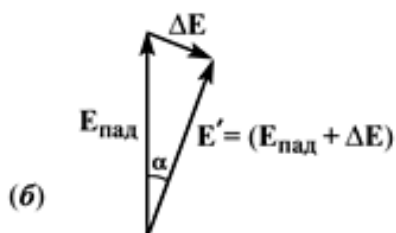


Рис. 5.11. Вид в поперечном сечении пучка (пучок входит в плоскость чертежа) (а); вектор вертикальной поляризации пучка  $E_{\text{пад}}$  составляет угол  $\alpha$  с осью поляризатора из прямолнейных проволочек, которые излучают поле  $\Delta E$ ; результирующее поле  $E'$  за проволочками (б)

Следовательно, поляроид представляет собой микроскопическую разновидность поляризатора с параллельными проволочками. Ось поляроидного фильтра, разумеется, перпендикулярна молекулярным цепочкам. В случае неполяризованного света составляющие поля  $E$ , параллельные молекулярным цепочкам, поглощаются. После прохождения поляроидного фильтра в пучке остаются лишь те составляющие поля  $E$ , которые параллельны оси поляроида.

Если за первым поляроидом поместить второй, причем таким образом, чтобы их оси были взаимно перпендикулярны, как показано на рис. 5.12, а, то пучок полностью поглотится и из второго поляроида по существу свет не выйдет.

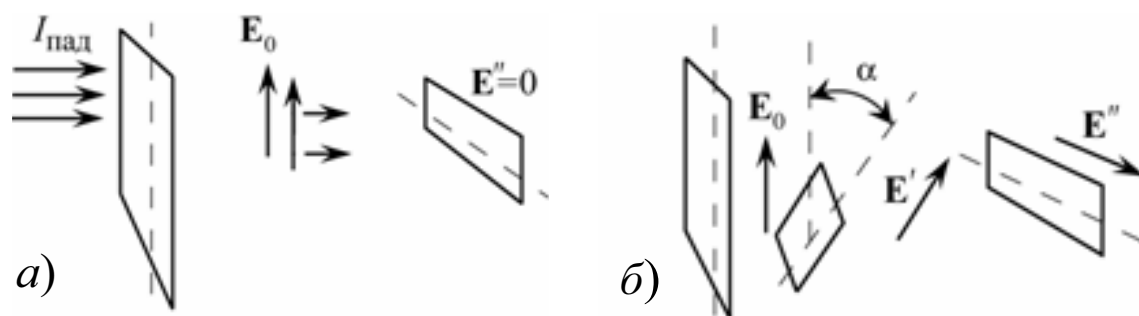


Рис. 5.12. Два взаимно перпендикулярных поляроида полностью гасят свет (а); свет появляется, когда между ними помещают третий поляроид (б)

Если теперь между двумя скрещенными поляроидами поместить третий, как показано на рис. 5.12, б, то свет снова появится там, где его прежде не было! Каким образом дополнительный поляроид «создает» свет? Чтобы объяснить это, предположим, что на средний поляроид па-

дает свет, интенсивность которого  $I_0 = I_{\text{пад}}/2$ . За вторым поляроидом свет будет поляризован под углом  $\alpha$  и иметь интенсивность  $I' = I_0 \cos^2 \alpha$ . Ось последнего поляроида составляет угол  $(\pi/2 - \alpha)$  с плоскостью поляризации света. Следовательно, за третьим поляроидом интенсивность поляризованного света

$$I'' = I' \cos^2(\frac{\pi}{2} - \alpha) = (I_0 \cos^2 \alpha) \cos^2(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \frac{I_0}{4} \sin^2 2\alpha.$$

Это выражение имеет максимальное значение при  $\alpha = 45^\circ$ , причем в случае идеальных поляроидов окончательная интенсивность составляет  $1/8$  от  $I_{\text{пад}}$ .

Экран с проводящими полосками, ориентированными в определенном направлении, можно рассматривать как физический прибор, с помощью которого из неполяризованной электромагнитной волны получается поляризованная волна в направлении, перпендикулярном направлению ориентации полосок. Устройства такого рода получили название поляризаторов или поляроидов. При вращении экрана с проводящими полосками интенсивность линейно поляризованной электромагнитной волны, в соответствии с выражением для  $I''$ , будет изменяться от некоторого максимального значения, когда полоски перпендикулярны вектору напряженности  $\mathbf{E}$  электрического поля освещающей экран электромагнитной волны, до минимального, равного нулю, когда полоски параллельны  $\mathbf{E}$ .

Степень поляризации электромагнитных (световых) волн. Поляризаторы, в которых происходит полное поглощение электромагнитных волн, поляризованных перпендикулярно плоскости поляризатора, называют идеальными или просто поляризаторами. Если же полного поглощения нет, то поляризатор называют несовершенным.

Состояние поляризации произвольной электромагнитной волны задаётся степенью поляризации  $P$ . Для определения степени поляризации электромагнитной волны ее пропускают через поляризатор, в котором можно менять ориентацию плоскости поляризатора, например с помощью поворота поляризатора относительно направления распространения исследуемой электромагнитной волны. В двух взаимно ортогональных ориентациях плоскости поляризатора будут дважды отмечены максимальное  $I_{\text{max}}$  и минимальное  $I_{\text{min}}$  значения интенсивности проходящей поляризатор электромагнитной волны. Измеренные максимальное и минимальное значения интенсивности электромагнитной волны, прошедшей через поляризатор при различных ориентациях его

плоскости, определяют степень поляризации электромагнитной волны с помощью следующего выражения:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}.$$

Для линейно поляризованного света  $P = 1$ , поскольку  $I_{\min} = 0$ . Для неполяризованного света  $P = 0$ , поскольку  $I_{\max} = I_{\min}$ .

## 5.4. Закон Малюса

Закон Малюса: интенсивность  $I$  линейно поляризованного света после прохождения анализатора уменьшается пропорционально  $\cos^2\varphi$ , т. е.  $I = I_0 \cos^2\varphi$ , где  $\varphi$  – угол, образованный плоскостями поляризации света и прибора,  $I_0$  – интенсивность падающего на анализатор света. Установлен Э.Л. Малюсом (E.L. Malus) в 1810 г.

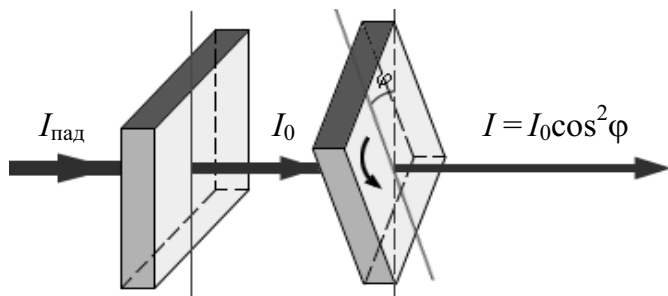


Рис. 5.13. Иллюстрация к закону Малюса

В опытах Малюса свет последовательно пропускался через две одинаковые пластинки из турмалина (прозрачное кристаллическое вещество зеленоватой окраски). Пластинки могли поворачиваться относительно друг друга на произвольный угол  $\varphi$  (рис. 5.13). Интенсивность прошедшего света оказалась прямо пропорциональной  $\cos^2\varphi$ :  $I \sim \cos^2\varphi$ .

Ни двойное лучепреломление, ни закон Малюса не могут найти объяснение в рамках теории продольных волн. Для продольных волн направление распространения луча является осью симметрии. В продольной волне все направления в плоскости, перпендикулярной лучу, равноправны. В поперечной волне (например, в волне, бегущей по резиновому жгуту) направление колебаний и перпендикулярное ему направление не равноправны (рис. 5.14).

В каждый момент времени вектор  $\mathbf{E}$  может быть спроектирован на две взаимно перпендикулярные оси (рис. 5.15).

Это означает, что любую волну (поляризованную и неполяризованную) можно представить как суперпозицию двух линейно поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях волн:

$\mathbf{E}(t) = \mathbf{i}E_x(t) + \mathbf{j}E_y(t)$ . Но в поляризованной волне обе составляющие  $E_x(t)$  и  $E_y(t)$  когерентны, а в неполяризованной — некогерентны, т. е. в первом случае разность фаз между  $E_x(t)$  и  $E_y(t)$  постоянна, а во втором она является случайной функцией времени.

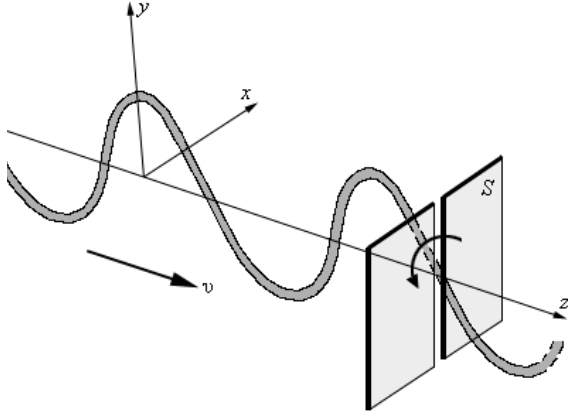


Рис. 5.14. Поперечная волна в резиновом жгуте. Частицы жгута колеблются вдоль оси  $y$ . Поворот щели  $S$  на  $90^\circ$  вызовет затухание волны

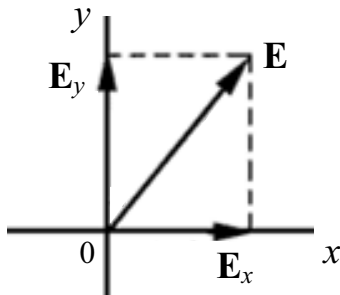


Рис. 5.15. Разложение вектора  $\mathbf{E}$  по осям  $x$  и  $y$  (ось  $z$  направлена к нам)

С помощью разложения вектора  $\mathbf{E}$  на составляющие по осям можно объяснить закон Малюса (рис. 5.15).

У многих кристаллов поглощение света сильно зависит от направления электрического вектора в световой волне. Это явление называют дихроизмом. Таким свойством обладают пластины турмалина, использованные в опытах Малюса.

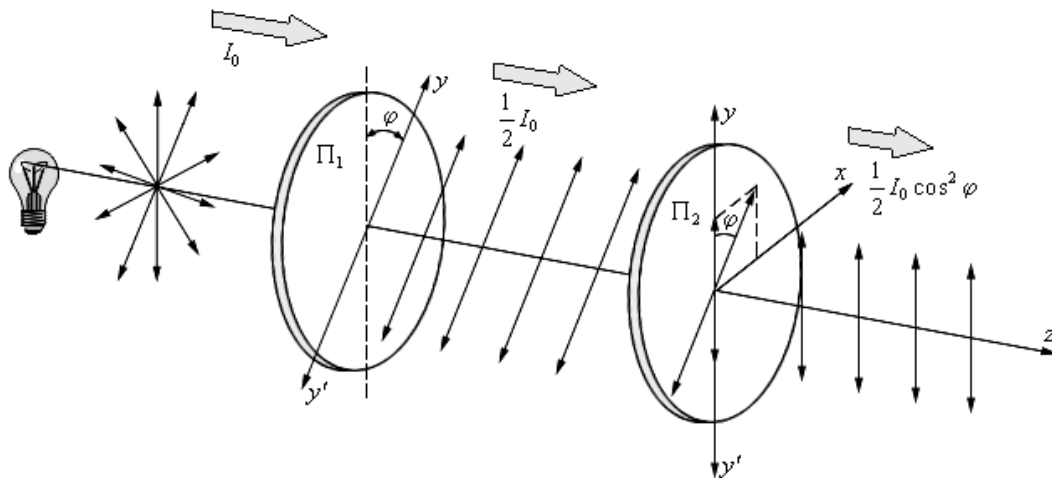


Рис. 5.16. Прохождение естественного света через два идеальных поляроида.  $yy'$  — разрешенные направления поляроидов (оси поляроидов)



Рассмотрим прохождение естественного света последовательно через два идеальных поляроида  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  (рис. 5.16), разрешенные направления (оси поляроидов) которых развернуты на некоторый угол  $\varphi$ . Первый поляроид играет роль поляризатора. Он превращает естественный свет в линейно поляризованный. Второй поляроид служит для анализа падающего на него света.

Обозначим амплитуду линейно поляризованной волны после прохождения света через первый поляроид  $E_0 = (I_0/2)^{1/2}$ . Волна, пропущенная вторым поляроидом, будет иметь амплитуду  $E = E_0 \cos \varphi$ . Интенсивность  $I$  линейно поляризованной волны на выходе из второго поляроида будет равна:

$$I = E^2 = E_0^2 \cos^2 \varphi = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \varphi.$$

Таким образом, в электромагнитной теории света закон Малюса находит естественное объяснение на основе разложения вектора  $\mathbf{E}$  на составляющие.

В качестве примера рассмотрим поляризованный монохроматический свет, падающий на двойную щель (рис. 5.17). Свет поляризован в направлении вектора  $\mathbf{i} + \mathbf{j}$  (т. е. в направлении оси, проходящей посередине между осями  $x$  и  $y$ ). Если в щелях нет поляроидов, то мы наблюдаем на экране стандартную интерференционную картину от двух щелей. Затем щель 1 закрывают поляроидом с горизонтальной осью, а щель 2 — поляроидом с вертикальной осью. Пусть  $I_0$  интенсивность света на экране в случае, когда открыта либо щель 1, либо щель 2 (каждая со своим поляроидом). В точках экрана  $a, b, c, d$  и  $e$  разности хода таковы, что величина  $k(r_1 - r_2)$  равна, соответственно,  $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ , и  $2\pi$ . Определим интенсивности и поляризации света в этих точках.

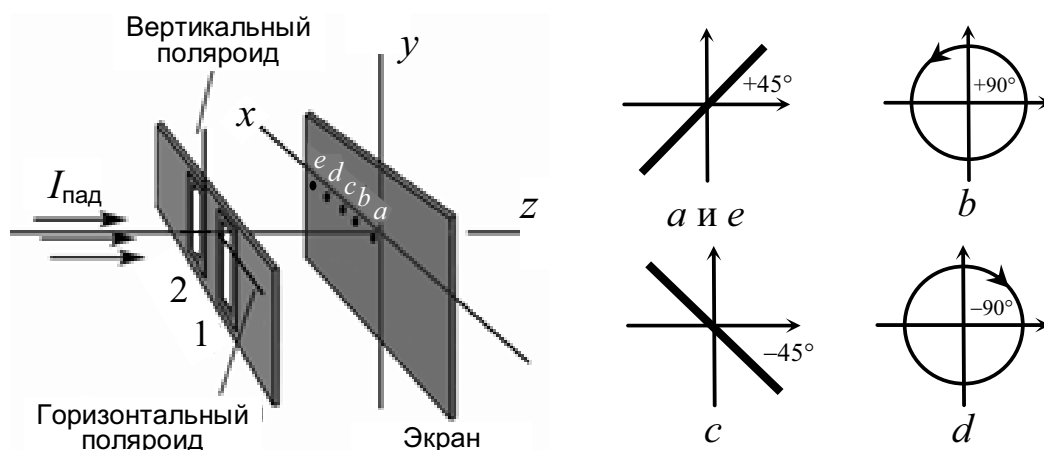


Рис. 5.17. Устройство для получения интерференции от двух щелей. Щели 1 и 2 закрываются, соответственно, горизонтальным и вертикальным поляроидами. Вид и направление поляризации в точках  $a, b, c, d, e$  экрана

Электрическое поле от щели 1 записывается в виде  $\mathbf{i}E_0\cos(\omega t - kr_1)$ , а поле от щели 2 — в виде  $\mathbf{j}E_0\cos(\omega t - kr_2)$ , следовательно, в точке  $a$  имеем (считаем, что  $r_2 = r_1$ ):

$$\mathbf{E} = \mathbf{i}E_0\cos(\omega t - kr_1) + \mathbf{j}E_0\cos(\omega t - kr_1).$$

Таким образом,  $E = \sqrt{2}E_0\cos(\omega t - kr_1)$ . Это поле направлено под углом  $45^\circ$  к вертикали. Направление поляризации задается вектором  $\mathbf{i} + \mathbf{j}$ . Будем полагать, что оно соответствует углу  $+45^\circ$ . Интенсивность  $E^2 = 2E_0^2\cos^2(\omega t - kr_1)$ , что в два раза превышает интенсивность от одной щели.

В точке  $e$  оба луча оказываются в фазе ( $kr_1 - kr_2 = 2\pi$ ), и мы получаем ту же интенсивность, что и в точке  $a$ .

В точке  $c$  фазы у составляющих электрического поля от щелей 1, 2 сдвинуты на угол  $180^\circ$ ,  $kr_1 - kr_2 = \pi$ . В этом случае

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= \mathbf{i}E_0\cos(\omega t - kr_1) - \mathbf{j}E_0\cos(\omega t - kr_1), \\ E &= \sqrt{2}E_0\cos(\omega t - kr_1).\end{aligned}$$

Поляризация направлена вдоль вектора  $\mathbf{i} - \mathbf{j}$ . Припишем этому направлению угол  $-45^\circ$ . (Мы определили момент времени  $t = 0$  как время, когда амплитуда от щели 1 максимальна.) В данном случае интенсивность снова вдвое больше интенсивности от одной щели, однако направление поляризации перпендикулярно поляризации в точках  $a$  и  $e$ .

В точке  $b$  и  $d$  обе волны сдвинуты по фазе на  $\pi/2$  и  $3\pi/2$ , и мы вновь имеем ту же ситуацию, что и на рис. 5.6, а именно волну с круговой поляризацией, у которой  $\langle E^2 \rangle = E_0^2$ . Поскольку усреднение по времени дает в случае одной щели  $\langle E^2 \rangle = E_0^2/2$ , средняя интенсивность также вдвое превышает интенсивность от одной щели.

Пусть на щели 1 и 2 падает монохроматическая неполяризованная волна (рис. 5.17). Тогда в плоскости экрана электрическое поле от щели 1 записывается в виде  $\mathbf{i}E_0\cos(\omega t - kr_1)$ , а поле от щели 2 — в виде  $\mathbf{j}E_0\cos(\omega t - kr_2)$ , где  $r_1$  и  $r_2$  — расстояние от щелей 1 и 2 до точки наблюдения. Следовательно, в произвольной точке экрана на оси  $x$  результирующее электрическое поле  $\mathbf{E}$  равно векторной сумме двух когерентных волн, линейно поляризованных вдоль осей  $x$  и  $y$ :

$$\mathbf{E} = \mathbf{i}E_0\cos(\omega t - kr_1) + \mathbf{j}E_0\cos(\omega t - kr_2).$$

Так как ортогональные колебания не интерферируют, то результирующее электрическое поле от взаимно перпендикулярных волн равно

$$E^2 = E_0^2 \cos^2(\omega t - kr_1) + E_0^2 \cos^2(\omega t - kr_2).$$

Интенсивность в рассматриваемой точке экрана равна усредненному по времени квадрату электрического поля:

$$I = \langle E^2 \rangle = E_0^2 \langle \cos^2(\omega t - kr_1) \rangle + E_0^2 \langle \cos^2(\omega t - kr_2) \rangle.$$

Учитывая, что для любой фазы среднее за период  $T$  значение квадрата косинуса равно

$$\left\langle \cos^2 \left( \frac{2\pi}{T} t \right) \right\rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2 \left( \frac{2\pi}{T} t \right) dt = \frac{1}{2},$$

получим, что в любой точке экрана вблизи начала координат (рис. 5.17), в частности в точках  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  и  $e$ , интенсивность света от взаимно перпендикулярных волн одинакова:

$$I = E_0^2/2 + E_0^2/2 = E_0^2,$$

а вклад в интенсивность каждой из щелей равен  $I_0 = E_0^2/2$ .

При этом в точках экрана  $a$ ,  $c$  и  $e$  поле линейно поляризовано. В точках  $a$  и  $e$  плоскость поляризации задается вектором  $(\mathbf{i} + \mathbf{j})$  и поле направлено под углом  $+45^\circ$  к вертикали, поскольку в точке  $a$ :  $kr_1 = kr_2$ , а для точки  $e$ :  $(kr_1 - kr_2) = 2\pi$ . В точке  $c$  плоскость поляризации задается вектором  $(\mathbf{i} - \mathbf{j})$ , волны в эту точку приходят в противофазе ( $kr_1 - kr_2 = \pi$ ) и поле направлено под углом  $-45^\circ$ . В точке  $b$  обе волны сдвинуты по фазе на  $\pi/2$ , в  $d$  на  $3\pi/2$ , и при их сложении получаем волны с правой и левой круговой поляризацией.

Мы показали в данном примере, что интенсивность распределена по экрану равномерно, но поляризация из плоской под углом  $+45^\circ$  ( $a$ ) становится круговой ( $b$ ), затем снова плоской под углом  $-45^\circ$  ( $c$ ), опять круговой ( $d$ ), потом плоской под углом  $+45^\circ$  ( $e$ ) и т. д. по мере перемещения по экрану.

Рассмотрим еще два случая. В первом: непосредственно перед экраном (см. рис. 5.17) располагается еще один поляроид с горизонтально направленной осью. Во втором: непосредственно перед экраном помещен поляроид, ось которого направлена под углом  $+45^\circ$  (в направлении оси, идущей посередине между осями  $x$  и  $y$ ). Определим распределение интенсивности на экране в этих двух случаях.

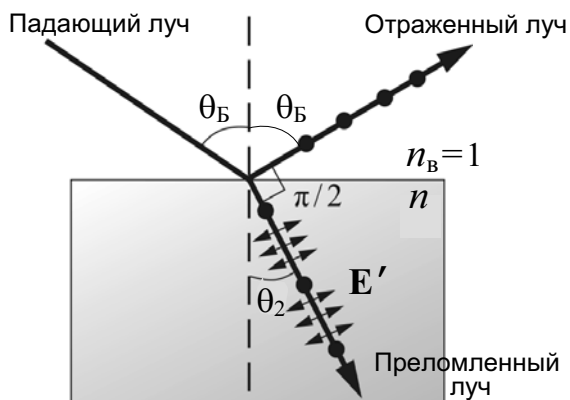
1. В произвольной точке экрана на расстоянии  $r$  от щели 1 мы имеем  $\mathbf{E} = \mathbf{i}E_0\cos(\omega t - kr)$  и  $E^2 = E_0^2\cos^2(\omega t - kr)$ . Такое распределение интенсивности получается от одной щели 1 (в отсутствие поляроида), рис. 5.17. Свет от щели 2 поглощается поляроидом и не может попасть на экран. Если же на экране появляется свет, то мы знаем, что он пришел от щели 1.
2. В точках  $a$  и  $e$  экрана излучение поляризовано в плоскости, параллельной оси поляроида, а в точке  $c$  — в плоскости, перпендикулярной оси поляроида. Интенсивность равна  $2I_0$  в точках  $a$  и  $e$ , нулю в

точке  $c$  и  $I_0$  в точках  $b$  и  $d$ . Это классическая интерференционная картина от двух щелей, при которой каждая из щелей сама по себе обеспечивает интенсивность  $I_0/2$ .

Из рассмотренных примеров следует, что, зная ориентацию поляроида перед экраном, можно сказать, через какую из щелей прошел свет. В зависимости от того, горизонтальна или вертикальна ось поляроида, можно утверждать, что свет прошел через щель 1 или щель 2. Однако если ось поляроида ориентирована под углом  $+45^\circ$  или  $-45^\circ$ , то информация о поляризации света в щели утрачивается и уже нельзя выяснить, через какую из щелей прошел свет. В случае  $\pm 45^\circ$  мы имеем классическую интерференционную картину от двух щелей, однако при горизонтальной и вертикальной ориентациях интерференционная картина исчезает.

## 5.5. Поляризация при отражении

Интересное поляризационное явление возникает при отражении света от диэлектрической поверхности. При отражении от стекла свет может поляризоваться. На опыте Брюстер показал, что отраженный от поверхности свет полностью поляризован, если отраженный и преломленный в среде лучи образуют прямой угол. Этот случай показан на рис. 5.18.



*Рис. 5.18. Изменение поляризации при отражении. Отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны, т. е. направление поля  $E'$  совпадает с направлением отраженного луча*

Если пучок света падает под некоторым углом  $\theta_1$  на непроводящую среду, то часть света отражается под тем же углом, а часть преломляется, согласно закону Снеллиуса, под углом  $\theta_2$ :  $\sin\theta_1/\sin\theta_2 = n$ .

Из рис. 5.18 видно, что только колебания, перпендикулярные плоскости страницы, дают излучение в направлении отраженного луча, а, следовательно, отраженный луч поляризован перпендикулярно плоскости падения. Если падающий луч поляризован в плоскости падения, отраженного луча не будет совсем.

Отраженный свет может испускаться только благодаря колебаниям электронов атомов непроводящей среды. Благодаря наличию в формуле для напряженности электрического поля ускоренно движущегося заряда множителя  $\sin\theta$ , где  $\theta$  — угол между направлением к наблюдателю и вектором ускорения, электроны не испускают излучения в направлении своего движения.

Если падающий свет поляризован в плоскости падения, то электроны будут колебаться в направлении  $\mathbf{E}'$ . В этом случае свет не будет отражаться, поскольку отраженный луч оказался бы направленным вдоль линии движения электронов. Однако если падающий свет на рисунке поляризован перпендикулярно плоскости чертежа, то отражение допустимо. На рис. 5.18  $\theta_b + \theta_2 = \pi/2$ . Подставляя в закон Снеллиуса вместо  $\theta_2$  величину  $\pi/2 - \theta_b$ , получаем

$$\frac{\sin \theta_b}{\sin(\pi/2 - \theta_b)} = n, \text{ или } \operatorname{tg} \theta_b = n \text{ (закон Брюстера),}$$

где  $\theta_b$  — угол Брюстера — угол падения светового луча, при котором отражённый от диэлектрика свет полностью поляризован.

Мы видим, что если неполяризованный свет падает под углом Брюстера, то отраженный свет должен быть поляризован перпендикулярно плоскости страницы. Это условие возникновения полной поляризации при отражении называется законом Брюстера.

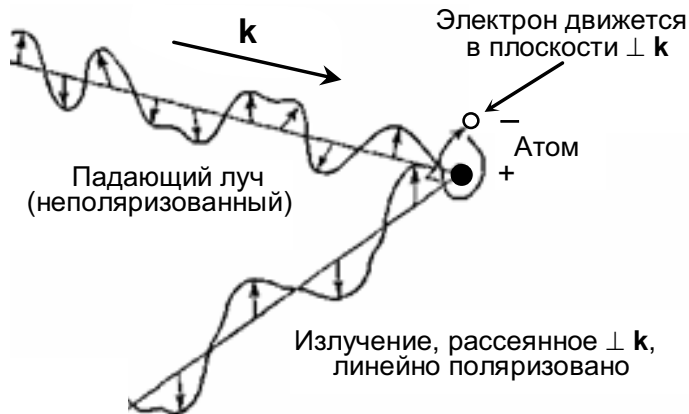
Показатель преломления воды равен 1,33. Определим, под каким углом полностью исчезает отражение от поверхности воды, если использовать поляроид, и как направлена при этом ось поляроида — горизонтально или вертикально.

В данном случае  $\operatorname{tg} \theta_b = 1,33$ , т. е.  $\theta_b = 53^\circ$ . Поскольку свет будет поляризован горизонтально, ось поляроида должна быть направлена вертикально. В этом случае, если Солнце стоит над горизонтом под углом  $37^\circ$ , поляроид погасит его отражение от гладкой поверхности воды.

Свет, отраженный от поверхности металлов (в том числе от зеркал — ведь каждое зеркало покрыто тонким слоем металла), не поляризован. Это связано с высокой проводимостью металлов, с тем, что в них очень много свободных электронов. Отражение электромагнитных волн от таких поверхностей происходит иначе, чем от поверхностей диэлектрических, непроводящих.

## 5.6. Поляризация рассеянного света

Примером поляризационных явлений служит рассеяние света. Рассмотрим проходящий в воздухе пучок солнечного света. Электрическое поле возбуждает колебания зарядов в воздухе, и в результате этих колебаний излучается свет, интенсивность которого максимальна в плоскости, перпендикулярной движению зарядов.



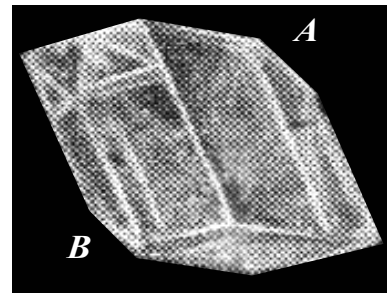
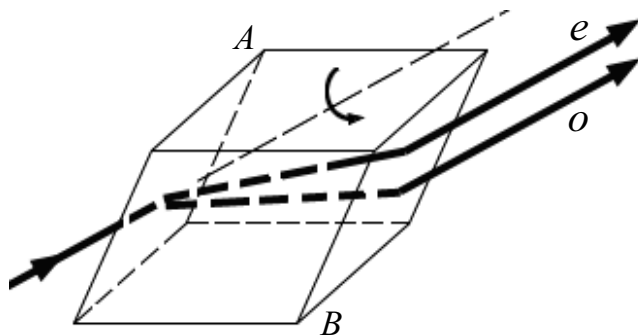
*Рис. 5.19. Поляризация при рассеянии солнечного света в воздухе*

Пучок солнечного света деполаризован, т. е. направление поляризации постоянно меняется, соответственно изменяется и направление колебаний зарядов в воздухе. Возьмем пучок света, рассеянный под углом  $\pi/2$ . Он возникает от излучения только тех частиц воздуха, которые колеблются перпендикулярно линии зрения наблюдателя, и пучок рассеянного света будет поляризован в направлении этих колебаний. Рассеяние дает нам пример получения поляризованного света (рис. 5.19).

## 5.7. Двойное лучепреломление

В 1669 г. датский ученый Эразм Бартолин опубликовал работу, в которой сообщил об открытии нового физического явления — двойного преломления света<sup>\*)</sup>. Рассматривая преломление света в кристалле исландского шпата ( $\text{CaCO}_3$ ), Бартолин к своему большому удивлению обнаружил, что узкий луч внутри кристалла, имеющего форму ромбоэдра, расщепляется на два луча (рис. 5.20).

<sup>\*)</sup> Двойное лучепреломление — раздвоение светового луча при прохождении через анизотропную среду, обусловленное зависимостью показателя преломления ( $n$ , следовательно, и скорости волны) от её поляризации и ориентации волнового вектора  $k$  относительно кристаллографических осей, т. е. от направления распространения.



*Рис. 5.20. Прохождение света через кристалл исландского шпата (двойное лучепреломление). Если кристалл поворачивать относительно направления первоначального луча, то поворачиваются оба луча, обыкновенный (o) и необыкновенный (e), прошедшие через кристалл. Справа – естественный кристалл исландского шпата, у которого сошлифованы две площадки, перпендикулярные к оптической оси*

Один из лучей вел себя согласно известному закону преломления света, а второй – совершенно необычно. Поэтому Бартолин первый луч назвал обыкновенным, а второй – необыкновенным. Кроме того, Бартолин обнаружил, что луч света, падая в определенном направлении в кристалле исландского шпата, не раздваивается.

Объяснение этого явления дал современник Бартолина – голландский ученый Христиан Гюйгенс. Он показал, что необычное поведение луча света, проходящего через исландский шпат, связано с анизотропией кристалла. Направление, вдоль которого падающий луч не раздваивается и распространяется как в обычной изотропной среде, Гюйгенс назвал оптической осью, а кристаллы, имеющие одну оптическую ось, – одноосными кристаллами. Одноосным кристаллом и оказался исландский шпат, у которого оптическая ось параллельна диагонали, соединяющей тупые углы *A* и *B* ромбоэдра (рис. 5.20).

Существование оптической оси у исландского шпата легко продемонстрировать на куске кристалла, на котором сошлифованы с двух сторон две плоскости, перпендикулярные к указанной диагонали (рис. 5.20). Пучок света, направленный перпендикулярно к этим сошлифованным плоскостям, пройдет сквозь кристалл, не раздваиваясь (рис. 5.21, *a*). Если сошлифованные плоскости достаточно велики, то можно убедиться, что направление, перпендикулярное к ним в любом месте, обладает свойством оптической оси. Другими словами, любая прямая, параллельная найденному направлению, служит оптической осью кристалла. Таким образом, оптическая ось представляет собой определенное направление в кристалле, а не какую-то избранную

линию, т. е. через любую точку исландского шпата можно провести оптическую ось. Плоскость, проходящая через оптическую ось и волновую нормаль распространяющихся волн, называется плоскостью главного сечения, или, короче, главной плоскостью. Оптические свойства одноосного кристалла одинаковы вдоль всех направлений, образующих один и тот же угол с оптической осью.

Существуют кристаллы, у которых имеются две оптические оси. Такие кристаллы называют *двухосными*. В двухосных кристаллах ни один из лучей нельзя назвать обыкновенным.

В своей книге «Трактат о свете», изданной в Лейдене в 1690 г., Гюйгенс подробно объяснил явление двойного преломления света. У него возник интересный вопрос: что будет, если два световых луча, вышедших из кристалла исландского шпата, вновь пропустит через такой же кристалл? Вращая два кристалла относительно друг друга, Гюйгенс видел, что меняется интенсивность обыкновенного и необыкновенного луча в нижнем кристалле. Результаты своих опытов он объяснить не сумел, хотя и предположил, что прошедшие через кристалл световые волны приобрели известную форму или расположение.

Благодаря своим исследованиям Гюйгенс подошел к открытию явления поляризации света, однако решающего шага он сделать не смог, поскольку световые волны в его теории предполагались продольными.

Дальнейшие исследования показали, что обыкновенный и необыкновенный лучи являются полностью поляризованными во взаимно перпендикулярных направлениях. Поэтому явление двойного лучепреломления используется для получения поляризованного света.

Встречаются среды, показатель преломления которых различен для света, линейно поляризованного в разных направлениях. Пусть имеется материал, состоящий из вытянутых несферических молекул, длина которых больше их ширины, и молекулы в веществе выстроены так, чтобы их большие оси оказались параллельными. Такая структура молекул способствует тому, что электроны в материале легче поддаются колебаниям вдоль оси молекулы, чем поперек нее. Поляризация в одном направлении будет вызывать один эффект, а поляризация, направленная под прямым углом к первой, — другой. Направление осей молекул называется оптической осью. Показатель преломления принимает разные значения в зависимости от того, направлена ли поляризация вдоль оптической оси или перпендикулярно ей. Среда с такими свойствами называется *двойкопреломляющей* и обладает двумя разными способами преломления, т. е. двумя показателями преломления в зависимо-



сти от поляризации света в среде. Двоякопреломляющая среда имеет некоторое количество ориентированных несферических молекул. Длинные игловидные кристаллы содержат несимметричные молекулы и в них легко наблюдать эффект двойного лучепреломления.

Следствием упорядоченного расположения атомов или молекул в кристалле является деформация их электронных оболочек. При распространении световой волны её взаимодействие с электронами атомов или молекул кристалла может зависеть от направления колебаний (поляризации) вектора напряжённости электрического поля волны и направления распространения волны. Зависимость скорости распространения световой волны от её направления называется оптической анизотропией. Оптическая анизотропия обусловлена порядком расположения атомов или молекул в ячейке кристалла. Практически все прозрачные кристаллы обладают оптической анизотропией и являются двоякопреломляющими. Исключением являются кристаллы кубической группы.

С оптической анизотропией связано явление двойного лучепреломления света. Двойное лучепреломление состоит в появлении при освещении анизотропного кристалла светом с произвольным состоянием поляризации двух лучей, поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях.

В дальнейшем при рассмотрении оптически анизотропных кристаллов учтем, что они обладают относительной магнитной проницаемостью, практически равной единице, т. е.  $\mu = 1$ , и показатель преломления определяется соотношением  $n^2 = \varepsilon$ .

Для оптически анизотропных кристаллов можно выделить три взаимно ортогональных направления, называемых главными направлениями кристалла, при распространении вдоль которых вектор смещения  $\mathbf{D}$  в световой волне коллинеарен вектору напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$ .

Пусть такими направлениями являются оси декартовой системы координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Тогда при распространении световой волны:

- а) вдоль оси  $Ox$   $D_x = \varepsilon_x \varepsilon_0 E_x$ ,
- б) вдоль оси  $Oy$   $D_y = \varepsilon_y \varepsilon_0 E_y$ ,
- в) вдоль оси  $Oz$   $D_z = \varepsilon_z \varepsilon_0 E_z$ .

Значения относительных диэлектрических проницаемостей  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\varepsilon_z$  называются главными. Если  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  и  $\varepsilon_z$  не равны между собой, то для всех направлений в кристалле, кроме главных,  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{E}$  не совпадают между собой по направлению.

Наиболее простыми кристаллами, обладающими оптической анизотропией, являются одноосные кристаллы. В одноосных кристаллах существует одно выделенное направление, например ось  $Ox$ , называемое оптической осью кристалла, при распространении вдоль которой  $\varepsilon_x = \varepsilon_e \neq \varepsilon_y = \varepsilon_z = \varepsilon_o$ , где  $\varepsilon_e$  и  $\varepsilon_o$  — относительная диэлектрическая проницаемость для необыкновенного и обыкновенного луча. Следовательно, для показателей преломления справедливо такое же соотношение:  $n_x = n_e \neq n_y = n_z = n_o$ . К одноосным кристаллам относятся исландский шпат, кварц, турмалин.

Так, для исландского шпата  $n_o = 1,658$ , а  $n_e$  может принимать, в зависимости от направления распространения луча в кристалле, все значения между 1,486 и 1,658. Кристаллы, для которых, как для исландского шпата,  $n_e - n_o < 0$ , называют отрицательными. Кристаллы, для которых  $n_e - n_o > 0$  (например, кварц), носят название положительных.

В одноосных кристаллах скорость света зависит от направления распространения. Световая волна, распространяющаяся вдоль оси  $Ox$ , имеет колебания вектора напряженности электрического поля в плоскости  $yOz$ . Используя соотношение Максвелла, находим скорость обыкновенной волны:

$$v_x = v_o = c/n_o.$$

Двойное лучепреломление не наблюдается при прохождении света вдоль оптической оси исландского шпата (рис. 5.21, а), у которого сошлифованы две площадки, перпендикулярные к оптической оси, как показано на рис. 5.20. В этом случае скорость распространения обыкновенной  $v_o$  и необыкновенной волны  $v_e$  равны. Пучок света проходит сквозь кристалл, не раздваиваясь.

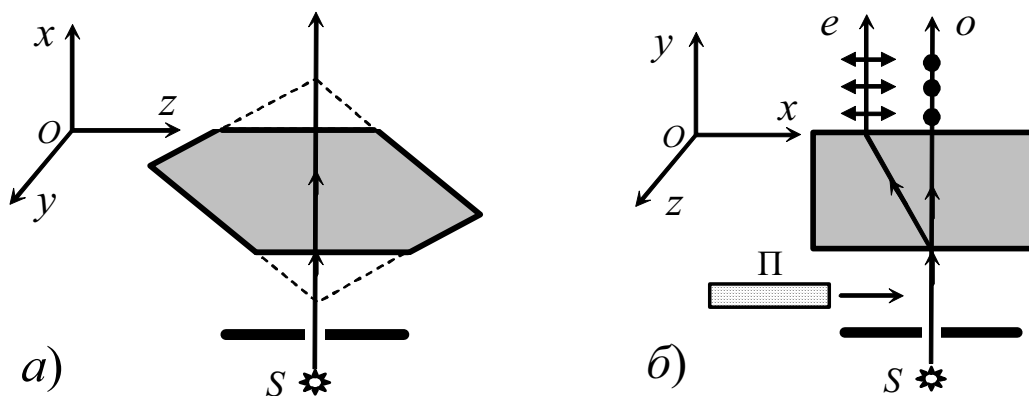


Рис. 5.21. Световая волна, распространяющаяся в одноосном кристалле исландского шпата. Оптическая ось направлена вдоль  $Ox$ :

а — двойное лучепреломление не наблюдается при прохождении света вдоль оптической оси  $Ox$ ; б — двойное лучепреломление света, распространяющегося вдоль оси  $Oy$  (или  $Oz$ ) кристалла. П — поляризатор

Рассмотрим несколько детальнее опыт, при котором световой пучок падает нормально на естественную грань кристалла, лежащую в плоскости  $xOz$ . Главную плоскость проведем через падающий луч (ось  $Oy$ ). Опыт показывает, что внутри кристалла идут два луча, из которых один (обыкновенный) есть продолжение падающего, а второй (необыкновенный) отклонен и лежит вместе с первым в главной плоскости (рис. 5.21, б). Если падающий пучок достаточно узок, а кристалл достаточно толст, то из него выходят два пучка, вполне разделенных пространственно.

Если исследовать оба выходящих пучка при помощи поляризатора, то обнаруживается, что оба они поляризованы, причем во взаимно перпендикулярных плоскостях. Колебания вектора  $\mathbf{D}$  обыкновенной волны происходят перпендикулярно к главной плоскости, а необыкновенной — в главной плоскости. Свойства обоих лучей при выходе из кристалла, за исключением направления поляризации, конечно, ничем друг от друга не отличаются, так что название «необыкновенный» имеет смысл только внутри кристалла.

При распространении световой волны в направлении оси  $Oy$  ее скорость зависит от поляризации волны. Для световой волны, распространяющейся в плоскости  $xOy$  и поляризованной вдоль оси  $Ox$ , скорость

$$(v_y)_x = v_e = c/n_e \text{ — необыкновенный луч.}$$

Если распространяющаяся вдоль оси  $Oy$  световая волна поляризована вдоль оси  $Oz$ , то

$$(v_y)_z = v_o = c/n_o \text{ — обыкновенный луч.}$$

Скорость обыкновенной световой волны не зависит от направления ее распространения и определяется главным значением относительной диэлектрической проницаемости  $\epsilon_o$ .

Скорость необыкновенной световой волны зависит от направления распространения и определяется главными значениями  $\epsilon_e$  и  $\epsilon_o$  кристалла.

Если направление распространения необыкновенной световой волны составляет некоторый угол, отличный от  $\pi/2$ , с направлением оптической оси кристалла, то скорость необыкновенного луча лежит в пределах от  $c/n_e$  до  $c/n_o$ . В этом случае расчет скорости имеет более сложный характер и рассматривается далее в конце параграфа.

На выходе из кристалла интенсивности обоих лучей одинаковы, если на кристалл падал естественный свет. При вращении кристалла

вокруг направления падающего луча (вокруг оси  $Oy$ ) обыкновенный луч будет неподвижным, а второй (необыкновенный) будет обходить вокруг первого. При этом интенсивность лучей не зависит от угла  $\alpha$  поворота кристалла.

Если на пути пучка от источника естественного света  $S$  к кристаллу поместить поляризатор  $\Pi$  (рис. 5.21, б), то мы опять получим два пучка, лежащих в главной плоскости кристалла и поляризованных так же, как и раньше. Таким образом, направление поляризации зависит только от ориентации кристалла и не зависит от того, поляризован ли падающий на него свет или же он является естественным. Интенсивности обоих пучков будут, однако, в случае поляризованного падающего луча зависеть от угла  $\alpha$ , между направлением колебаний вектора напряжённости  $\mathbf{E}$  электрического поля падающей световой волны и главной плоскостью кристалла (осью  $Ox$ ).

Действительно, в кристалле направление колебаний в необыкновенном луче, лежащих в главной плоскости кристалла, составит угол  $\alpha$  с направлением колебаний в падающем поляризованном свете, а направление колебаний в обыкновенном луче образует с ним угол  $(\pi/2 - \alpha)$ . Если амплитуда падающей на кристалл волны равна  $E_0$ , то амплитуды обеих волн, выходящих из кристалла, будут равны

$$\begin{aligned} E_z &= E_o = E_0 \sin \alpha \text{ (для обыкновенной волны);} \\ E_x &= E_e = E_0 \cos \alpha \text{ (для необыкновенной волны),} \end{aligned}$$

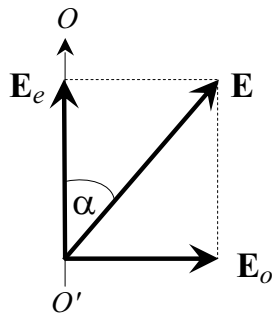
а их интенсивности относятся как

$$\frac{I_o}{I_e} = \frac{E_o^2}{E_e^2} = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha.$$

Опыт полностью подтверждает эти расчеты. Поворачивая кристалл вокруг оси  $Oy$  на  $360^\circ$ , мы заставим обойти вокруг обыкновенного луча пятнышко необыкновенного луча, причем отношение их интенсивностей будет меняться в соответствии с формулой  $I_o/I_e = \operatorname{tg}^2 \alpha$ .

Для иллюстрации явления двойного лучепреломления рассмотрим прохождение линейно поляризованной плоской световой волны перпендикулярно поверхности пластинки, вырезанной из какого-нибудь одноосного кристалла таким образом, что его оптическая ось параллельна поверхности пластинки (рис. 5.21, б, поляризатор  $\Pi$  помещен на пути пучка). В качестве материала пластинки может быть использован, например, кварц. Для произвольного угла  $\alpha$  между направлением оптической оси кристалла  $Ox$  и направлением колебаний вектора напряжённости  $\mathbf{E}$  электрического поля (рис. 5.22) внутри пластин-

ки, вследствие явления двойного лучепреломления, возникнут обыкновенная и необыкновенная линейно поляризованные световые волны.



*Рис. 5.22. Прохождение линейно поляризованной плоской световой волны перпендикулярно поверхности пластинки, вырезанной из одноосного кристалла. Оптическая ось  $OO'$  параллельна поверхности пластинки,  $\alpha$  – угол между направлением оптической оси кристалла и направлением колебаний вектора напряженности  $E$  электрического поля*

В результате этого из кристаллической пластинки выйдет плоская эллиптически поляризованная световая волна. В самом деле, при произвольном значении угла  $\alpha \neq \pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4$  амплитуды векторов напряжённости электрического поля необыкновенной и обыкновенной волн  $E_x = E_0 \cos \alpha$ ;  $E_z = E_0 \sin \alpha$  не равны друг другу, а разность фаз их колебаний  $\Delta\varphi$  определяется толщиной пластинки (для кварца  $n_e - n_o > 0$ ):

$$\Delta\varphi = 2\pi(n_e - n_o)\ell/\lambda,$$

где  $\lambda$  – длина световой волны в вакууме,  $\ell$  – толщины пластинки.

Отсюда следует, что кристаллическая пластинка превращает исходную линейно поляризованную световую волну в эллиптически поляризованную.

Если толщина пластинки  $\ell$  выбирается такой, что оптическая разность хода обыкновенной и необыкновенной волн кратна нечетному числу четвертей длин волн, т. е.

$$(n_e - n_o)\ell = (2m + 1)\lambda/4; (m = 0, 1, 2, \dots),$$

а угол  $\alpha$  равен одному из значений:  $\pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4$ , то кристаллическая пластинка превращает исходную линейно поляризованную световую волну в поляризованную по кругу.

Такие кристаллические пластинки называются пластинками «в четверть длины волны». Они используются для превращения линейно поляризованного света в свет, поляризованный по кругу, и наоборот, с помощью этой пластинки свет, поляризованный по кругу, можно преобразовать в линейно поляризованный свет.

Наконец, если толщина пластинки выбирается такой, что оптическая разность хода обыкновенной и необыкновенной волн равна нечетному числу полуволн

$$(n_e - n_o)\ell = (2m + 1)\lambda/2; (m = 0, 1, 2, \dots),$$

то выходящая из кристаллической пластинки световая волна остаётся линейно поляризованной, как и исходная, но в другой плоскости. Такие кристаллические пластинки называются «полуволновыми пластинками». Полуволновые пластинки могут быть использованы для поворота плоскости поляризации проходящей через пластинку световой волны.

Изменение состояния поляризации при прохождении световой волной пластинки из оптически анизотропного вещества может быть объяснено интерференцией необыкновенной и обыкновенной волн.

В одноосных кристаллах скорости распространения обыкновенной и необыкновенной световых волн зависят от главных значений диэлектрической проницаемости кристалла  $\varepsilon_o$ ,  $\varepsilon_e$ . При этом может оказаться, что скорость обыкновенной волны может быть больше скорости необыкновенной, и наоборот, в зависимости от соотношения главных значений диэлектрической проницаемости кристалла  $\varepsilon_o$ ,  $\varepsilon_e$ .

В соответствии со сказанным различают два вида одноосных кристаллов – положительные и отрицательные.

В положительных одноосных кристаллах скорость обыкновенного луча больше, чем скорость необыкновенного, что является следствием очевидного неравенства:

$$\varepsilon_e - \varepsilon_o > 0 \text{ или } n_e - n_o > 0.$$

В отрицательных одноосных кристаллах скорость обыкновенного луча меньше, чем скорость необыкновенного, что следует из условия

$$\varepsilon_e - \varepsilon_o < 0 \text{ или } n_e - n_o < 0.$$

Скорость необыкновенной волны зависит от направления ее распространения, т. е. от угла  $\varphi$  между оптической осью кристалла и направлением распространения волны. При распространении необыкновенной световой волны вдоль оптической оси одноосного кристалла скорость  $v_e(\varphi = 0) = c/n_o = v_o$  равна скорости обыкновенной волны. При распространении поперек направления оптической оси необыкновенная волна имеет скорость, определяемую главным значением относительной диэлектрической проницаемости:  $v_e(\varphi = \pi/2) = v_e = c/n_e = c/\sqrt{\varepsilon_e}$ .

Для наглядности представления о характере изменения скорости необыкновенной световой волны при её распространении в пространстве рассматривается эллипсоид скоростей (рис. 5.23).

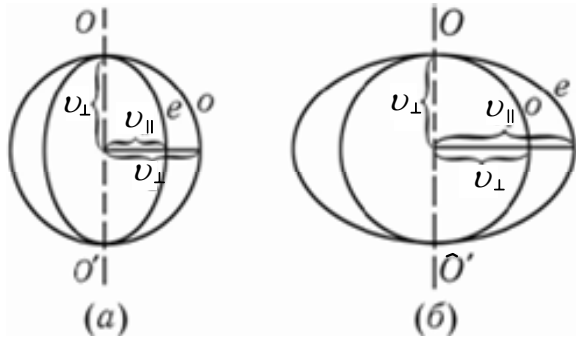


Рис. 5.23. Эллипсоид скоростей для положительного (а) ( $v_o > v_e$ ) и отрицательного (б) ( $v_o < v_e$ ) кристаллов

Для одноосного кристалла эллипсоид скоростей представляет собой поверхность в виде эллипсоида вращения относительно оптической оси  $OO'$  (рис. 5.23, а, б). Положительным одноосным кристаллам соответствуют вытянутые эллипсоиды вращения (рис. 5.23, а), а отрицательным – сплюснутые (рис. 5.23, б).

Для определения скорости необыкновенной световой волны при ее распространении в заданном направлении надо провести отрезок прямой в направлении распространения волны из центра эллипсоида и измерить расстояние вдоль этого отрезка от центра эллипсоида до его точки пересечения с поверхностью.

Применим принцип Гюйгенса для графико-аналитического объяснения явления двойного лучепреломления в одноосном кристалле (рис. 5.24). Пусть на плоскую границу одноосного кристалла под некоторым углом  $\theta$  из вакуума «падает» неполяризованная плоская световая волна. Предположим, что оптическая ось  $OO'$  отрицательного кристалла направлена под углом  $\alpha$  к плоскости границы (рис. 5.24).

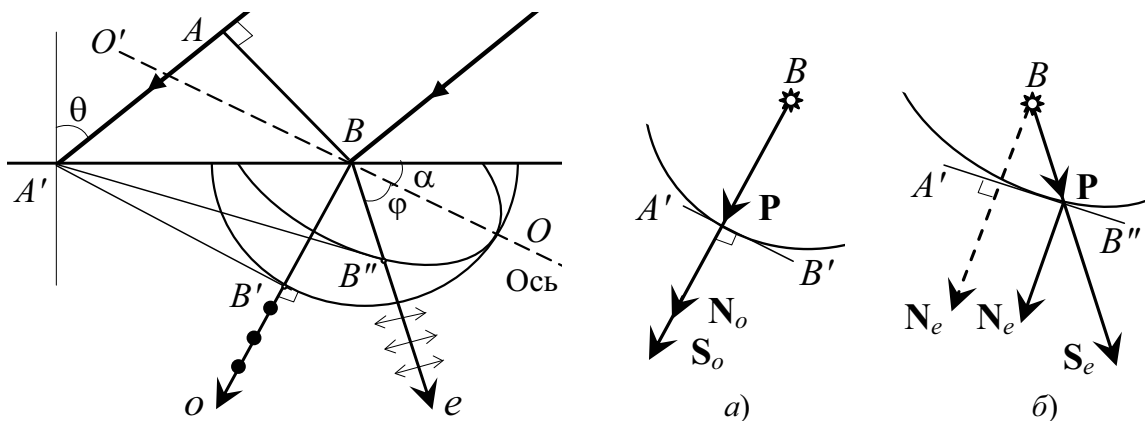


Рис. 5.24. Построение Гюйгенса для волнового фронта световой волны, падающей под углом  $\theta$  на поверхность одноосного, отрицательного кристалла, оптическая ось  $OO'$  у которого направлена под углом  $\alpha$  к поверхности;  $\varphi$  – угол между осью  $OO'$  и направлением распространения необыкновенного луча  $e$ . Распространение волны в изотропной (а) и в анизотропной среде (б)

Построим положение волновых фронтов обыкновенной и необыкновенной световых волн в кристалле. В соответствии с принципом Гюйгенса положение волнового фронта световой волны в момент времени  $t$  определяется огибающей волновых фронтов вторичных источников, излученных в момент времени  $(t - \Delta t)$ . Рассмотрим в момент времени  $t$  участок волнового фронта световой волны  $AB$ , падающей на поверхность кристалла (рис. 5.24). За время  $\Delta t = 1$  с положение волнового фронта обыкновенной волны определится отрезком  $A'B'$ , располагающимся на касательной прямой, проведенной из точки  $A'$  к сфере радиуса  $v_o$ , равной скорости распространения обыкновенной волны в кристалле. За то же время положение волнового фронта необыкновенной волны определится отрезком  $A'B''$ , располагающимся на касательной прямой, проведенной из точки  $A'$  к эллипсу скоростей, определяющему скорость необыкновенной волны в зависимости от направления ее распространения. Эллипс скоростей на рис. 5.24 представляет собой сечение эллипсоида скоростей главной плоскостью кристалла, проходящей через оптическую ось кристалла.

Итак, зависимость от направления распространения скорости необыкновенной световой волны в одноосном кристалле приводит к расщеплению падающей на кристалл волны на две волны, распространяющиеся в общем случае в разных направлениях. В соответствии со свойствами оптической анизотропии одноосного кристалла поляризация этих волн взаимно ортогональна. Это отмечено на рис. 5.24 точками на направлении распространения обыкновенной волны и стрелками на направлении распространения необыкновенной волны.

В связи с этим отметим одно крайне важное обстоятельство. Волновой фронт характеризуется в каждой точке плоскостью, касательной к поверхности волны, а направление распространения волны — нормалью  $\mathbf{N}$  к этой поверхности. В случае изотропной среды, когда волновая поверхность имеет форму сферы, нормаль  $\mathbf{N}_o$  к волне совпадает с лучом  $\mathbf{S}_o$ , т. е. линией, вдоль которой распространяется световое возмущение и которая представлена радиусом-вектором  $\mathbf{P}$ , проведенным из точки  $B$  нормально к волновой поверхности  $A'B'$  (рис. 5.24, *a*). Но для анизотропной среды волновая поверхность отлична от сферической (рис. 5.24, *b*), и направление распространения поверхности постоянной фазы (нормаль  $\mathbf{N}_e$  к волновой поверхности  $A'B''$ ) не совпадает с лучом  $\mathbf{S}_e$ , указывающим направление распространения энергии (радиус-вектор  $\mathbf{P}$ ). Таким образом, для анизотропной среды надо различать направ-



вление распространения фазы (нормаль  $N_e$ ) и направление распространения энергии (луч  $S_e$ ).

Расщепление световой волны в оптически анизотропных кристаллах на две волны послужило основанием для названия этого явления эффектом двойного лучепреломления. В связи с этим оптически анизотропные кристаллы называют двоякопреломляющими кристаллами.

Эффект двойного лучепреломления отмечается не только в одноосных кристаллах, но и в кристаллах более сложной структуры — двухосных. К таким кристаллам относятся слюда и гипс. В двухосных кристаллах обе волны, на которые расщепляется исходная световая волна, являются необыкновенными. Теория распространения волн в двухосных кристаллах более сложная, чем используемая для объяснения оптических явлений в одноосных кристаллах.

Во многих оптически прозрачных аморфных веществах под действием механической нагрузки в кристалле появляются выделенные направления, приводящие к оптической анизотропии. К оптической анизотропии оптически изотропных веществ может приводить и внешнее электрическое или магнитное поле. Проявление оптической анизотропии в этом случае проявляется в разнообразных оптических эффектах, таких как эффект Керра, эффект Коттона — Мутона, эффект Фарадея, эффект Коттона и др.

## 5.8. Оптическая активность

Оптическая активность — свойство среды вызывать вращение плоскости поляризации проходящего через неё оптического излучения (света). Впервые обнаружена в 1811 г. Д.Ф. Араго (D. F. Arago) в кварце.

Вещества, обладающие естественной оптической активностью, называются оптически активными веществами. Искусственная оптическая активность возникает в результате внешнего воздействия, например внешнего магнитного поля (эффект Фарадея).

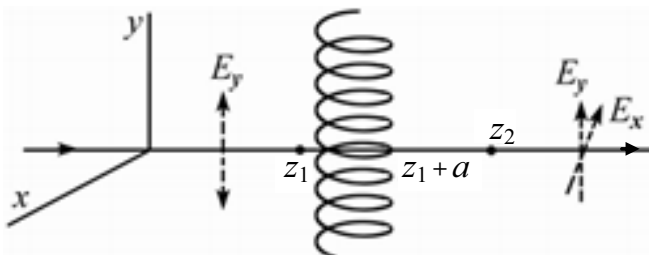
Для изотропной среды оптическая активность вещества может определяться как свойствами составляющих его молекул (молекулярная оптическая активность), так и структурой самого вещества (структурная оптическая активность).

Интересный поляризационный эффект наблюдается в материалах, молекулы которых не обладают зеркальной симметрией: подобно тому как перчатка с левой руки при отражении в зеркале принимает вид перчатки с правой, а левый винт становится правым.

Молекулярная оптическая активность обнаруживается во всех агрегатных состояниях и растворах. У оптически активных молекул отсутствуют центр и плоскости симметрии (хиральные молекулы). Такая молекула может быть смоделирована двумя взаимодействующими осцилляторами, расположенными взаимно перпендикулярно, расстояние между которыми  $a$  сравнимо с  $\lambda$  (т. е. фазы поля в местах осцилляторов различны), а скорость передачи взаимодействия сравнима со скоростью распространения света в среде.

Пусть вещество состоит из молекул одной формы, т. е. в веществе нет молекул, которые являлись бы зеркальными отражениями других. В таком веществе возникает явление, называемое оптической активностью, — направление поляризации пучка света при прохождении через вещество поворачивается вокруг оси луча.

Возьмем асимметричную молекулу в форме спирали, показанную на рис. 5.25. Пример активности для молекул именно такой формы наиболее прост.



*Рис. 5.25. Оптическая активность среды, состоящей из молекул, не обладающих зеркальной симметрией.*

На молекулу падает луч света, линейно поляризованный вдоль оси  $y$ . Электрическое поле вызывает движение зарядов вверх и вниз по спирали, так что в направлении  $y$  возникает ток и происходит излучение электрического поля  $E_y$ , поляризованного вдоль оси  $y$ . Если электроны могут двигаться только вдоль спирали, появится составляющая тока вдоль оси  $x$ . Когда ток течет вверх по спирали, в точке  $z_1$  он движется к плоскости рисунка, а в точке  $z_1 + a$  — от плоскости (здесь  $a$  — диаметр молекулярной спирали). Если взять  $x$ -составляющую электрического поля, приходящего в точку  $z = z_2$ , мы увидим, что ток в точке  $z = z_1 + a$  и ток в точке  $z = z_1$  создают поля в точке  $z_2$  с интервалом времени  $na/c$  и, следовательно, с разностью фаз  $\pi + na\omega/c$ . Разность фаз в точности не равна  $\pi$ , и поля не могут взаимно погаситься. Остается небольшая  $x$ -компонента электрического поля, вызванная движением электронов в молекуле, хо-

тя первоначальное падающее поле имело только  $u$ -компоненту. Складывая малую компоненту по оси  $x$  и большую компоненту по оси  $y$ , получаем результирующее поле под небольшим углом к оси  $y$  (первоначальному направлению поляризации). При движении луча света через среду направление поляризации поворачивается вокруг оси луча. Нарисовав молекулы в разных положениях и определив токи, индуцированные падающим электрическим полем, можно убедиться, что появление оптической активности и направление вращения не зависят от ориентации молекул.

В 1815 г. французский физик Ж.Б. Био (J.V. Biot) открыл оптическую активность жидкостей (скипидара), а затем растворов и паров многочисленных органических веществ. Он установил, что: 1) вращение плоскости поляризации  $\varphi$  зависит от структуры и концентрации вещества, длины пути света в веществе  $\ell$  и не зависит от его интенсивности; 2) поворот плоскости поляризации происходит либо по часовой стрелке ( $\varphi > 0$ ), либо против неё ( $\varphi < 0$ ), если смотреть навстречу ходу лучей света. Соответственно, оптически активные вещества разделяют на правовращающие и левовращающие.

Закон Био определяет угол  $\varphi$  вращения плоскости поляризации линейно поляризованного света, проходящего слой жидкости (или раствора в неактивном растворителе), обладающего естественной оптической активностью:

$$\varphi = |\alpha| \ell c \quad \text{или} \quad \varphi = |\alpha_0| \ell \rho,$$

где  $\ell$  — толщина слоя вещества,  $c$  — концентрация,  $\rho$  — плотность,  $|\alpha|$  — удельное вращение ( $|\alpha_0|$  — удельная вращательная способность). Первая формула относится к растворам, вторая — к оптически активным кристаллам.

Феноменологическую теорию развил О.Ж. Френель, объяснивший оптическую активность различием показателя преломления среды  $n_+$  и  $n_-$  для право- и левополяризованных по кругу компонент линейно поляризованного света. Полученное Френелем выражение для угла поворота плоскости поляризации имеет вид:

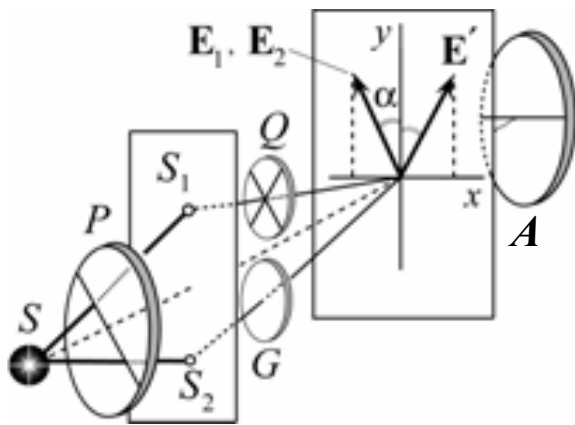
$$\varphi = \pi(n_+ - n_-)\ell/\lambda,$$

где  $\lambda$  — длина волны излучения в вакууме. Величина угла  $\varphi$  поворота может быть значительной даже при очень малом различии между  $n_+$  и  $n_-$ , если  $\ell \gg \lambda$ . Этим объясняется чрезвычайно высокая чувствительность методов, основанных на измерении оптической активности. Например, при измерении различия показателя преломления эти методы в 10 000 раз чувствительнее самых точных интерференционных методов.

Примером среды, обладающей оптической активностью, является раствор обычного сахара. Для демонстрации явления берут источник света, поляроид, дающий на выходе линейно поляризованный луч, прозрачный сосуд с раствором сахара и второй поляроид, служащий для определения угла поворота плоскости поляризации при выходе света из сосуда.

## 5.9. Интерференция поляризованных лучей

Явления интерференции поляризованных лучей исследовались в классических опытах Френеля и Араго (1816 г.), доказавших поперечность световых колебаний. Суть их в зависимости результата интерференции когерентных волн от угла между плоскостями световых колебаний.



*Рис. 5.26. После прохождения второго поляроида  $A$  проекции электрических полей обыкновенной и необыкновенной волн на разрешенное направление анализатора  $A$  поляризованы параллельно друг другу и дают интерференцию. Именно поэтому говорят, что окраска прошедшего через всю систему света есть результат интерференции поляризованных волн*

Наибольший контраст интерференционной картины наблюдается при сложении колебаний одного вида поляризации (линейных, круговых, эллиптических) с совпадающими азимутами. Ортогональные колебания не интерферируют. Так, при сложении двух линейно поляризованных взаимно перпендикулярных колебаний (см. п. 5.3) в общем случае возникает эллиптически поляризованное колебание, интенсивность которого равна сумме интенсивностей исходных колебаний. Прошедшее через поляризатор излучение точечного источника  $S$  возбуждает вторичные волны в плоскости экрана с отверстиями  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 5.26). Полуволновая кристаллическая пластинка  $Q$  в сочетании с обычной стеклянной пластинкой  $G$  позволяет изменять угол между плоскостями поляризации интерферирующих лучей: ее поворот на угол  $\alpha$  поворачивает вектор  $\mathbf{E}$  на  $2\alpha$ . Если наблюдать интерференционные полосы через анализатор, то при его повороте на  $\pi/2$  картина инвертируется: из-за дополнительной разности фаз  $\pi$  темные полосы становятся светлыми, и наобо-

рот. Анализатор здесь также необходим для того, чтобы свести колебания двух различно поляризованных лучей в одну плоскость.

При прохождении поляризованного света через одноосный кристалл в плоскости главного сечения ( $n_e - n_o > 0$ ) оптическая разность хода между обыкновенным и необыкновенным лучами равна (рис. 5.27):

$$\Delta = (AC \cdot n_e + CD) - AB \cdot n_o = d(n_e - n_o) \cos \langle \theta \rangle, \quad \theta_o > \langle \theta \rangle > \theta_e$$

и зависит от толщины пластинки  $d$ , среднего угла преломления  $\langle \theta \rangle$ , разности показателей  $n_o$  и  $n_e$ .

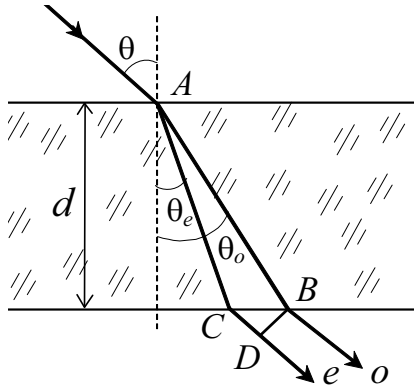


Рис. 5.27. После прохождения кристаллической пластинки между лучами  $o$  и  $e$  возникает разность фаз  $\delta = 2\pi\Delta/\lambda$ . Эти волны не могут дать интерференции, так как они поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях

Для наблюдения интерференции необходимо свести колебание лучей  $e$  и  $o$  в одну плоскость при помощи анализатора. Возникающая при этом разность фаз

$$\delta = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta,$$

где  $\lambda$  — длина волны в вакууме — различна для разных длин волн и, тем самым, интерференционные картины оказываются окрашенными. Для плоскопараллельных пластинок наблюдаются полосы равного наклона, а для тонких клиновидных пластинок — полосы равной толщины. Уже разобранный нами схема  $P-Q-A$  (рис. 5.26) пригодна для наблюдения так называемой интерференции в параллельных лучах. Приведенная формула позволяет для любой фазовой пластинки (разность  $\delta$ ) рассчитать интенсивность на выходе при скрещенных поляризаторе и анализаторе (рис. 5.28):

$$I_i = \frac{1}{2} I_0 \sin^2 2\varphi \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2}.$$

Более сложные коноскопические картины\* (рис. 5.29) наблюдаются при интерференции сходящихся поляризованных лучей: проявляющиеся за анализатором линии постоянной разности фаз называются в этом случае изохроматами (рис. 5.30).

\* Коноскопия (от греч. *kónos* — конус и *scoréō* — смотрю, наблюдаю) — изучение оптических свойств кристаллов с помощью интерференционных фигур.

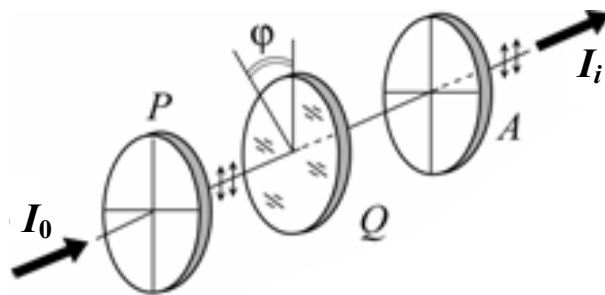


Рис. 5.28. Если при параллельных поляроидах для некоторой длины волны  $\lambda_1$  наблюдался интерференционный минимум, а для длины волны  $\lambda_2$  — интерференционный максимум, то при переходе к взаимно перпендикулярным поляризациям мы получим обратную картину — интерференционный максимум для  $\lambda_1$  и минимум для  $\lambda_2$ . Поэтому говорят, что при переходе от параллельных поляроидов к скрещенным окраска кристаллической пластинки изменяется на дополнительную

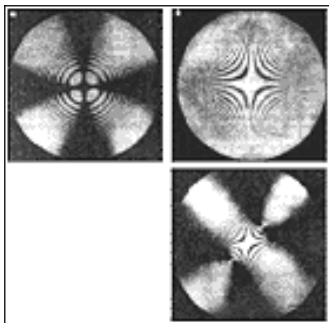


Рис. 5.29. Контоскопические картины

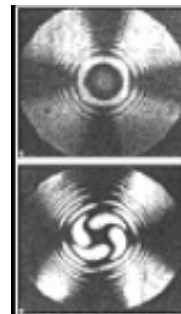


Рис. 5.30. Изохроматы

Изотропное тело, подвергнутое упругим деформациям, может стать анизотропным и изменить состояние поляризации проходящего света. Это явление, открытое в 1818 г. Д. Брюстером, получило название фотоупругости, или пьзооптического эффекта.

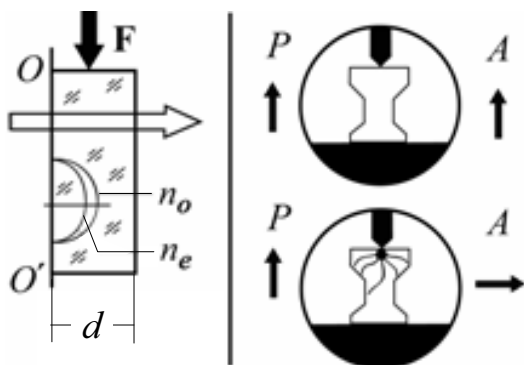


Рис. 5.31. Изотропные прозрачные среды не вызывают интерференцию, но если пластинка из такого материала (скажем, из прозрачной пластмассы) подвергнута деформации и напряжена, то она обретает анизотропные свойства и обнаруживает двойное лучепреломление. Этим обстоятельством можно воспользоваться для моделирования картины напряжений  $\sigma$  в различных прозрачных деталях напряженных конструкций (например, строительных)

При одностороннем растяжении или сжатии тело становится подобным одноосному кристаллу с оптической осью, параллельной направлению приложенной силы (рис. 5.31). При прохождении через деформированный кристалл поляризованного света перпендикулярно оптической оси  $OO'$  (деформации) разность хода

$$\Delta \sim (n_o - n_e)\sigma \frac{d}{\lambda},$$

где  $n_o$  и  $n_e$  — показатель преломления для обыкновенного и необыкновенного лучей в направлении, перпендикулярном внутреннему напряжению  $\sigma$  в деформированном образце,  $d$  — толщина образца,  $\lambda$  — длина волны в вакууме.

Помещая прозрачные фотоупругие модели между поляризатором и анализатором и подвергая их различным нагрузкам, можно изучать распределения возникающих внутренних напряжений  $\sigma$  (рис. 5.31).

## 5.10. Эффект Керра

Другое применение интерференции поляризованных лучей связано с электрическим полем, в частности, с эффектом Керра\*).

Электрооптический эффект Керра — возникновение двойного лучепреломления в оптически изотропных веществах (газах, жидкостях, кристаллах с центром симметрии, стёклах) под действием внешнего однородного электрического поля. Оптически изотропная среда, помещённая в электрическое поле, становится анизотропной, приобретает свойства одноосного кристалла, оптическая ось которого направлена вдоль поля.

На рис. 5.32, *a* изображена так называемая ячейка Керра. Если поляризатор  $P$  и анализатор  $A$  скрещены (рис. 5.32, *b*), то в отсутствие поля свет через ячейку Керра не проходит. В электрическом поле между пластинками конденсатора жидкость (используется обычно нитробензол, имеющий большую постоянную Керра) становится анизотропной. Свет, прошедший через кювету, поворачивает плоскость поляризации, и система становится прозрачной. Поэтому ячейка Керра может служить затвором света, который управляется потенциалом одного из электродов конденсатора, помещенного в ячейку.

---

\* Эффект Керра — название трёх явлений, два из которых были открыты Дж. Керром (J. Kerr) в 1875 г. (электрооптический эффект) и в 1876 г. (магнитооптический эффект); после появления лазеров в сильных оптических полях был замечен эффект, аналогичный электрооптическому эффекту Керра, который назвали оптическим эффектом Керра. В данной главе рассматривается только электрооптический эффект.

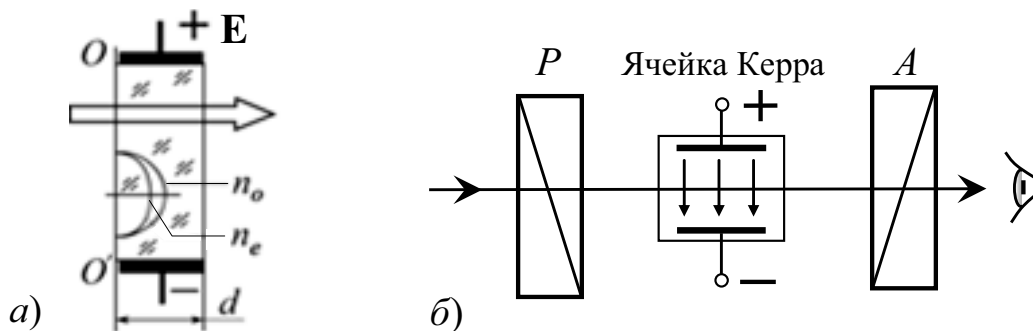


Рис. 5.32. Ячейка Керра — во внешнем электрическом поле в жидкости возникает оптическая анизотропия ( $n_e \neq n_o$ ): оптическая разность хода  $\Delta$  пропорциональна квадрату напряженности электрического поля  $E^2$  и толщине слоя жидкости  $d$ , проходимого светом в направлении, перпендикулярном полю  $E$  (а); установка для наблюдения эффекта Керра:  $P$  — поляризатор,  $A$  — анализатор (б)

На основе ячеек Керра построены практически безынерционные затворы и модуляторы света с временем срабатывания до  $10^{-12}$  с. Величина двойного лучепреломления прямо пропорциональна квадрату напряженности электрического поля:  $\Delta n = KnE^2$  (закон Керра). Здесь  $n$  — показатель преломления вещества в отсутствии поля;  $\Delta n = n_e - n_o$ , где  $n_e$  и  $n_o$  — показатели преломления для необыкновенной и обыкновенной волн;  $K$  — постоянная Керра,  $\text{м}^2/\text{В}^2$ , которая численно равна относительной разности показателей преломления  $(n_e - n_o)/n$  во внешнем электрическом поле единичной напряжённости. Постоянной Керра иногда называют также величину  $B_\lambda = Kn/\lambda$  ( $\lambda$  — длина волны в вакууме).

Величина индуцируемого электрическим полем  $E$  фазового сдвига  $\delta$  и разность хода  $\Delta$  необыкновенного и обыкновенного лучей при эффекте Керра определяется выражением:

$$\delta = 2\pi B_\lambda d \cdot E^2; \quad \Delta = Knd \cdot E^2,$$

где  $d$  — длина оптического пути, м;  $E$  — напряженность электрического поля, В/м.

Постоянные Керра  $K$  и  $B$  могут быть положительными или отрицательными. Их величины зависят от агрегатного состояния вещества, температуры, длины волны  $\lambda$  падающего света, а также от структуры молекул вещества. Ещё большими значениями постоянных Керра характеризуются растворы жестких макромолекул и коллоидные растворы. Значения постоянной Керра для некоторых газов и жидкостей приведены в табл. 5.1.



Таблица 5.1

## Значения постоянной Керра для некоторых веществ

Вещество	$T$ , К	$\lambda$ , нм	$n$	$B_{\lambda}$ , СГСЭ	$B_{\lambda}$ , м/В <sup>2</sup>	$K$ , м <sup>2</sup> /В <sup>2</sup>
Нитробензол (жид)	293	550	1,56	$4,5 \cdot 10^{-5}$	$5,00 \cdot 10^{-12}$	$1,76 \cdot 10^{-18}$
Нитробензол (пар)	330	546	1,01	$2,7 \cdot 10^{-9}$	$3,00 \cdot 10^{-16}$	$1,64 \cdot 10^{-22}$
Вода	293	589	1,34	$4,7 \cdot 10^{-7}$	$5,22 \cdot 10^{-14}$	$2,29 \cdot 10^{-20}$
Сероуглерод	293	546	1,63	$3,5 \cdot 10^{-7}$	$3,89 \cdot 10^{-14}$	$1,30 \cdot 10^{-20}$
Бензол	293	546	1,50	$5,0 \cdot 10^{-8}$	$5,56 \cdot 10^{-15}$	$2,03 \cdot 10^{-21}$
Этиловый спирт	291	589	1,36	$9,2 \cdot 10^{-10}$	$1,02 \cdot 10^{-16}$	$4,42 \cdot 10^{-23}$
Кислород (жид)	90	546	1,22	$1,22 \cdot 10^{-10}$	$1,36 \cdot 10^{-17}$	$6,08 \cdot 10^{-24}$
Азот	330	546	1,00	$4,0 \cdot 10^{-11}$	$4,44 \cdot 10^{-18}$	$2,42 \cdot 10^{-24}$

Объяснение эффекта Керра было дано П. Ланжевром (1910 г.) и М. Борном (1918 г.). Электрическое поле стремится повернуть молекулы вещества так, чтобы их электрический дипольный момент был направлен вдоль поля  $E$ . Электрическое поле не только ориентирует молекулы, но и создает в молекулах дополнительный дипольный момент. Это существенно, например, для инертных газов, атомы которых при отсутствии внешнего поля, не обладают дипольным моментом. В результате действия поля в веществе возникает определенная ориентация частиц. При этом условия распространения в веществе световых волн, поляризованных вдоль и поперёк поля, оказываются различными. Тепловое движение препятствует ориентации атомов и молекул, поэтому постоянная Керра убывает с ростом температуры. Измеряя постоянные Керра, можно вычислить эллипсоид оптической поляризуемости, что позволяет получить важную информацию о структуре молекул.

### 5.11. Эффект Фарадея

Гораздо раньше электрооптического эффекта Керра в 1846 г. М. Фарадеем (M. Faraday) был открыт эффект, названный его именем.

Эффект Фарадея — один из эффектов магнитооптики, заключающийся во вращении плоскости поляризации линейно поляризованного света, распространяющегося в веществе вдоль постоянного магнитного поля, в котором находится это вещество. Этот эффект явился первым доказательством прямой связи оптических и электромагнитных явлений. Схема наблюдения эффекта Фарадея представле-

на на рис. 5.33, *a*, в которой образец *K* помещается в магнитное поле **B**, направленное параллельно лучу. Установив поляризационную систему на темноту в отсутствие поля, можно обнаружить и измерить при включении магнитного поля поворот плоскости поляризации.

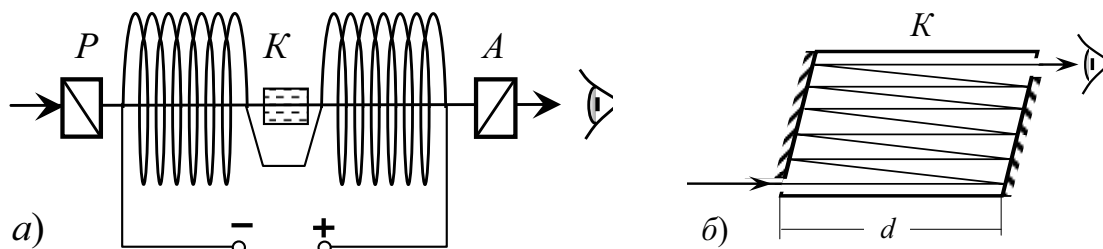


Рис. 5.33. Схема наблюдения магнитного вращения плоскости поляризации (эффект Фарадея) во внешнем магнитном поле, создаваемом электромагнитом (*a*). Усиление эффекта Фарадея за счет удлинения пути света в веществе, вращающем плоскость поляризации (*б*)

Феноменологическое объяснение эффекта Фарадея заключается в том, что в общем случае намагниченное вещество нельзя охарактеризовать одним показателем преломления  $n$ . Под действием магнитного поля показатели преломления  $n_+$  и  $n_-$  для циркулярно право- и левополяризованного света становятся различными. Вследствие этого при прохождении через среду вдоль магнитного поля право- и левополяризованные составляющие линейно поляризованного излучения распространяются с разными фазовыми скоростями, приобретая разность фаз (в области не очень сильных магнитных полей), линейно зависящую от оптической длины пути:

$$\delta = \pi(n_+ - n_-)d/\lambda.$$

В результате плоскость поляризации поворачивается на некоторый угол. При этом направление вращения (вправо или влево) для каждого тела связано только с направлением магнитного поля и не зависит от направления распространения света, в отличие от естественного вращения, когда основная причина, обуславливающая явление, состоит в действии поля световой волны, а симметрия картины зависит от расположения векторов **E** и **H**, т. е. от направления света.

Независимость направления вращения от направления света дала Фарадею возможность применить остроумный прием для усиления эффекта. При данном расстоянии между полюсами магнита увеличение длины пути  $d$  света в веществе достигается многократным отражением (рис. 5.33, *б*), для чего внутренние поверхности образца серебрятся (за исключением мест входа и выхода света).

Количественные законы явления были установлены еще Фараде-ем и наиболее полно исследованы на ряде объектов Верде: угол поворо-та  $\varphi$  плоскости поляризации пропорционален длине пути  $d$  света в ве-ществе и индукции  $B$  магнитного поля:

$$\varphi = VBd,$$

где  $V$  – постоянная Верде, зависящая от свойств вещества, длины волны излучения и температуры. Значения постоянной Верде для не-которых газов и жидкостей приведены в табл. 5.2.

Таблица 5.2

*Значения постоянной Верде для некоторых веществ*

Вещество	$T$ , К	$\lambda$ , нм	$V$ , $10^2$ град/(Тл·м)	Примечание
H <sub>2</sub> O	293	546	2,57	диамагнетик (ж)
H <sub>2</sub> O	293	589	2,18	диамагнетик (ж)
CCl <sub>4</sub>	293	578	2,81	диамагнетик (ж)
Br <sub>2</sub>	273	700	8,85	диамагнетик (ж)
CaF <sub>2</sub> –Eu <sup>2+</sup> (3 %)	4,2	430	5180	парамагнетик (тв)
ВаТаО <sub>3</sub>	298	620	23,8	парамагнетик (тв)
Газы (H <sub>2</sub> , N <sub>2</sub> и др.)	300	–	~0,1	диамагнетик (г)

Сравнительно большое значение  $V$  при температуре жидкого гелия имеет фторид кальция, активированный редкоземельными элементами. У жидкостей постоянная Верде существенно меньше. Еще меньшее вра-щение обнаруживают газы. Так, при помещении в достаточно сильное магнитное поле ( $B = 0,1$  Тл) кюветы с водой ( $d = 0,1$  м) плоскость поля-ризации линейно поляризованного света повернется всего на  $2,57^\circ$ .

## 5.12. Поляризационные устройства

Двулучепреломляющие свойства кристаллов используются для по-лучения поляризованного света из неполяризованного. Самый старый кристаллический поляризатор – призма Николя (1828 г.) или просто николь (рис. 5.34). Он состоит из двух кристаллов исландского шпата (кальцит CaCO<sub>3</sub>, отрицательный кристалл с  $n_e = 1,486$  и  $n_o = 1,658$  при  $\lambda = 589$  нм), склеенных слоем канадского бальзама ( $n = 1,55$ ). Углы склейки подобраны таким образом, что обыкновенный луч претерпе-вает полное внутреннее отражение и поглощается нижней зачерненной

гранью, а необыкновенный, поляризованный в главной плоскости (совпадает с плоскостью падения), проходит через николю.

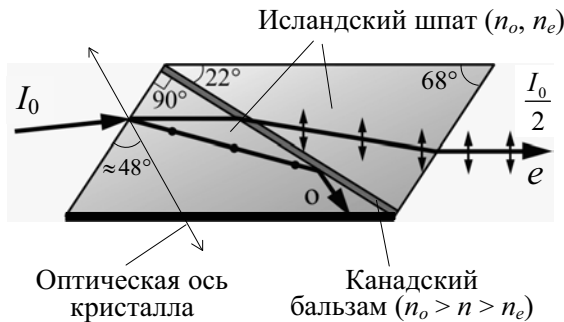


Рис. 5.34. Призма Николя – кристаллический поляризатор

В системе двух николей первый называют поляризатором, а второй – анализатором. Если николи параллельны (рис. 5.35, а), то свет через систему проходит, причем при естественном освещении  $I_{\text{прош}} = I_0/2$ .

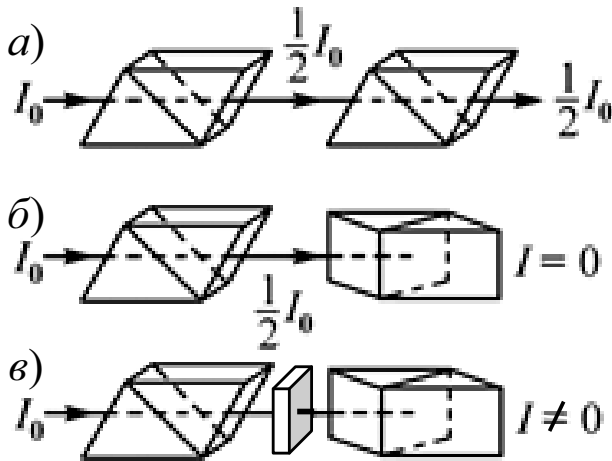


Рис. 5.35. Прохождение света через систему призм Николя: а – николи параллельны; б – николи скрещены; в – между скрещенными николями помещен оптически активный образец

Если николи скрещены – развернуты на  $\pi/2$ , – система гасит свет (рис. 5.35, б). Если объект, вносимый между скрещенными поляризатором и анализатором «просветляет» систему, то это означает, что он изменяет состояние поляризации проходящего света (рис. 5.35, в) и на выходе системы интенсивность уже не равна нулю.

Существует ряд модификаций двухлучевых поляризационных призм. Как правило, они склеены из двух кварцевых полупризм (положительный кристалл с  $n_e = 1,553$  и  $n_o = 1,544$  при  $\lambda = 589$  нм), вырезанных вдоль и поперек оптической оси. Эффект разделения поляризованных пучков достигается благодаря различным условиям преломления на склейке: в зависимости от ориентации оптической оси луч, являющийся обыкновенным в первой половине призмы, может стать необыкновенным во второй, и наоборот (рис. 5.36).

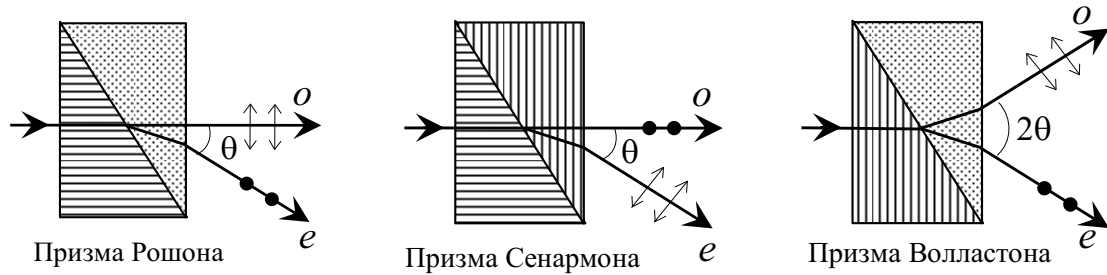


Рис. 5.36. Модификации двухлучевых поляризационных призм. Штриховка указывает направление оптических осей кристаллов в плоскости рисунка

Уже упоминалось о фазовых пластинках, которые вносят разность фаз между поляризационными компонентами. Две такие клиновидные пластинки с перпендикулярными оптическими осями могут создавать разность фаз  $\delta = k\Delta$ , регулировка которой производится взаимным перемещением клиньев.

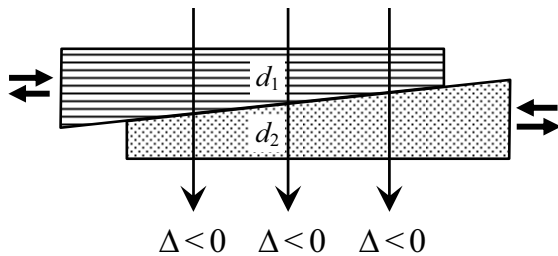


Рис. 5.37. Оптический компенсатор. Штриховка указывает направление оптических осей кристаллов в плоскости рисунка, а стрелки – направление перемещения клиновидных пластинок

Устройства, вносящие фиксированную или переменную оптическую разность хода между двумя ортогональными линейными поляризациями и, тем самым, изменяющие состояние поляризации прошедшего света, называют компенсаторами (рис. 5.37).

Оптический компенсатор (от лат. *compensare* – *возмещаю, уравниваю*) – оптическое устройство, с помощью которого, путём сравнительно грубых перемещений оптических элементов, вводятся небольшие разности хода  $\Delta$  в двух световых лучах или имеющаяся разность хода сводится к нулю (рис. 5.37).

Оптическая разность хода  $\Delta$  обыкновенной и необыкновенной волн зависит от толщины  $d_1$  и  $d_2$  пластинок компенсатора. Учитывая, что если в одной пластинке луч себя ведет как необыкновенный, то в другой как обыкновенный, и наоборот, то оптическая разность хода в такой системе будет равна:

$$\Delta = (n_e d_1 + n_o d_2) - (n_o d_1 + n_e d_2) = (n_e - n_o)(d_1 - d_2).$$

Оптические компенсаторы, в зависимости от конструкции, позволяют обнаружить разность хода до  $(10^{-5} \dots 10^{-3})\lambda$ .

### 5.13. Жидкокристаллические мониторы

В последнее время широкое распространение для отображения информации получили жидкокристаллические (ЖК) мониторы. Принцип их действия основан на особенностях прохождения поляризованного света через жидкокристаллическое вещество в электромагнитном поле. От всех остальных типов электронных дисплеев ЖК-матрицы отличаются тем, что сами не излучают свет, а являются преобразователями светового потока, излучаемого внешним источником (чаще всего — неоновой лампой подсветки).

Жидкокристаллические мониторы (экраны LCD — Liquid Crystal Display) сделаны из вещества (цианофенил), которое находится в жидком состоянии, но обладает некоторыми свойствами, присущими кристаллическим телам. Существует несколько разновидностей жидкокристаллических веществ, отличающихся структурой строения молекул и степенью их упорядочения в пространстве. Различают жидкие кристаллы в виде нематиков, смектиков и холестериков. Наибольшее распространение на практике в качестве современных жидкокристаллических устройств отображения информации (дисплеев) получили нематические жидкие кристаллы.

Нематические жидкие кристаллы — вещества, состоящие из протяженных нитевидных молекул, имеющих в жидкокристаллическом состоянии параллельную ориентацию осей составляющих его молекул, но хаотически сдвинутых вдоль этих осей. Состояние параллельной ориентации осей отдельных молекул в нематиках отмечается не во всем объеме кристалла, а в микроскопически малых его частях, называемых доменами. При прохождении света через жидкий нематический кристалл, находящийся в естественном состоянии, из-за рассеяния света на скачках показателя преломления на границах хаотически расположенных доменов происходит рассеяние света, в результате которого нематические жидкие кристаллы проявляют себя как малопрозрачные вещества, известные в оптике как мутные среды.

Однако под действием внешнего электрического поля длинные нитевидные молекулы жидкого нематического кристалла легко поляризуются, в результате жидкий кристалл становится **одинодоменным** и, следовательно, оптически прозрачным.

Оптическую анизотропию жидких кристаллов можно получить с помощью механических воздействий на эти вещества. В качестве одного из способов упорядочивания направлений осей молекул нематиков обычно

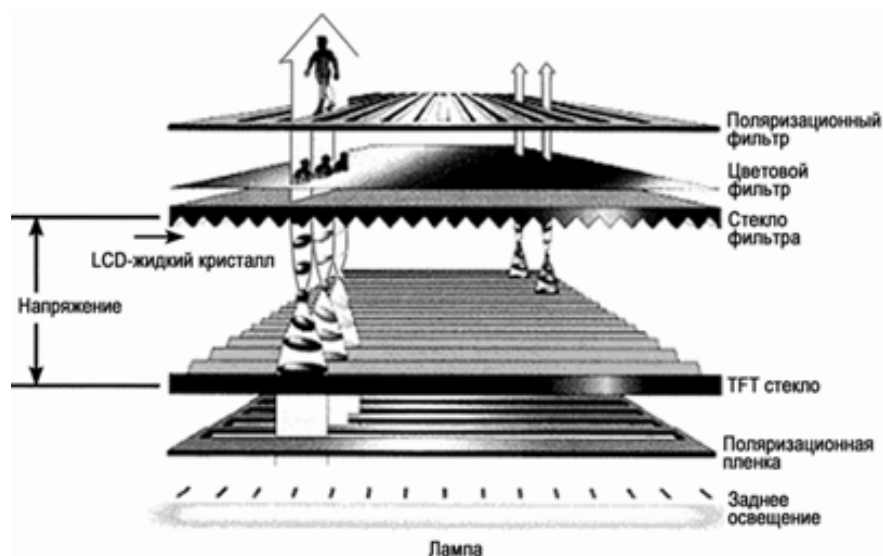
применяется размещение жидких кристаллов на подложках, на поверхности которых наносится система параллельных бороздок. Оптическая анизотропия нематических кристаллов на таких подложках обусловлена особенностями сил взаимодействия между нитевидными молекулами вещества, находящегося в жидкокристаллическом состоянии.

Жидкокристаллические материалы были открыты еще в 1888 г. австрийским ученым Ф. Ренитцером, а в 1930 г. исследователи из британской корпорации Marconi получили патент на их промышленное применение. Практическое использование этих материалов началось благодаря ученым Фергесону (Ferguson) и Вильямсу (Williams) из корпорации RCA (Radio Corporation of America). На базе жидких кристаллов был создан термодатчик, использующий их избирательный отражательный эффект, и изучено воздействие электрического поля на нематические кристаллы. В конце 1966 г. корпорация RCA продемонстрировала прототип LCD – цифровые часы.

Первый в мире калькулятор с жидкокристаллическим экраном был произведен в 1964 г. корпорацией RCA. В 1975 г. по технологии TN LCD были изготовлены первые компактные цифровые часы. Во второй половине 70-х начался переход от восьмисегментных жидкокристаллических индикаторов к производству матриц с адресацией каждой точки.

Сегодня, в результате прогресса в этой области, начинают получать все большее распространение LCD для настольных компьютеров. Экран LCD представляет собой массив маленьких сегментов, называемых пикселями, которыми можно управлять для отображения информации. Расстояния между центрами пикселей от 0,2 до 0,3 мм – в зависимости от модели монитора. Три светящихся субпикселя в пикселе воспринимаются как одна белая точка.

Простейший жидкокристаллический монитор (ЖК-монитор) состоит из двух параллельно расположенных стекол, с внутренней стороны которых нанесены полосы прозрачных проводников. На одной стороне – горизонтальных, на другой – вертикальных. Подавая напряжение на соответствующие пары проводников, можно создать потенциал в любой точке матрицы. Между стеклами находится жидкий кристалл, в котором при подаче потенциала происходит изменение направления поляризации света. LCD имеет несколько слоев, где ключевую роль играют две панели, сделанные из свободного от натрия и очень чистого стеклянного материала, называемого «субстрат» или «подложка». Слои содержат тонкий слой жидких кристаллов (рис. 5.38).



*Рис. 5.38. Конструкция ЖК-дисплея*

На панелях имеются бороздки, которые направляют кристаллы, сообщая им специальную ориентацию. Бороздки расположены таким образом, что они параллельны на каждой панели, но перпендикулярны между двумя панелями. Продольные бороздки получаются в результате размещения на стеклянной поверхности тонких пленок из прозрачного пластика, который затем специальным образом обрабатывается.

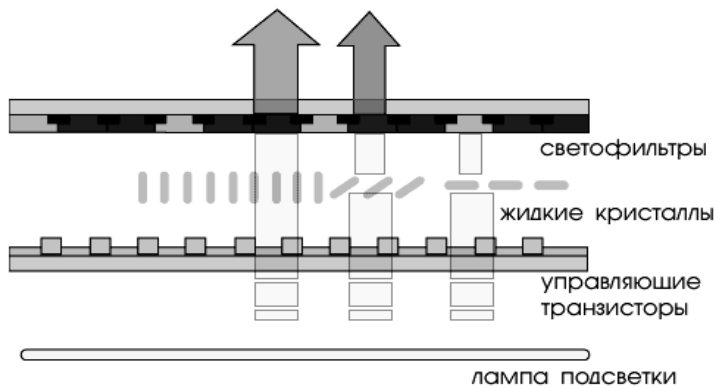
Соприкасаясь с бороздками, молекулы в жидких кристаллах ориентируются одинаково во всех ячейках. Молекулы одной из разновидностей жидких кристаллов (нематиков) при отсутствии напряжения поворачивают вектор электрического (и магнитного) поля в световой волне на некоторый угол в плоскости, перпендикулярной оси распространения пучка. Нанесение бороздок на поверхность стекла позволяет обеспечить одинаковый угол поворота плоскости поляризации для всех ячеек. Две панели расположены очень близко друг к другу.

В жидкокристаллической матрице управление световым потоком осуществляется следующим образом. Жидкокристаллическая панель освещается источником света (в зависимости от того, где он расположен, жидкокристаллические панели работают на отражение или на прохождение света) (рис. 5.39). Число используемых ламп не влияет на яркость или равномерность подсветки. Количество ламп повышает отказоустойчивость монитора. Срок службы одной неоновой лампы обычно составляет около 50 тысяч часов, в то время как электроника монитора способна выдержать в два-три раза больше.

Свет от лампы подсветки (на рис. 5.39 снизу вверх) проходит сквозь нижний полярирующий фильтр (белая заштрихованная пластина). Это поляризованный поток света. Далее свет проходит через полу-

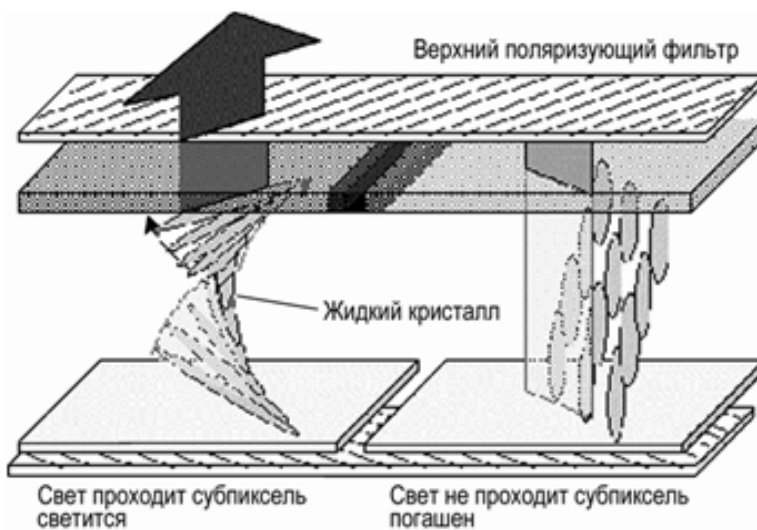


прозрачные управляющие электроды (маленькие квадратики) и попадает в слой жидких кристаллов.



*Рис. 5.39. Основные элементы жидкокристаллического дисплея*

Величиной управляющего напряжения плоскость поляризации светового потока можно поворачивать на угол до  $90^\circ$  (на рис. 5.39 слева) или оставлять неизменной (там же справа). За слоем жидких кристаллов расположены светофильтры и каждый субпиксель окрашивается в нужный цвет — красный, зеленый или синий. Если убрать верхний поляризационный фильтр, экран станет белым в результате сложения основных цветов светящихся субпикселей — поскольку наши глаза не умеют различать поляризацию света.



*Рис. 5.40. Управление поляризацией света в ЖК*

Верхний поляризующий фильтр «проявляет» изменения в поляризации света, прошедшего жидкие кристаллы. Субпиксели останутся ярко светящимися (левый на рис. 5.40) при повороте плоскости поляризации на  $90^\circ$ .

Часть субпикселей погаснет, поскольку верхний поляризатор стоит в противофазе нижнему и не пропускает свет с дефолтной (той, что по умолчанию) поляризацией. Субпиксели обладают промежуточной яр-

костью, если плоскость поляризации света, прошедшего через них, развернута не на  $90^\circ$ , а на меньшее число градусов, например на  $30$  или  $55^\circ$ .

Основные особенности ЖКД:

1. Яркость каждого субпикселя может меняться плавно, аналоговыми методами. Можно повернуть поляризацию потока света на любой угол в промежутке от  $0$  до  $90^\circ$  — это определяется управляющим напряжением, приложенным к ячейке.
2. Поскольку ЖК-матрица представляет собой объемную многослойную структуру, то у ЖК-мониторов есть проблемы с углами обзора. Если смотреть под острым углом к поверхности, то и слой поляризатора, и Black Matrix заглушают и искажают свет от конкретного субпикселя. Угол поляризации светового потока у конкретного субпикселя получается не таким, как при строго перпендикулярном взгляде на матрицу.
3. Каждый субпиксель матрицы обслуживается своим персональным регулятором — тонкопленочным транзистором (Thin Film Transistor — TFT). В ЖКД нет строчной развертки, как в электронно-лучевой трубке. Каждый субпиксель экрана светится с нужной яркостью до тех пор, пока от управляющей схемы (видеокарты) не придет команда сменить цвет точки. Поэтому нет мерцания на экране при любой частоте кадровой развертки.
4. Если сгорит управляющий транзистор, появляется «битая точка».
5. Смена яркости субпикселей происходит за  $25\text{...}40$  мс и определяется свойствами жидкого кристалла. Уменьшение времени переключения — одна из главных проблем TFT-LCD — проблема качественного отображения быстро меняющихся динамических сюжетов (скроллинг текста, быстрые 3D-Action-игры с высокими FPS и т. п.).

Если удастся создать новые материалы (светоизлучающие пластики), которые смогут принимать любой цвет по команде управляющей схемы, участь ЖК-дисплеев будет предрешена. Пока ЖК-матрица остается наиболее перспективной технологией при производстве дисплеев с персональным управлением каждого пикселя.

## Основные выводы

Если вектор  $\mathbf{E}$  описывает в пространстве хаотическую кривую (проекция на плоскость  $XU$  не демонстрирует преимущества ни одной ориентации), говорят о естественном или неполяризованном свете. Предполагается, что наблюдение ведется в течение времени, много большего периода световой волны ( $\gg 10^{-15}$  с).

Плоскость, в которой лежат вектор  $\mathbf{E}$  и вектор скорости распространения света, называется плоскостью колебаний, а перпендикулярная к ней плоскость называется плоскостью поляризации.

Если временные изменения вектора  $\mathbf{E}$  подчиняются строгому закону, то говорят о полностью поляризованном свете. В случае, когда вектор колеблется в одной плоскости, то такой свет называют линейно или плоско поляризованным. Если проекция вектора  $\mathbf{E}$  описывает окружность, то говорят о круговой или циркулярной поляризации, различая право- и левоциркулярную. Наконец, если проекция — эллипс, то такую поляризацию называют эллиптической.

Измеренные максимальное  $I_{\max}$  и минимальное  $I_{\min}$  значения интенсивности электромагнитной волны, прошедшей через поляризатор при различных ориентациях его плоскости, определяют степень поляризации. Отношение разности ( $I_{\max} - I_{\min}$ ) к общей интенсивности световой волны ( $I_{\max} + I_{\min}$ ) называют степенью поляризации:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}.$$

Брюстер показал, что отраженный от поверхности свет полностью поляризован, если отраженный и преломленный в среде лучи образуют прямой угол, поскольку возбужденные в веществе диполи не могут переизлучать в направлении собственной оси.

Угол падения луча  $\theta_B$ , при котором отражённый от диэлектрика свет полностью поляризован, называется углом Брюстера:

$$\theta_B = \operatorname{arctg}(n_2/n_1),$$

где  $n_2$  и  $n_1$  — показатели преломления диэлектрика и среды соответственно. Эффект используется для получения полностью поляризованного света в отраженном пучке или частично поляризованного — после многократных прохождений.

Устройство для получения поляризованного света называется поляризатором, а прибор, используемый для анализа поляризации, называется анализатором. Как правило, поляризатор и анализатор взаимозаменяемы.

Естественный свет интенсивностью  $I_0$ , прошедший поляризатор и анализатор, повернутые относительно друг друга плоскостями пропускания на угол  $\varphi$ , будет иметь интенсивность

$$I = (I_0/2) \cdot \cos^2 \varphi, \text{ — закон Малюса.}$$

При прохождении света через анизотропные кристаллы наблюдается расщепление исходного луча на два — явление двойного преломления света. Один из лучей подчиняется обычному закону преломления света, а второй ведет себя необычным образом. Обыкновенный и необыкновенный лучи поляризованы в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Направление, вдоль которого падающий луч не раздваивается, называется оптической осью, а кристаллы, имеющие одну оптическую ось, — одноосными кристаллами. Оптические свойства одноосного кристалла одинаковы вдоль всех направлений, образующих один и тот же угол с оптической осью.

Плоскость, проходящая через оптическую ось и волновую нормаль распространяющихся волн, называется плоскостью главного сечения. Существуют кристаллы, у которых имеются две оптические оси. Такие кристаллы называют двухосными.

Двулучепреломляющие свойства кристаллов используются для получения поляризованного света из неполяризованного.

К оптической анизотропии оптически изотропных веществ может приводить внешнее механическое воздействие, электрическое или магнитное поле. Оптическая анизотропия проявляется в этом случае в разнообразных оптических эффектах, сопровождающих распространение электромагнитных волн в веществах, известных как эффект Керра, эффект Коттона—Мутона, эффект Фарадея, эффект Коттона и др.

При одностороннем растяжении или сжатии тело становится подобным одноосному кристаллу с оптической осью, параллельной направлению приложенной силы. Помещая прозрачные фотоупругие модели между поляризатором и анализатором и подвергая их различным нагрузкам, можно изучать распределения возникающих внутренних напряжений.

Электрооптический эффект Керра состоит в возникновении в изотропном теле одноосной анизотропии при наложении постоянного электрического поля. Оптическая ось соответствует направлению напряженности приложенного поля, а величина двулучепреломления пропорциональна квадрату напряженности. На основе ячеек Керра построены практически безынерционные затворы и модуляторы света с временем срабатывания до  $10^{-12}$  с.

Эффект Фарадея состоит в магнитооптическом вращении. При помещении в продольное магнитное поле плоскость поляризации поворачивается на угол  $\varphi = VBd$ , где  $V$  – постоянная Верде, зависящая от свойств вещества и длины волны.

Вещество	$T$ , К	$\lambda$ , нм	$V$ , $10^2$ град/(Тл·м)	Примечание
$H_2O$	293	546	2,57	диамагнетик (ж)
$H_2O$	293	589	2,18	диамагнетик (ж)
$CCl_4$	293	578	2,81	диамагнетик (ж)
$Br_2$	273	700	8,85	диамагнетик (ж)
$CaF_2-Eu^{2+}$ (3 %)	4,2	430	5180	парамагнетик (тв)
$BaTaO_3$	298	620	23,8	парамагнетик (тв)
Газы ( $H_2$ , $N_2$ и др.)	300	–	$\sim 0,1$	диамагнетик (г)

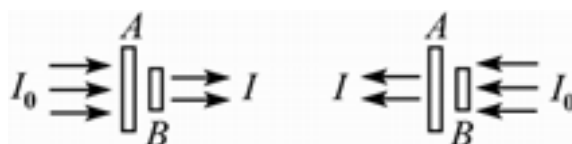
### Упражнения

1. Начертите диаграмму, аналогичную приведенной на рис. 5.3, для случая  $E_y = E_0 \cos \omega t$  и  $E_z = 2E_0 \cos(\omega t - \pi/2)$ . Это случай эллиптической поляризации (конец вектора  $\mathbf{E}$  описывает эллипс с отношением осей 2:1).

2. Волна с правой круговой поляризацией складывается с волной левой круговой поляризации, причем обе волны имеют одинаковые амплитуды и частоты и распространяются вдоль оси  $x$ . В любом случае, когда вектор  $\mathbf{E}$  волны 1 ориентирован в положительном направлении оси  $+y$ , так же ориентирован и вектор  $\mathbf{E}$  волны 2. Опишите поляризацию результирующей волны.

3. Повторите упражнение 2 для случая, когда векторы  $\mathbf{E}$  обеих волн ориентируются вдоль оси  $y$  в противоположных направлениях.

4. Рассмотрим расположенные один за другим два поляроида. Ось поляроида  $A$  вертикальна (т. е. он не поглощает вертикально поляризованный свет).



Ось поляроида  $B$  ориентирована под углом  $45^\circ$ .

а) Чему равна интенсивность  $I$ , если вертикально поляризованный свет падает на поляроиды слева?

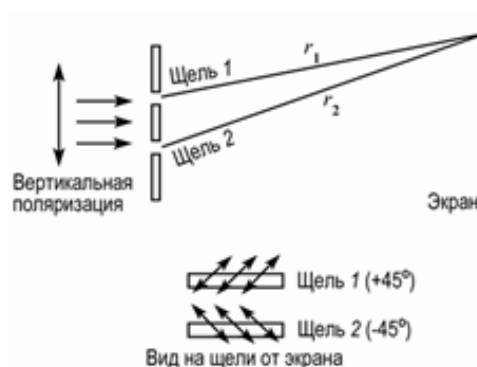
б) Чему равна интенсивность  $I'$ , если вертикально поляризованный свет падает на поляроиды справа?

5. Вертикально поляризованный свет с интенсивностью  $I_0$  проходит 9 идеальных поляроидов. Ось первого поляроида составляет  $10^\circ$  с вертикалью, ось второго повернута еще на  $10^\circ$  и т. д.; ось девятого поляроида повернута на  $90^\circ$ . Чему равна результирующая интенсивность?

6. Повторите решение упражнения 5 для случая 90 поляроидов при условии, что оси соседних поляроидов повернуты на  $1^\circ$ .

## Задачи

1. Вертикально поляризованный свет от лазера падает на экран с двумя горизонтальными щелями (см. рис.). Если одна из щелей закрыта, интенсивность в любой точке экрана равна  $I_0$ . 1) Чему равна интенсивность в точках экрана, где  $r_2 - r_1 = 0$ ; 2) Чему равна интенсивность в точках экрана, где  $r_2 - r_1 = \lambda/2$ ?



2. Если на рисунке (задача 1) закроем щель 1 поляроидом, ориентированным под углом  $+45^\circ$ , а щель 2 — поляроидом, ориентированным под углом  $-45^\circ$ . Чему равна интенсивность в точках, где: 1)  $r_2 - r_1 = 0$ ; 2)  $r_2 - r_1 = \lambda/4$ ; 3)  $r_2 - r_1 = \lambda/2$ ?

3. Если на рисунке (задача 1) щель 1 закрыта поляроидом, ориентированным под углом  $+45^\circ$ , а щель 2 — поляроидом, ориентированным под углом  $-45^\circ$  и дополнительно перед экраном установлен ориентированный вертикально поляроид, то чему равна интенсивность в точках экрана (за вертикальным поляроидом), где: 1)  $r_2 - r_1 = 0$ ; 2)  $r_2 - r_1 = \lambda/2$ ?

4. Плоская поляризованная по кругу монохроматическая волна света длиной  $\lambda$  и интенсивностью  $I_0$  падает на диск, вырезанный из идеального поляроида, показатель преломления которого равен  $n$ . Диск закрывает для некоторой точки  $P$  одну зону Френеля. Какова должна быть толщина  $d$  диска, чтобы интенсивность света в точке  $P$  была максимальной? Найдите интенсивность  $I_{\max}$ .

Ответ:  $d = (\lambda/2) \cdot (2m+1)/(n-1)$ ;  $m = 1, 2, 3, \dots$ ;  $I_{\max} = 5I_0$ .

5. Показатель преломления кристаллического кварца для длины волны  $\lambda = 589$  нм равен 1,544 для обыкновенного луча и 1,553 — для необыкновенного луча. На пластинку из кварца, вырезанную параллельно оптической оси, нормально падает линейно поляризованный свет указанной длины волны, занимающий спектральный интервал  $\Delta\lambda = 40$  нм. Найдите толщину пластинки  $d$  и направление поляризации падающего света, если свет после пластинки оказался неполяризованным.

Ответ:  $d = (\lambda^2/\Delta\lambda)/(n_e - n_o) = 1$  мм, падающий свет должен быть поляризован под углом  $45^\circ$  к оптической оси пластинки.

6. Один поляроид пропускает 30 % света, если на него падает естественный свет. После прохождения света через два таких поляроида интенсивность падает до 9 %. Найдите угол между осями поляроидов.

Ответ:  $\beta = 45^\circ$ .

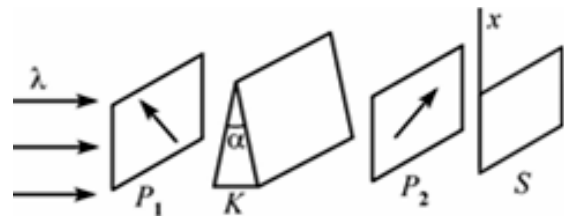
7. Расположив пластинку, вырезанную из исландского шпата параллельно его оптической оси, между скрещенными николями, можно осуществить монохроматор, позволяющий, например, задержать одну из линий дублета натрия и пропустить другую. Найти, какой должна быть при этом минимальная толщина  $d_{\min}$  пластинки и как ее нужно ориентировать. Показатели преломления исландского шпата для линии  $\lambda_1 = 589,0$  нм равны  $n_{e1} = 1,48654$  и  $n_{o1} = 1,65856$ , для линии  $\lambda_2 = 589,6$  нм  $n_{e2} = 1,48652$  и  $n_{o2} = 1,65843$ .

Ответ: оптическая ось пластинки должна быть ориентирована под углом  $45^\circ$  к разрешенным направлениям поляроидов. Для одной из линий дублета натрия пластинка должна быть пластинкой в полволны  $\lambda/2$ , а для другой – в целую длину волны  $\lambda$ . Минимальная толщина пластинки  $d_{\min} = 5,06$  нм.

8. Имеется горизонтальный параллельный пучок эллиптически поляризованного света. Обнаружено, что при прохождении пучка через пластинку в  $\lambda/4$  при определенной ее ориентации свет оказывается линейно поляризованным под углом  $\alpha_1 = 23^\circ$  к вертикали. Если пластинку повернуть на угол  $90^\circ$ , то свет снова оказывается линейно поляризованным под углом  $\alpha_2 = 83^\circ$  к вертикали. Найдите отношение  $a/b$  полуосей эллипса поляризации и угол  $\beta$  наклона большой оси.

Ответ:  $a/b = 3^{1/2}$ ,  $\beta = 53^\circ$ .

9. Параллельный пучок естественного света интенсивностью  $I_0$  и длиной волны  $\lambda$  падает на систему из двух скрещенных поляроидов  $P_1$  и  $P_2$  и клина  $K$  из кварца с малым преломляющим углом  $\alpha$ . Показатели преломления кварца равны  $n_e$  и  $n_o$ . Оптическая ось клина параллельна его ребру и составляет угол  $45^\circ$  с разрешенными направлениями поляроидов (см. рис.). Пройдя через систему, свет падает на белый экран  $S$ . Найдите распределение интенсивности света  $I(x)$  на экране. Что увидит наблюдатель на экране  $S$ , если между ним и поляроидом  $P_2$  расположить линзу так, чтобы экран оказался в ее фокальной плоскости?



Ответ:  $I = (I_0/4) \cdot [1 + \cos kax(n_e - n_o)]$ , где  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число. При установке линзы будут наблюдаться два светлых пятна на расстоянии  $L = a(n_e - n_o)F$ , где  $F$  – фокусное расстояние линзы.

Учебное издание

ТЮРИН Юрий Иванович  
ЧЕРНОВ Иван Петрович  
КРЮЧКОВ Юрий Юрьевич

## ФИЗИКА

ОПТИКА

Учебник

Редактор  
Компьютерная верстка  
Дизайн обложки

*Д.В. Заремба  
О.Ю. Аршинова  
О.Ю. Аршинова  
О.А. Дмитриев*


Подписано к печати 16.06.2009. Формат 60x84/16. Бумага «Снегурочка».  
Печать XEROX. Усл. печ. л. 13,96. Уч.-изд. л. 12,62.  
Заказ 836-09. Тираж 200 экз.



Томский политехнический университет  
Система менеджмента качества

Томского политехнического университета сертифицирована  
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту ISO 9001:2008



ИЗДАТЕЛЬСТВО  ТПУ . 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30. Тел./факс: 8(3822) 56-35-35, [www.tpu.ru](http://www.tpu.ru)